

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

XIX CONGRESO CHILENO DE HIDRAULICA

ANÁLISIS MODAL PARA LA CARACTERIZACIÓN DE ONDAS INTERNAS EN UN LAGO ESTRATIFICADO. APLICACIÓN AL LAGO VILLARRICA.

CARLOS ROZAS R.¹
ALBERTO DE LA FUENTE S.²
YARKO NIÑO C.³
HUGO ULLOA S.⁴

RESUMEN

El lago Villarrica se encuentra en la IX Región de la Araucanía, Chile. Posee una profundidad media de 120 m y un fetch principal de 23 km. El lago es monomítico, con una marcada estratificación en la temporada de verano y una termoclina cercana a los 20 m de profundidad. En este trabajo se presentan resultados de una campaña de terreno realizada en el verano 2009 y los resultados de un cálculo numérico de la respuesta de las ondas internas del lago frente al esfuerzo de corte del viento, considerando el efecto de la rotación terrestre. Se propone un análisis modal para la identificación de ondas internas de gran escala presentes en el sistema. Los datos de terreno indican que la respuesta del lago frente al viento es de modo 2, con una inclinación de las isopícnas y presencia de ondas internas lineales y no lineales. Suponiendo un sistema formado por dos capas, las principales ondas internas en la interfaz de densidad tienen un período de 17.6, 23.8, 61.7 y 154.2 hrs. La mayoría de estas frecuencias se observan en las simulaciones numéricas, las que presentan un buen ajuste con respecto a las ondas internas observadas. Los resultados numéricos indican la presencia de una onda Kelvin de modo 1 (fundamental), con un período cercano a las 24 hrs. Este valor coincide con la periodicidad del viento, por lo que se infiere que las ondas Kelvin se encuentran en un estado cuasi-resonante, el cual es controlado en la práctica por fricción con las riberas y fondo del lago.

¹Ayudante de Investigación, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile - mail: crozas@ing.uchile.cl

²Postdoc, Centre for Water Research, The University of Western Australia – mail: fuente@cwr.uwa.edu.au

³Profesor Titular, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile - mail: ynino@ing.uchile.cl

⁴Ayudante de Investigación, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile - mail: hulloya@ing.uchile.cl

1. INTRODUCCIÓN

El lago Villarrica se encuentra en la IX Región de la Araucanía, con coordenadas 39° 15' S, 72° 05' W. Tiene una superficie de 176 km², una profundidad máxima de 167 m y una profundidad media de 120 m. El lago posee una forma elipsoidal, con un ancho máximo (dirección N-S) de 11,2 km y una longitud máxima (dirección E-W) de 23,05 km. Se clasifica como un lago monomítico temperado, en estado mesotrófico (Meruane, 2005). El lago presenta una fuerte estratificación en los meses de verano, con una marcada termoclina cercana a los 20 m de profundidad.

El objetivo del presente trabajo es caracterizar la evolución de las ondas internas afectadas por la rotación terrestre, que se producen en el lago Villarrica, dada la estratificación observada y el viento que sopla sobre él. Se propone un análisis modal para determinar la estructura espacial de los principales modos de oscilación y las frecuencias asociadas, comparando con los datos registrados en terreno para verificar la validez de los resultados numéricos.

El viento es el principal forzante del sistema, de acuerdo a los resultados de Meruane (2005). En la zona predominan los vientos de baja intensidad provenientes del Oeste, pero dadas ciertas condiciones sinópticas, especialmente durante la temporada de verano, se producen vientos tipo Fohen (o vientos Puelche, según la denominación local) que se caracterizan por ser vientos secos, cálidos, de altas intensidades y marcada dirección Este.

Durante el verano de 2004 se realizó una campaña para recolectar información de temperatura en el lago, a partir de la cual se determinó que la respuesta de la columna de agua es de modo 2 ante los vientos Puelche (Meruane, 2005; Meruane et al., 2005), suponiendo una estratificación de 3 capas (Monismith, 1985). Después del Puelche, tanto los datos de terreno como las simulaciones numéricas realizadas por Meruane (2005), indican la existencia de mezcla en la columna de agua, produciéndose un descenso en la temperatura del epilimnion y por ende, una disminución de la profundidad de la termoclina. Sin embargo, la información recopilada en esa oportunidad fue insuficiente para determinar la evolución de las ondas internas en la zona de la termoclina, por lo que se realizó una nueva campaña durante el mes de febrero y marzo de 2009, para caracterizar de forma más detallada (mejor equipamiento y mayor frecuencia de muestreo) la estratificación termal de la columna de agua, mediante la instalación de cadenas de termistores en el lago.

Por otro lado, de la Fuente et al. (2008) han realizado simulaciones numéricas para estudiar el comportamiento de las ondas internas en un lago, considerando términos no lineales y no hidrostáticos en las ecuaciones para un sistema dividido en dos capas. Sus resultados indican que las ondas internas afectadas por la rotación terrestre tienden a formar un frente, debido a la aceleración no lineal, la cual es contrarrestada por las fuerzas de presión no hidrostáticas produciendo dispersión de las ondas. Cuando ambos efectos se encuentran en equilibrio, se producen ondas tipo solitones. Si bien algunos de estos efectos se observan en los datos de terreno obtenidos en el lago Villarrica, no serán mayormente analizados en este trabajo.

La caracterización de la estratificación que se produce en el lago, de la respuesta forzada frente al viento y de la evolución de las ondas internas, puede ser un valioso aporte en la elaboración de normas secundarias de calidad para los lagos de la IX Región, que se están desarrollando actualmente en nuestro país, por parte de la CONAMA.

2. METODOLOGÍA

Se instalaron dos cadenas de termistores en el lago, durante los meses de febrero y marzo de 2009. Cada cadena está compuesta por 17 HOBO loggers, ubicados cada 2 m en la zona de la termoclina y mayor espaciamiento en el hipolimnion, hasta una profundidad de 80 m. El espaciamiento de los termistores fue definido para representar de buena forma los perfiles de temperatura medidos en el verano de 2004 (Meruane 2005). Como se muestra en la Figura 1, una cadena (TC2) fue instalada en el centro del lago, mientras que la segunda (TC1) se instaló en las cercanías de la costa oriente, frente a la playa de Pucón. Para el mes de febrero, se obtuvieron perfiles verticales de temperatura cada 30 segundos, mientras que para el mes de marzo la frecuencia de medición fue de 1/60 Hz.

La intensidad y dirección del viento fue obtenida mediante una estación meteorológica instalada en las cercanías del lago, la cual registró el promedio de dichas variables durante intervalos de 10 minutos.

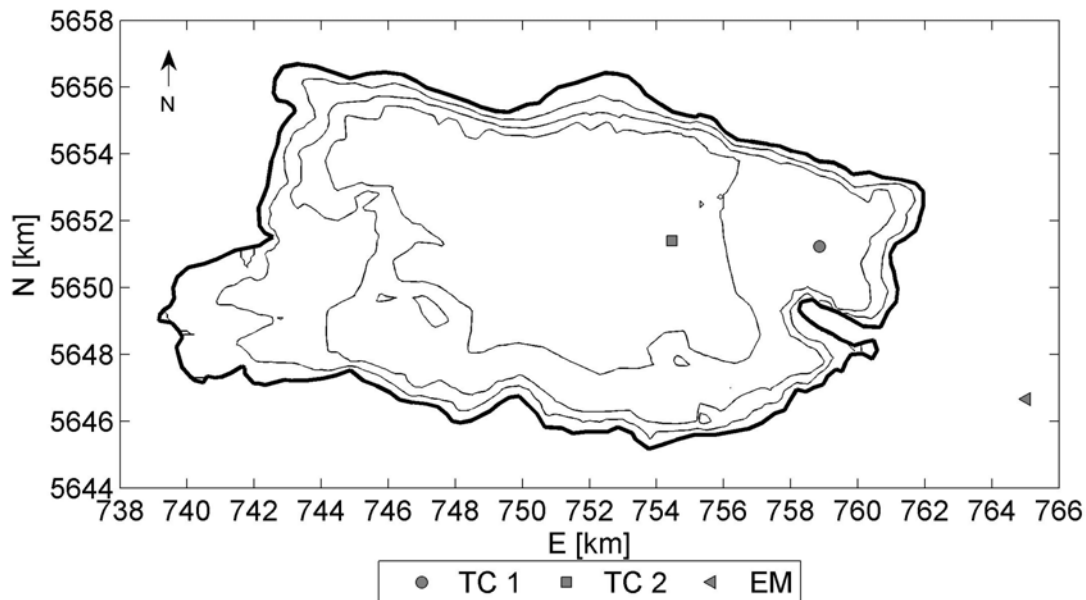


Figura 1: Batimetría Lago Villarrica, ubicación de termistores y estación meteorológica. Veriles cada 50 m.

El análisis modal se realizó considerando el esquema propuesto por Shimizu et al. (2007). Éste permite simular la respuesta de un sistema de dos capas frente al viento, obteniéndose la estructura espacial y temporal de dicha respuesta, la cual puede ser en forma de seiches internos, ondas internas (de longitud de onda comparable con el tamaño del lago), ondas topográficas y giros geostroficados (Shimizu et al., 2007). Imponiendo una estructura periódica para la parte temporal, el esquema soluciona el problema de valores propios generalizado que surge de las ecuaciones linealizadas de Navier-Stokes y de continuidad, promediadas en la vertical. El esquema considera la batimetría irregular del lago, y desprecia cualquier pérdida de energía por fricción.

Cada uno de los N vectores propios del problema corresponden a la estructura espacial de cada una de las N ondas internas presentes en el sistema, con una frecuencia característica asociada (valor propio). Cualquier respuesta forzada del lago puede expresarse como una combinación lineal de los N modos de oscilación (ondas internas), donde las amplitudes de cada modo sólo dependen del tiempo y se calculan resolviendo:

$$\frac{\partial \tilde{\alpha}_r(t)}{\partial t} = i\omega_r \tilde{\alpha}_r(t) + \tilde{f}_r(t) \quad (1)$$

Donde $\tilde{\alpha}_r(t)$ es la amplitud asociada al modo r , i es la unidad imaginaria, ω_r es la frecuencia del modo r , y $\tilde{f}_r(t)$ es una función que cuantifica la interacción del modo r con el campo de viento sobre el lago.

3. ANÁLISIS DE MEDICIONES EN TERRENO

Las Figuras 2 y 3 muestran la dirección y magnitud del viento, y las isotermas registradas en TC1 y TC2, para 12 días en febrero y 24 días en marzo. Para ambos períodos, se observa que el viento predominante viene del Oeste, con intensidades menores a los 5 m/s, por lo que se descarta la ocurrencia de viento Puelche durante el período de medición. Lo más cercano a este tipo de eventos se registró el día 68, con un viento máximo de 6.9 m/s de intensidad y dirección Este.

De los datos de terreno se observa que el lago posee una fuerte estratificación térmica, donde se puede identificar una termoclina que oscila en torno a los 20 m. La cadena 2, ubicada cerca de la costa Oeste del lago, presenta las mayores amplitudes de las oscilaciones de las isotermas en la zona del metalimnion, lo que indica la presencia de ondas internas en el lago.

Dada la estructura térmica del lago, éste puede modelarse como dos capas de densidad constante, separadas por una interfaz de densidad (termoclina), definida como la profundidad a la que se producen las máximas frecuencias boyantes (Fisher et al., 1979). En promedio, éstas se producen a 20 m de profundidad de acuerdo a la información registrada. La serie de tiempo de la termoclina, para cada una de las cadenas, se ha definido como la isoterma que en promedio pasa por los 20 m de profundidad.

Para determinar las frecuencias dominantes en el sistema, se realizó un análisis espectral de la Energía Potencial Disponible (APE, por sus siglas en inglés) (Gill, 1982):

$$APE = \frac{1}{2} \Delta\rho g \eta^2 \quad (2)$$

Donde η corresponde a la desviación de la elevación de la termoclina con respecto a la posición de equilibrio, $\Delta\rho$ es la diferencia de densidad entre la capa superficial y la profunda, y g es la aceleración de gravedad. La Tabla 1 resume las diferencias de densidad entre capas calculadas para cada cadena.

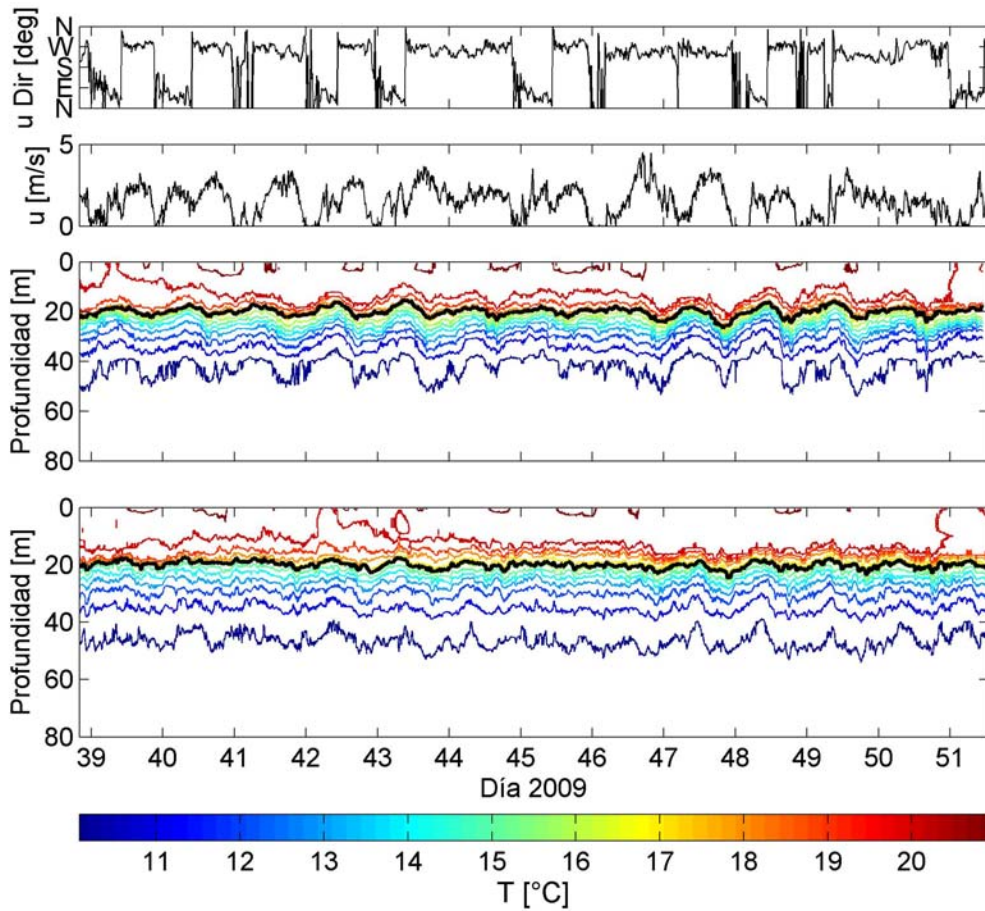


Figura 2: A y B) Dirección y magnitud del viento. C y D) Isotermas registradas en TC1 y TC2 para febrero 2009. La línea negra corresponde a la termoclina.

Tabla 1: Diferencias de densidad

Parámetro [kg/m ³]	Febrero 2009		Marzo 2009	
	TC1	TC2	TC1	TC2
ρ_1	998.40	998.43	998.36	998.52
ρ_2	999.88	999.88	999.86	999.88
$\Delta\rho$	1.48	1.45	1.50	1.36

En la Figura 4 se presenta la densidad espectral de potencia de la APE para TC1 y TC2. En cada figura se han identificado los peaks de energía más importantes, los cuales debieran estar asociados a las frecuencias de los modos de oscilación predominantes en el lago. En todos los espectros se aprecia un peak importante para un período cercano a las 24 hrs, además de máximos asociados a períodos del orden de las 18 hrs y 10 hrs. En los espectros para el mes de marzo se observa un máximo alrededor de las 62 hrs (2.6 días) en ambas cadenas, y de las 154 hrs (6.4 días) para TC2. Este último valor puede estar asociado a efectos resonantes entre las ondas internas y el viento (Antenucci e Imberger, 2003).

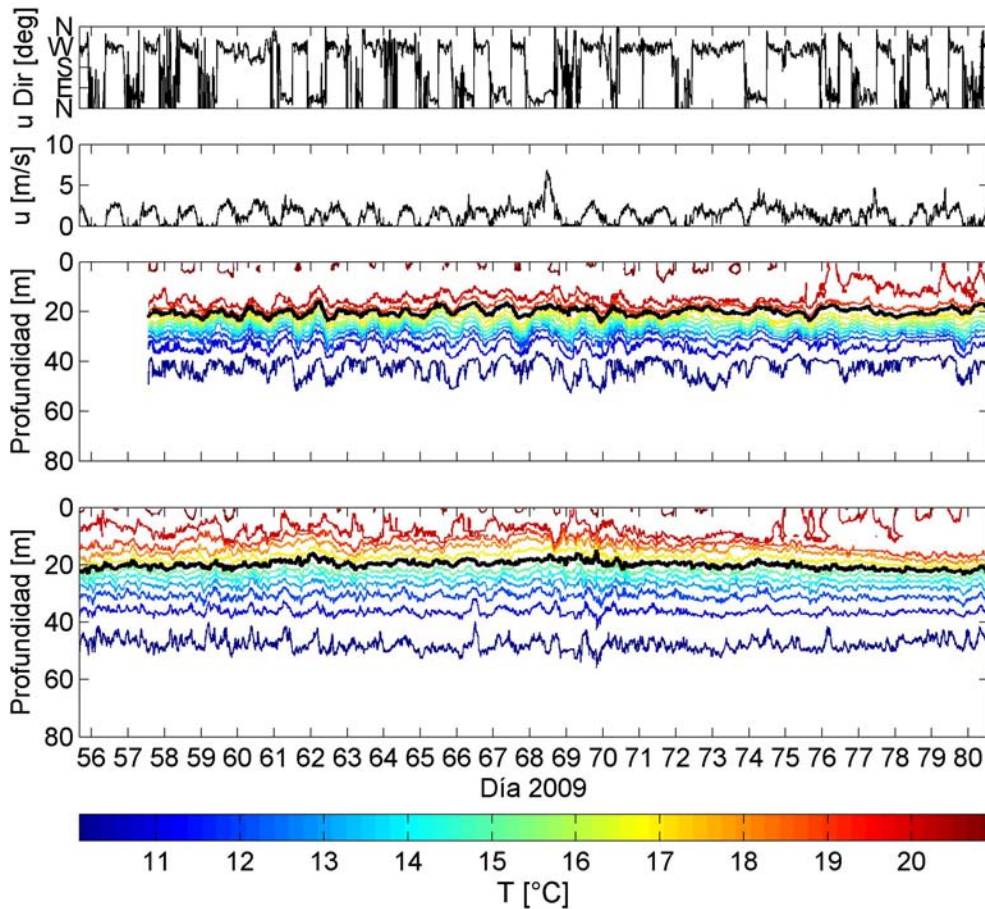


Figura 3: A y B) Dirección y magnitud del viento. C y D) Isothermas registradas en TC1 y TC2 para marzo 2009. La línea negra corresponde a la termoclina.

Las frecuencias obtenidas a partir de los espectros deben ser comparadas con los resultados del análisis modal para determinar si corresponden a las frecuencias de las ondas internas presentes en el lago.

4. CÁLCULO DE ONDAS INTERNAS

El análisis modal se realizó sobre una malla alternada, compuesta por elementos cuadrados de 400 m de lado. Para el cálculo de las ondas internas, se consideró un espesor promedio de la capa superficial $h_1=20$ m, y una diferencia de densidad entre capas $\Delta\rho=1.5$ kg/m³.

Los resultados del análisis modal indican la presencia de una onda Kelvin fundamental de período 21.6 hrs, y sus modos azimutales 2 y 3, de período 11.9 hrs y 9.6 hrs, respectivamente. Estas ondas estarían asociadas a los peaks de APE marcados con líneas punteadas en los espectros de la Figura 4. En la Figura 5 se presentan las nueve primeras ondas internas de gran escala calculadas mediante el análisis modal, donde se aprecia que las ondas Kelvin azimutales 2 y 3 tienen la misma forma radial que la onda Kelvin fundamental (Figuras 5B y 5C), pero con 2 y

3 máximos y mínimos de la elevación de la termoclina a lo largo del perímetro del lago, respectivamente.

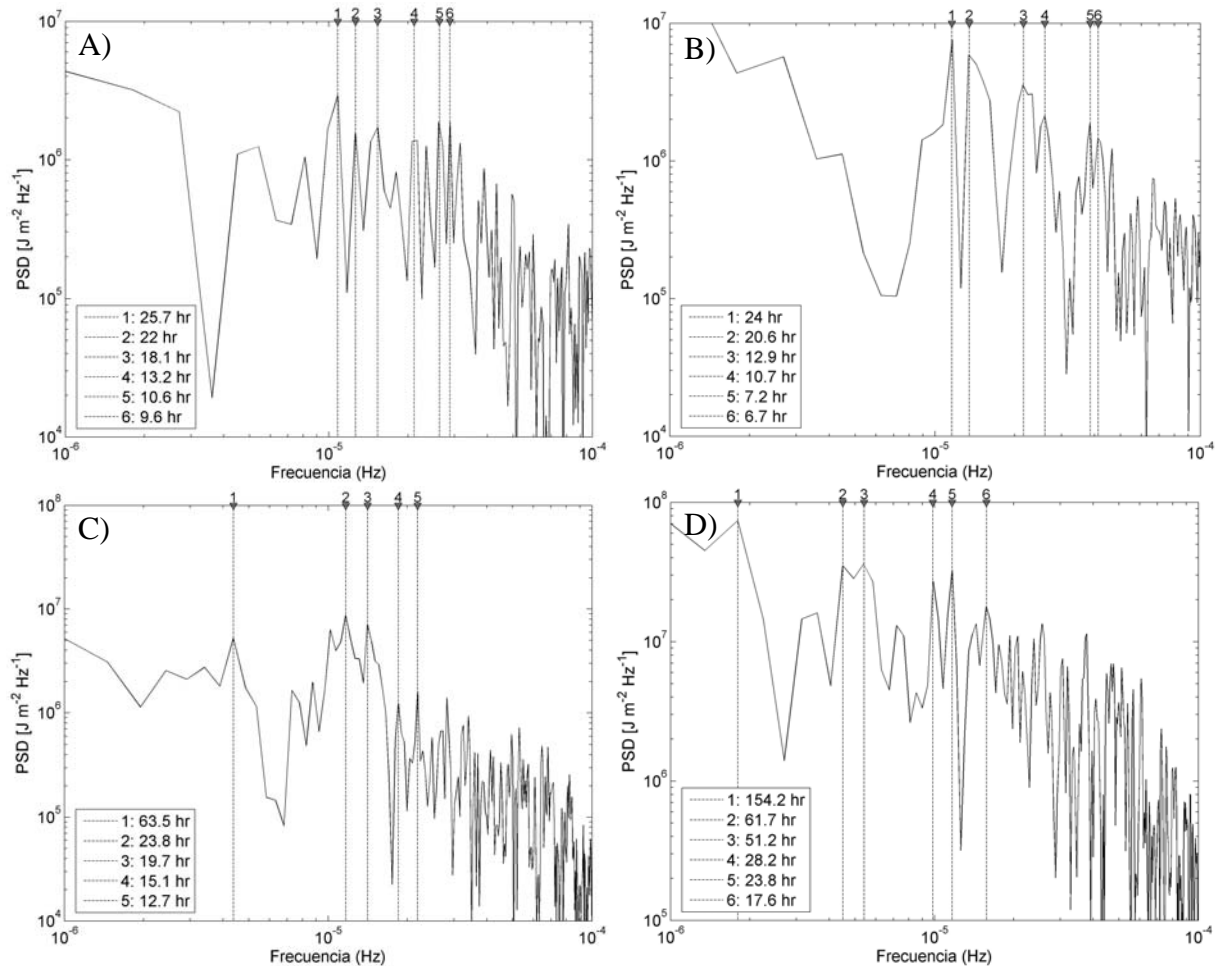


Figura 4: Espectros de: A) TC1 febrero 2009, B) TC2 febrero 2009, C) TC1 marzo 2009 y D) TC2 marzo 2009.

5. DISCUSIÓN

Para el cálculo de las amplitudes modales, se consideró un período de simulación de 58 días, comenzando el día 22 del 2009 (22 enero) hasta el día 80 del 2009 (21 marzo); y una condición inicial nula para todos los modos. Con las amplitudes se calcularon los desplazamientos de las interfaces en TC1 y TC2, arrojando los resultados presentados en la Figura 6. Se observa un buen ajuste en términos de la amplitud de los desplazamientos, sin embargo, las ondas simuladas tienden a propagarse más rápido que las medidas en terreno, lo cual genera un problema de fase para $t > 33$ días. El desfase observado puede deberse a que se ha descartado el efecto de la fricción en el análisis modal, que tiende a desacelerar las ondas.

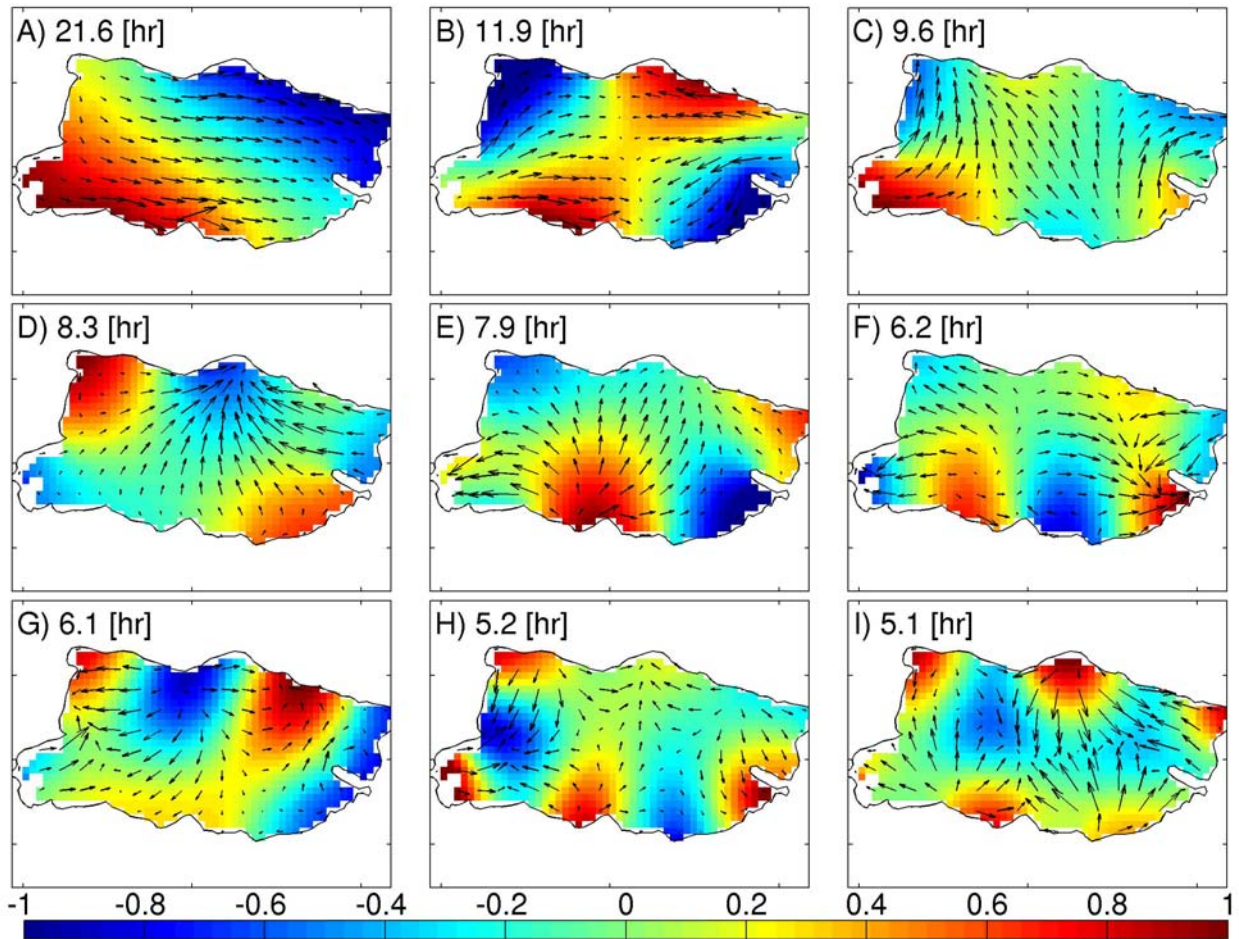


Figura 5: Estructura espacial de las primeras 9 ondas internas

Sin embargo, al desacelerarse las ondas internas la frecuencia natural de la onda Kelvin (21.6 horas) disminuiría también, y se acercaría a la frecuencia forzante del viento de 24 horas. De esta forma, es posible plantear que existe un cierto grado de resonancia entre las ondas Kelvin y el viento (Antenucci e Imberger, 2003). Para estudiar este fenómeno de resonancia, se realizaron 3 simulaciones con $\Delta\rho=1.3, 1.2$ y 1.1 kg/m^3 y $h_1=20 \text{ m}$, tal que el frecuencia de oscilación natural de la onda Kelvin se acerque gradualmente a la frecuencia resonante. De esta forma, los nuevos periodos de oscilación natural de la onda Kelvin son de 21.6, 22.42 y 23.39 hrs, para $\Delta\rho=1.3, 1.2$ y 1.1 kg/m^3 , respectivamente. Cada una de estas simulaciones se realizó utilizando la serie completa de mediciones del viento entre el 22 enero a 21 Marzo de 2009. Los resultados de este análisis se muestran en la Figura 7, donde se observa que a medida que el período de la onda Kelvin se acerca a las 24 hrs, el sistema se vuelve resonante con el viento dado que tanto la amplitud de la oscilación interna como la energía en el sistema, crecen desproporcionadamente a medida que la frecuencia de la onda Kelvin se asemeja a la del viento. Los resultados de la Figura 7 muestran que la resonancia entre el viento y la onda Kelvin induce además un comportamiento periódico, cuya frecuencia es igual a la diferencia entre las frecuencias de la onda Kelvin y del viento, es decir, $|\omega_K - \omega_W|$.

Sin embargo, para lograr la adecuada descripción de este fenómeno de resonancia en el lago Villarrica es necesario incluir algún tipo de mecanismo de disipación de energía para impedir el crecimiento desproporcionado de η_2 que se muestran en la Figura 7. Bajo el escenario lineal aquí presentado, la tasa de disipación de la energía es proporcional a la energía del flujo (Shimizu e Imberger, 2008), y por lo tanto es posible plantear un equilibrio entre la energía entregada periódicamente por el viento y la disipación viscosa proporcional a la energía del flujo. Este equilibrio se caracteriza, por lo tanto, por un alto nivel de energía y podría explicar la gran amplitud de oscilación interna medida (aproximadamente 5 m), a pesar que la magnitud del viento forzante es de baja intensidad. Es importante mencionar que el número de Wedderburn para una velocidad de corte del viento de 0.5 cm/s (Figura 6), $h_1=20$ m, $\Delta\rho=1.5$ kg/m³ y $L=23$ km, alcanza un valor de aproximadamente 10, lo que explica oscilaciones de la interfaz de densidad del orden de un 1 m aproximadamente (Imberger y Hamblin, 1982; de la Fuente et al., 2008). Es así que los resultados de la Figura 6 se explican más por las condiciones iniciales impuestas, que por la excitación del flujo por el viento.

El efecto resonante puede verse obteniendo la solución analítica de la ec. (1) para dos funciones forzantes $\tilde{f}_r(t)$ distintas: constante y sinusoidal de período 24 hrs, ambas con amplitud unitaria. En la figura 8 se observa que a medida que la frecuencia natural de oscilación de la onda Kelvin se acerca al período resonante, las amplitudes crecen notoriamente y la modulación del viento sobre las ondas internas se hace más evidente.

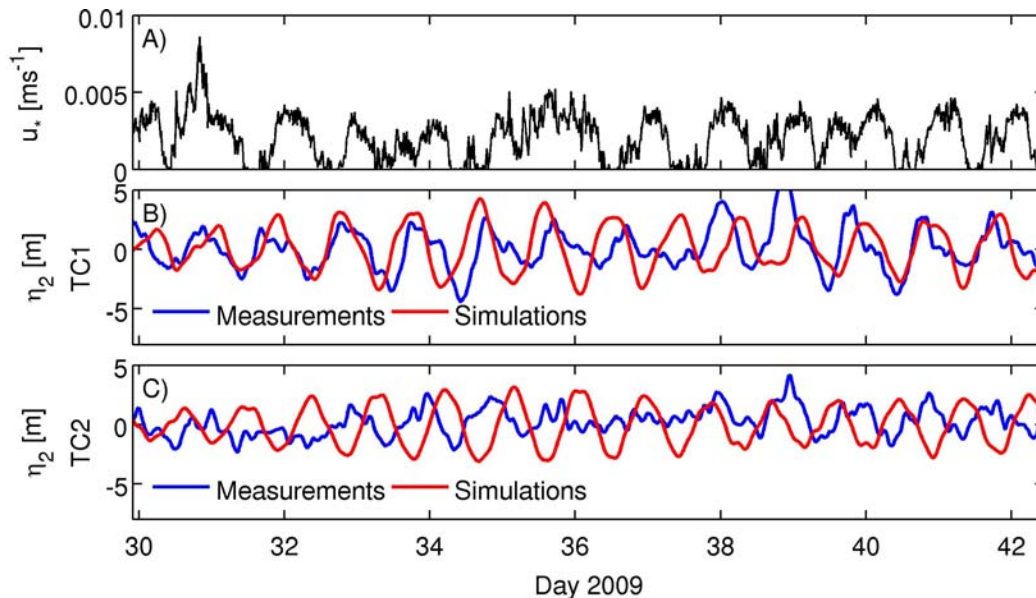


Figura 6: A) Velocidad de corte del viento, B y C) Comparación entre los desplazamientos medidos y simulados de la termoclina para TC1 y TC2.

Si bien los efectos resonantes pueden explicar los peaks observados en los espectros de energía potencial, particularmente para los datos de marzo, es necesario aumentar el tiempo de medición para confirmar la existencia de resonancia a partir de los datos de terreno. Es necesario reconocer, sin embargo, que, en la práctica, nunca se podrá contar con series estacionarias de ondas internas de una extensión superior a un par de meses a lo sumo, ya que al término del periodo de estratificación, ésta se debilita rápidamente.

En este trabajo se ha considerado que el viento que modula el sistema tiene un período cercano a las 24 hrs, aunque en estricto rigor el viento sopla por bloques, por lo que habría que realizar un análisis más detallado para determinar si existe algún tipo de interacción resonante entre las ondas Kelvin y los modos normales de la serie de viento.

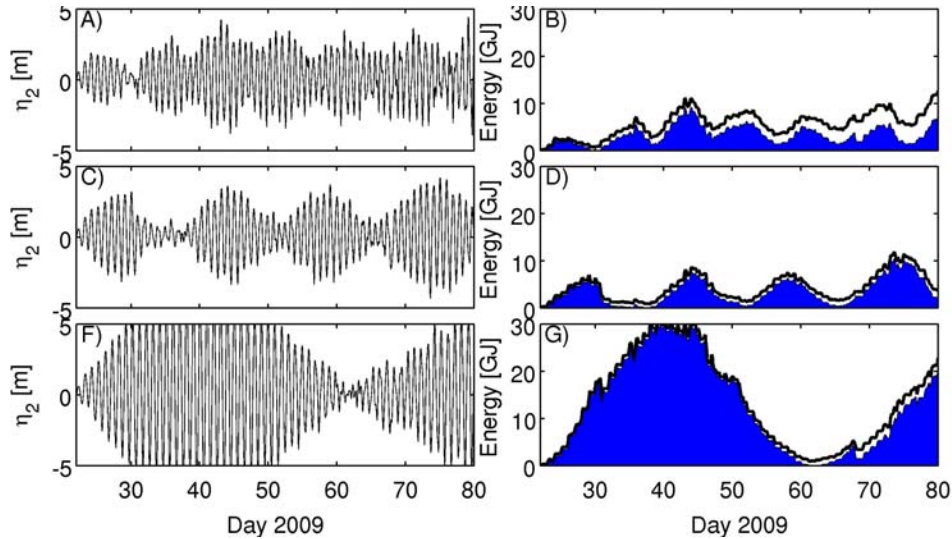


Figura 7: Serie de tiempo del desplazamiento de la termoclina en TC1 (columna izquierda), energía total del flujo (línea negra, columna derecha) y energía de la onda Kelvin (área azul, columna derecha), simuladas para $\Delta\rho=1.3, 1.2$ y 1.1 kg/m^3 (primera, segunda y tercera fila, respectivamente).

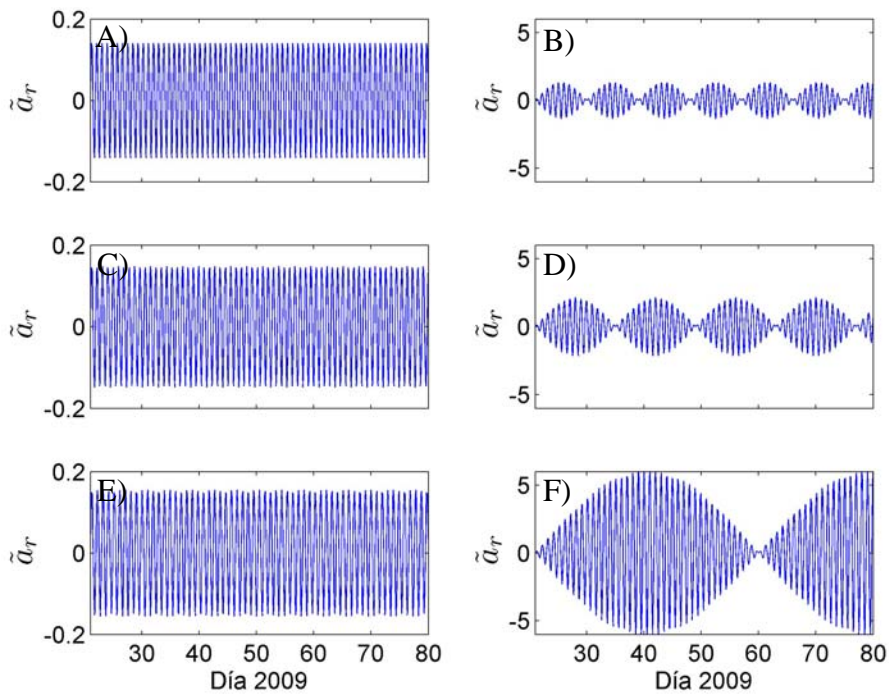


Figura 8: Solución analítica para la ec. (1). Amplitudes para forzante constante (columna izquierda) y para forzante sinusoidal (columna derecha), calculadas para $\Delta\rho=1.3, 1.2$ y 1.1 kg/m^3 (primera, segunda y tercera fila, respectivamente).

6. CONCLUSIONES

Se ha realizado un análisis modal para estudiar la presencia de ondas internas de gran escala en el lago Villarrica. A partir de datos de terreno y los resultados numéricos del análisis modal, se han identificado 3 ondas Kelvin y una frecuencia resonante entre el viento y las ondas internas como las principales componentes armónicas de las oscilaciones observadas para la termoclina en el lago. Los datos de terreno indican que las principales ondas internas en la interfaz de densidad tienen periodos de 17.6, 23.8, 61.7 y 154.2 hrs. La mayoría de estas frecuencias se observan en las simulaciones numéricas, las que presentan un buen ajuste con respecto a las ondas internas observadas. Los resultados numéricos indican la presencia de una onda Kelvin de modo 1 (fundamental), con un período cercano a las 24 hrs. Este valor coincide con la periodicidad del viento, por lo que se infiere que las ondas Kelvin se encuentran en un estado cuasi-resonante, el cual es controlado en la práctica por fricción con las riberas y fondo del lago.

Los datos de terreno obtenidos en la campaña del verano del 2009 están siendo actualmente analizados para obtener más información respecto a otros aspectos hidrodinámicos relevantes en el Lago Villarrica, incluyendo procesos de mezcla asociados al viento y a la convección penetrativa por enfriamiento superficial nocturno y la respuesta de la concentración de biomasa de fitoplancton y oxígeno disuelto en la columna de agua en función de las condiciones meteorológicas forzantes del sistema.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo otorgado por el Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, y el financiamiento entregado por el Proyecto FONDECYT 1080617.

REFERENCIAS

Antenucci, J.P. and Imberger, J. 2003. The seasonal evolution of wind/internal wave resonance in Lake Kinneret. *Limnology and Oceanography* 48: 2055 – 2061.

de la Fuente, A., Shimizu, K., Imberger, J., and Niño, Y. 2008. The evolution of internal waves in a rotating stratified, circular basin and the influence of weakly nonlinear and nonhydrostatic accelerations. *Limnology and Oceanography* 53: 2738-2748.

Fischer, H., E. List, R. Koh, J. Imberger, and N. Brooks. 1979. *Mixing in inland and coastal waters*. Academic Press.

Gill, A. E. 1982. *Atmosphere-ocean dynamics*. Academic Press.

Imberger, J., and P. F. Hamblin. 1982. Dynamics of lakes, reservoirs and cooling ponds. *Annual Review of Fluid Mechanics* 14: 153-187.

Meruane, C., Niño, Y., and Garreaud, R. 2005. Simulation of phytoplankton response to strong wind events in Lake Villarrica, Chile. *Proceedings of the XXXI IAHR Congress*. Seoul, Korea.

Meruane, C. 2005. El efecto del viento Puelche sobre la hidrodinámica y calidad de aguas del lago Villarrica. Memoria para optar el título de Ingeniero Civil, Universidad de Chile.

Monismith, S.G. 1985. Wind-induced motions in stratified lakes and their effect on mixed layer-shear. *Limnology and Oceanography* 30: 771-783.

Shimizu, K., Imberger, J. and Kumagai, M. 2007. Horizontal structure and excitation of primary motions in a strongly stratified lake. *Limnology and Oceanography* 52: 2641 – 2655.

Shimizu, K. and J. Imberger. 2008. Energetics and damping of basin-scale waves in a strong stratified lake. *Limnology and Oceanography* 53: 1574 – 1588.