SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA XXV CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

EFECTO DE LA VARIABILIDAD ESPACIAL DE PROPIEDADES DEL MEDIO POROSO SOBRE LA ESTIMACIÓN DEL HOLDUP EN UNA PILA DE LIXIVIACIÓN

ALDO IGNACIO MUÑOZ SEPÚLVEDA¹ SANTIAGO MONTSERRAT MICHELINI² HUMBERTO ESTAY CUENCA³

RESUMEN

El presente trabajo evalúa el efecto de considerar variabilidad espacial de las propiedades de un medio poroso que conforma una pila de lixiviación, considerando que su textura es uniforme. En particular, se busca estudiar si esta heterogeneridad, en un régimen de flujo parcialmente saturado, afecta de forma relevante al volumen de líquido que es capaz de retener en su interior. Este volumen es un parámetro en el diseño del proceso productivo asociado a las pilas y usualmente se le denomina como *holdup*. Se formuló un modelo matemático para simular los flujos, de solución y aire, al interior de una pila. La implementación de este modelo se realizó utilizando el software DuMu^x como motor de cálculo. Posteriormente, se realizó una simulación de Montecarlo donde la aleatoriedad fue incluida en el muestreo heterogéneo de las propiedades que definen al lecho poroso. Los resultados de las simulaciones ejecutadas muestran que la heterogeneidad de los parámetros para una textura de lecho fija no presenta un efecto relevante en el *holdup* promedio de la pila. Sin embargo, esta heterogeneidad afecta de forma relevante a la variabilidad de la humedad en su interior, llegando a generar que una zona apreciable del dominio no sea humectada al momento de regar. Los resultados sugieren que al no considerar la heterogeneidad se podría sobrestimar la recuperación de mineral.

¹Ingeniero de Investigación y desarrollo, Advanced Mining Technology Center AMTC, Universidad de Chile; Estudiante Doctorado en Fluidodinámica, Universidad de Chile - email: aldo.munoz@amtc.cl

²Investigador Asociado Advanced Mining Technology Center AMTC, Universidad de Chile - email: santiago.montserrat@amtc.cl

³Investigador Titular Advanced Mining Technology Center AMTC, Universidad de Chile - email: humberto.estay@amtc.cl

1. INTRODUCCIÓN

El proceso de lixiviación corresponde a la extracción química de minerales desde un sólido mediante su contacto con una solución acuosa reactiva. En en el caso de las pilas y botaderos en faenas mineras, los sólidos son triturados y acopiados de forma mecanizada en terraplenes de gran extensión que se riegan sistemáticamente, forzando que la lixiviación ocurra al interior de la estructura. En general, el proceso es utilizado en la extracción de minerales en rocas con una baja ley, debido a su relativo bajo costo y consumo energético (López, 2012; McBride et al., 2012; Cai, 2016; Petersen, 2016; Ghorbani et al., 2016).

En una operación normal, la eficiencia en el proceso de lixiviación en la pila depende de que coexista una fase líquida y una fase gaseosa en su interior, formando un medio poroso parcialmente saturado. Esta característica genera que el balance entre fuerzas capilares y gravitatorias dominen la dinámica de los fluidos, existiendo un volumen de líquido retenido al interior de la estructura. Este volumen, denominado *holdup*, es un componente clave en su diseño (de Andrade Lima, 2006).

Diversos autores (McBride et al., 2012; Cai, 2016) han incorporando conceptos de flujos en medios porosos no saturados y modelado numérico para caracterizar la distribución del *holdup*, que puede ser expresado como una distribución de humedad. Para obtener tal valor, es necesario parametrizar las propiedades de los fluidos que se transportan y el medio poroso. Dingman (2015) muestra que la propiedades del medio poroso pueden estimarse en función de la textura del lecho. Esta información está disponible en fases tempranas de los diseños de pilas, por lo que es una alternativa práctica de considerar para la caracterización del sólido al momento de simular flujos.

Dado que las proporciones entre arcillas, limos y arenas describen globalmente la fase sólida, es razonable suponer que pueda existir una variabilidad espacial de las propiedades que determinan el comportamiento de los flujos, incluso si su proporción se mantiene uniforme en todas las zonas de la pila. De esta forma, en el presente trabajo, se busca evaluar si es significativo tal efecto. En particular, es de interés evaluar cómo esta variabilidad de la fase sólida puede afectar al volumen de *holdup* y su distribución espacial.

Para cuantificar el efecto de la variabilidad se desarrolla una simulación de Montecarlo, ejecutando un modelo de flujos en medios porosos no saturados con base física, tridimensional y a escala de faena. Cada ejecución del modelo incorpora una distribución heterogénea de las propiedades del lecho, muestreando de forma aleatoria cada una en un rango esperado y coherente con una textura uniforme. Cada simulación considera que las propiedades del medio poroso no varían en el tiempo, por lo que la variabilidad en los resultados sólo puede ser explicada por la heterogeneidad espacial.

Este trabajo se subdivide de la siguiente manera: en la Sección 2, se presentan las características físicas principales que se pueden encontrar en el proceso de lixiviación en pilas, con tal de situar al lector en los rangos típicos de los componentes del proceso; en la Sección 3, se presenta el sistema de ecuaciones con el que son resueltos los flujos al interior de la pila de lixiviación; en la Sección 4, se describe la metodología de evaluación del efecto de la variabilidad, presentando los escenarios de simulación utilizados; en la Sección 5 se presentan los principales resultados de las simulaciones y, finalmente, en la Sección 6 se presentan las conclusiones del estudio.

2. CARACTERÍSTICAS FÍSICAS PRINCIPALES DE UNA PILA DE LIXIVIACIÓN

En la Figura 1 se presenta un diagrama de flujo típico del proceso de lixiviación en pilas para minerales de cobre, con tal de ejemplificar los componentes de la estructura. Cada pila es construida con material triturado formando terraplenes que pueden presentar entre 5 m y 15 m de altura, con taludes laterales entre los 1,3:1 H:V a 2:1 H:V, dependiendo de las características geotécnicas del material. Cada terraplén puede ser construido sobre uno lixiviado previamente o directamente sobre un sistema de drenaje preparado sobre el terreno, pudiendo obtener alturas totales de pilas del orden de las centenas de metros.



Figura 1: Diagrama de flujo típico de lixiviación en pilas. Las flechas representan la dirección del flujo de solución. PLS (*Pregnant Leach Solution*): Solución impregnada de mineral. Pad: Término general utilizado para denominar a las obras asociadas a la fundación de una pila. Modificado de Petersen (2016).

La granulometría de cada pila, por lo general, presenta una fracción gruesa que puede superar los $d_{80} > 15$ cm en el caso de un material de botadero (ROM) y los $d_{80} > 1.5$ cm en el caso de material chancado en pilas dinámicas, combinado con una fracción de material fino (menor que malla 200). Este último puede ser un factor relevante en la percolación de la solución a través de la estructura (Guzman et al., 2008).

El material acopiado es regado con una solución compuesta por agua y reactivos a tasas que rondan los $5 L/(m^2 h) - 20 L/(m^2 h)$ mediante el uso de riego por aspersores o goteo. En este proceso se determinan zonas de riego en las que se distribuye de forma homogénea la solución. A su vez, en algunas faenas, se incorpora la inyección forzada de aire desde la base de la estructura, con tasas en torno a los $0,1 m^3/(m^2 h) - 0,5 m^3/(m^2 h)$ (Petersen, 2016).

3. MODELO HIDRODINÁMICO DE UNA LA PILA DE LIXIVIACIÓN

Al modelar los flujos al interior de la pila de lixiviación como un sistema fluido multifase dentro de un lecho poroso, la ecuaciones que rigen el fenómeno corresponden a (Flemisch, 2013):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi S_f \rho_f \right) + \operatorname{div} \left(\rho_f \boldsymbol{q}_f \right) = \phi S_f \rho_f i_f \quad (1) \qquad \boldsymbol{q}_f = -\frac{k_{rf}k}{\mu_f} \left(\operatorname{grad} p_f - \rho_f \boldsymbol{g} \right) \quad (2)$$

$$S_w + S_n = 1$$
 (3) $p_n - p_w = p_c$ (4)

donde el subindice ()_f hace referencia a una fase gaseosa o líquida ($f = n, w^{1}$), ϕ es la porosidad del medio, S_{f} es la saturación de la fase, ρ_{f} corresponde a la densidad de la fase, q_{f} es el vector de velocidad de Darcy, i_{f} corresponde al flujo neto de las fuentes y sumideros por unidad de volumen, μ_{f} es la viscosidad dinámica del fluido, k la permeabililidad intrínseca del medio y k_{rf} corresponde a la permeabilidad relativa del medio, que rescata el efecto de la existencia de múltiples fases. La ecuaciones (1) y (2) requieren las ecuaciones (3) y (4) para estar determinadas (Diersch, 2014; Flemisch, 2013). Estas restricciones representan que el volumen de vacíos $d\forall_{v}$ esta totalmente ocupado por los fluidos (Ecuación (3)) y que existe una presión capilar p_{c} que liga las presiones entre las fases (Ecuación (4)), respectivamente.

Los parámetros de la matriz de suelo seco $(k \ y \ \phi)$ deben ser obtenidos en base a experimentación y pueden presentar variaciones de acuerdo al estado tensional del lecho, efecto que no es considerado en este trabajo. En el caso de las parámetros de la fases fluidas $(\rho_f \ y \ \mu_f)$, se ha considerado un líquido incompresible e isotérmico y un gas ideal:

$$\rho_w(T, p_w) = \rho_{w0}$$
(5)
 $\mu_w(T, p_w) = \mu_{w0}$
(6)

$$\rho_n(T, p_n) = M^{\text{aire}} \frac{p_n}{RT} \qquad (7) \qquad \mu_n(T, p_n) = \frac{a_\mu T^{3/2}}{T + s_\mu} \left[1 + \left(\frac{p_n}{p_0} - 1\right) f_\mu(T) \right] \qquad (8)$$

donde $()_0$ hace referencia a una condición inicial predefinida que se mantiene constante independiente de la presión o la temperatura, T corresponde a la temperatura, M^{aire} es la masa molar del aire, R es la constante de los gases, a_{μ}, s_{μ} son parámetros de ajuste, p_0 es una presión de referencia utilizada al ajustar el modelo y $f_{\mu}(T)$ es una función que ajusta el efecto de la presión en la viscosidad del gas dada una temperatura.

En el caso de la presión capilar p_c , se ha demostrado en la literatura (Dingman, 2015; Flemisch et al., 2011; Flemisch, 2013; McBride et al., 2012; Cai, 2016) que depende de la saturación efectiva S_e (o de forma equivalente de la humedad normalizada Θ):

$$S_e = \Theta \qquad \qquad S_e = \frac{S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw} - S_{rn}} \qquad \qquad \Theta = \frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_{\text{sat}} - \theta_r} \tag{9}$$

donde S_{rw} y S_{rn} corresponden a las saturación residual del líquido y el gas, respectivamente, $\theta_r = \phi S_{rw}$ es la humedad residual y $\theta_{sat} = \phi(1 - S_{rn})$ es la humedad de saturación. Para obtener la magnitud de la presión capilar p_c y la permeabilidad relativa k_r se han adoptado el uso de las expresiones de Brooks & Corey (1964):

$$p_{c}(S_{e}) = p_{e}S_{e}^{-1/\lambda_{BC}} \qquad k_{rw} = S_{e}^{\frac{2+3\lambda_{BC}}{\lambda_{BC}}} \qquad k_{rn} = (1 - S_{e})^{2} \left(1 - S_{e}^{\frac{2+\lambda_{BC}}{\lambda_{BC}}}\right), \quad (10)$$

donde λ_{BC} y p_e son parámetros característicos del medio que provienen de experimentación.

 $^{^{1}}n$: nonwetting phase, w: wetting phase

4. METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN DEL EFECTO DE LA VARIABILIDAD ESPACIAL

Para estudiar el efecto de la variabilidad espacial, se ha desarrollado una simulación de Montecarlo de una pila con textura homogénea, utilizando características físicas y parámetros representativos de un proceso de lixiviación a escala real. El movimiento de los fluidos en la pila se obtiene de resolver el sistema de ecuaciones detallado en la sección anterior utilizando volúmenes finitos, para una geometría fija sujeta a una regla de riego predefinida. El núcleo de cálculo para resolver el sistema de ecuaciones descritos corresponde al disponible en el código de investigación DuMu^{x2} (Flemisch et al., 2011; Koch et al., 2020). Esta herramienta ha sido utilizada en diversas aplicaciones de flujos en lechos porosos no saturados con buenos resultados. Para verificar su funcionamiento en el escenario de estudio, fueron ejecutadas simulaciones de columnas unidimensionales y comparadas con soluciones analíticas, mostrando un excelente desempeño.

La pila se divide en celdas que se consideran representativas de un porcentaje del lecho. En cada una, se realiza un muestreo aleatorio de los parámetros requeridos para calcular las propiedades del medio poroso no saturado, considerando una distribución uniforme en el rango $\chi \in [\bar{\chi} - \sigma_{\chi}, \bar{\chi} + \sigma_{\chi}]$, siendo $\bar{\chi}$ un valor medio representativo de un parámetro χ para una cierta textura y σ_{χ} su desviación estándar. El ejercicio se realizó para Arenas (SW) y Arenas Arcillosas (SC), considerando los parámetros presentados y definidos en la Tabla 1. Estas texturas son coherentes con muestras reales de pilas, como se puede verificar comparándolas con las muestras de faenas chilenas analizadas en el trabajo de López (2012).

Tabla 1: Promedio y desviación estándar de los parámetros utilizados en el cálculo de propiedades del medio poroso no saturado. Fuente: Dingman (2015).

Parámetro		Unidad	Arena Arcillosa (SC)	Arena (SW)
Porosidad	ϕ	m^3/m^3	0.495 (0.064)	0,395 (0.056)
Humedad residual	$ heta_r$	m^3/m^3	0,091 (0,013)	0,055 (0,002)
Humedad de saturación	$\theta_{\rm sat}$	m^3/m^3	0,436 (0,025)	0,374 (0,008)
Conductividad hidráulica saturada	K_{s}^{***}	cm/d	18,3 (4,5)	712,9 (3,5)
Altura de presión de entrada de aire	ψ_e	cm	15,3 (17,3)	12,1 (14,3)
Parámetro distribución de tamaño de poros	b	-	10,4 (1,64)	4,05 (1,78)

Valores de las variables presentadas de la forma $\chi(\sigma_{\chi})$, con χ el valor promedio y σ_{χ} su desviación estándar.

**** Autor original presenta el dato y su incertidumbre tomando logaritmo $\log_{10} K_s$.

Una vez obtenido el muestreo de los parámetros asociados a cada celda, se calculan las propiedades requeridas por el conjunto de ecuaciones diferenciales presentado en la Sección 3. Con la caracterización del lecho asignada a cada elemento de la grilla numérica, se ejecuta el modelo de flujos obteniendo resultados. Este proceso se realizó 100 veces para cada textura, considerando la geometría y riego que se detallan posteriormente. En la Figura 2 se presenta un diagrama de flujo que resume la metodología utilizada en la construcción y ejecución de cada escenario.

²DUNE for multi-phase, component, scale, physics, domain, ... flow and transport in porous media, Versión 3.2



Figura 2: Diagrama de flujo de la metodología utilizada para la construcción y ejecución de cada escenario.

En cada simulación del modelo de base física, se considera que el líquido que se infiltra es agua y que la fase gaseosa corresponde al aire, modelado como un gas ideal. Se considera una temperatura constante de 20 °C y los parámetros de ajuste para la viscosidad del aire disponibles por defecto en DuMu^x.

La pila sintética evaluada presenta forma de paralelepípedo con aristas en su superficie de magnitudes $L_x = 100 \text{ m}$, $L_y = 80 \text{ m}$ y una altura de H = 12 m con taludes laterales 1:1 H:V, como se muestra en la Figura 3. Este dominio fue grillado utilizado $n_x = 20$, $n_y = 16 \text{ y} n_z = 30$, obteniendo 9600 elementos con un volumen que ronda los 12,9 m³ cada uno.

Se define como zona de riego la superficie de la pila descontando una franja lateral de 5 m de ancho, generando un área de riego efectivo de $A_r = 6300 \text{ m}^2$. En toda la zona superior se considera que el aire puede entrar o salir del dominio libremente dependiendo de los gradientes de presiones que se verifiquen. En los taludes se impuso una condición de borde de flujo nulo para ambas fases. En el fondo se impone una condición de flujo libre de líquido y gas. Como condición inicial se utiliza una humedad residual distribuida en el dominio y una presión de aire constante igual a 1 atmósfera (Figura 3).

Cada simulación tuvo una duración igual a 365 días considerando irrigaciones de $8 L/(m^2 h)$, representativa de magnitudes en pilas dinámicas en minería, distribuidas espacialmente en 4 sectores con igual área y riegos diferidos. El caudal regado en cada área asciende a 12,6 m³/h. Un esquema de los cuadrantes de riego y las reglas de riego aplicadas en cada uno se presenta en la Figura 4.

El muestreo de los parámetros fue realizado sobre las variables definidas según las formulaciones presentadas por Dingman (2015) (Tabla 1), obteniendo luego los parámetros requeridos en el sistema de ecuaciones de la sección anterior utilizando las funciones que las relacionan. Ejemplos del efecto del muestreo en las curvas de retención de humedad se presenta en la Figura 5a y un ejemplo de la distribución espacial obtenida se presenta en la Figura 5 (5b y 5c). Cabe mencionar que en la transformación de algunos de los parámetros requieren funciones no lineales, por lo que sus distribuciones, luego de la transformación, no son uniformes.



Figura 3: Malla tridimensional utilizada en aplicaciones en pilas y condiciones de borde. 9600 hexaedros.



Figura 4: Vista superior de sectores de riego considerados y reglas de riego por zona aplicados a pila sintética. J_0 : Tasa de irrigación en L/(m² h). Q_0 : Caudal irrigado en m³/h. Área de riego por zona $A_{ri} = 1575 \text{ m}^2$. Área de riego total $A_r = 6300 \text{ m}^2$.

5. RESULTADOS

En la Figura 6 se presenta el *holdup* obtenido para cada escenario, comparando los valores al suponer homogeneidad y heterogeneidad de parámetros. En ellas se evidencia que la heterogeneidad espacial de los parámetros afecta principalmente al rango de humedades presentes en el dominio, manteniendo con una baja perturbación el valor promedio.

La baja sensibilidad del promedio espacial de las humedades es esperable ya que, en tanto los flujos sean menores a la conductividad hidráulica saturada, la humedad dependerá principalmente de la textura del suelo y del modo y magnitud del riego, condiciones fijas en todas las simulaciones ejecutadas. Esto es debido a que en un medio poroso no saturado, la ecuación de Darcy (Ecuación (2)) se corrige por el efecto de la saturación a través de la permeabilidad relativa (Ecuación (10)), que es función de la saturación efectiva del medio. En otros sistemas de ecuaciones que modelan flujos en lechos porosos no saturados y que son análogos al que fue resuelto en este trabajo, como las ecuaciones de Richads, esta dependencia de la saturación se interpreta como una generalización del concepto de conductividad hidráulica, que pasa de ser un parámetro del lecho y el fluido, a un



(a) Ejemplo de curvas de retención de humedad obtenidas a partir del muestreo de las propiedades.







(c) Ejemplo de distribución espacial de porosidad.

Figura 5: Ejemplos de distribución de parámetros.



Figura 6: Media espacial y rango de humedades, *holdup*, obtenidos. $\bar{\theta}$: Promedio espacial de la humedad. $\Delta \theta_{max}$: Rango máximo. El superíndice * hace referencia a que la variable presentada considera el promedio o rango de todas las simulaciones heterogéneas.

parámetro dependiente adicionalmente del flujo por las correcciones que impone la existencia de la capilaridad a través de las curvas de retención de humedad (Ecuación (4) y Figura 5a).

En el caso de una arena limpia (SW), se observa una disminución leve pero consistente de la humedad promedio del lecho en los escenarios que consideran heterogeneidades. Esto sugiere que la variabilidad genera canales preferenciales para el flujo, definidos como zonas interconectadas en las que la permeabilidad relativa y saturación aumentan, proveyendo al medio poroso de caminos capaces de drenar de forma más eficiente la solución.

En la Figura 7 se presentan curvas de distribución para el promedio temporal de humedades en cada celda. En ella se aprecia que los rangos de humedad se ven afectados de forma apreciable al considerar heterogeneidades, dejando incluso un porcentaje de las celdas sin ser humectadas de forma eficiente.

El efecto de aumentar la heterogeneidad genera que la distribución promedio de humedades sea más suave para las texturas analizadas. Un número importante de celdas, en torno a un 5 % y 15 % para en el caso de los escenarios SC y SW respectivamente, presentan valores de humedad media entre los $0,05 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 - 0,1 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, es decir, del orden de la humedad residual (Tabla 1). De esta forma, la heterogeneidad genera que existan sectores en la pila que en promedio no puedan ser alcanzados por la solución y, por lo tanto, de donde no sería posible extraer mineral. De esta manera, suponer propiedades homogéneas a partir de considerar una textura uniforme se traduciría en sobreestimar la recuperación de mineral desde la pila de lixiviación.

En la Figura 8 se muestra un plano vertical para ejemplificar el campo de humedades. Se aprecia de forma consistente que en los casos con texturas homogéneas en el dominio, los frentes de humedad



Figura 7: Distribución de humedades promedio temporal por celda θ_{celda} .

presentan formas regulares. Aproximaciones del flujo del estilo *plug flow* o unidimensional, muy utilizado en la simulación de pilas de lixiviación, sería razonable. Ahora bien, desde un punto de vista hidrodinámico, la heterogeneidad genera caminos preferenciales para el flujo y puede afectar en la manera en que reactivos y materiales valiosos pueden transportarse. Es interesante también notar que la heterogeneidad genera que para un lecho con arena arcillosa, ciertos sectores se saturen pudiendo generar presiones de poros positivas.

6. CONCLUSIONES

En este estudio se analiza mediante modelado numérico el efecto de incorporar heterogeneidad espacial en los parámetros que definen las propiedades hidrodinámicas de un medio poroso parcialmente saturado que presenta una cierta textura. Los resultados muestran que la heterogeneidad no genera cambios importantes en el *holdup* promedio de una pila de lixiviación. Sin embargo, esta puede generar que existan sectores en la pila que no son bien humectados durante el periodo de riego, pudiendo limitar la recuperación de mineral. Por ello, se considera significativo el efecto de la heterogeneidad en la distribución espacial del *holdup* y se sugiere considerarlo en diseños de estas estructuras.

Dado el escenario de riego y condiciones iniciales utilizadas en este estudio, se estima que entre un 5 % y un 15 % del volumen de la pila mantendría una humedad promedio entorno a la humedad residual. De esta manera, suponer medios homogéneos se traduciría en sobreestimar la recuperación de mineral desde la pila de lixiviación.

Un estudio en desarrollo se encuentra evaluando el efecto de la heterogeneidad en el flujo sobre las ecuaciones de transporte de minerales y reactivos en pila. Además de la heterogeneidad espacial en las texturas y la importancia relativa entre parámetros, se evalúa el efecto de las condiciones de riego, condiciones de borde y modelos de disolución y precipitación mineral.





AGRADECIMIENTOS

El primer autor agradece a la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) por: ANID-Subdirección de Capital Humano/ Doctorado Nacional /2021-21212042. Powered@NLHPC: Esta investigación fue parcialmente apoyada por la infraestructura de supercomputación del NLHPC (ECM-02). Los autores agradecen la contribución de dos revisores anónimos a este trabajo y a ANID por los fondos otorgados: FONDEF/CONICYT 2019+ ID19I10202, CONICYT-PIA Project AFB180004, CONICYT + FONDEF/ CONCURSO IDEA I+D.

REFERENCIAS

- Brooks, R. H. & Corey, A. (1964). Hydraulic properties of porous media. *Hydrology papers colorado state university*, 3.
- Cai, L. (2016). *CFD Modelling of Chalcopyrite Heap Leaching*. A thesis presented for the degree of Doctor of Philosophy, Imperial College London.
- de Andrade Lima, L. (2006). Liquid axial dispersion and holdup in column leaching. *Minerals engineering*, 19(1), 37–47.
- Diersch, H. J. G. (2014). *FEFLOW: Finite element modeling of flow, mass and heat transport in porous and fractured media.* Springer.
- Dingman, S. L. (2015). Physical hydrology. Waveland press.
- Flemisch, B. (2013). *Tackling Coupled Problems in Porous Media: Development of Numerical Models and an Open Source Simulator.* PhD thesis, University of Stuttgart.
- Flemisch, B., Darcis, M., Erbertseder, K., Faigle, B., Lauser, A., Mosthaf, K., Müthing, S., Nuske, P., Tatomir, A., Wolff, M., et al. (2011). Dumux: Dune for multi-{phase, component, scale, physics,...} flow and transport in porous media. *Advances in Water Resources*, 34(9), 1102–1112.
- Ghorbani, Y., Franzidis, J. P., & Petersen, J. (2016). Heap leaching technology Current State, innovations, and future directions: A review. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 37(2), 73–119.
- Guzman, A., Scheffel, R., & Flaherty, S. (2008). The fundamentals of physical characterization of ore for leach. In *Hydrometallurgy 2008: Proceedings of the 6th International Symposium*, number February (pp. 937–954).
- Koch, T., Gläser, D., Weishaupt, K., Ackermann, S., Beck, M., Becker, B., Burbulla, S., Class, H., Coltman, E., Emmert, S., et al. (2020). Dumux 3–an open-source simulator for solving flow and transport problems in porous media with a focus on model coupling. *Computers & Mathematics with Applications*.
- López, E. (2012). Estudio experimental de la permeabilidad de materiales depositados en pilas de lixiviación. Tesis para optar al grado de magíster en Ciencias de la Ingeniería Mención Ingeniería Geotécnica, Universidad de Chile.
- McBride, D., Cross, M., & Gebhardt, J. E. (2012). Heap leach modeling employing CFD technology: A 'process' heap model. *Minerals Engineering*, 33, 72–79.
- Petersen, J. (2016). Heap leaching as a key technology for recovery of values from low-grade ores A brief overview. *Hydrometallurgy*, 165, 206–212.