

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRÁULICA**  
**XXV CONGRESO CHILENO DE INGENIERIA HIDRÁULICA**

**SCOUR APP: UN SOFTWARE DE CÓDIGO ABIERTO PARA ESTUDIAR LA  
SOCAVACION LOCAL  
PERSPECTIVAS DE UN MEMORISTA**

**IGNACIO VARGAS<sup>1</sup>**

**HERNAN ALCAYAGA<sup>2</sup>**

**ALONSO PIZARRO<sup>3</sup>**

**RESUMEN**

ScourAPP es un software de código abierto que modela la evolución temporal de la socavación local ante crecidas fluviales. El software ha sido desarrollado con una visión “open-source” y, por ende, puede ser descargado, usado y modificado sin costo alguno. Además, ScourAPP, tiene una interfaz gráfica (GUI por sus siglas en inglés) y códigos modificables (scripts) que pueden emplearse para objetivos académicos y científicos. Este manuscrito presenta ScourAPP con una visión estudiantil, de forma que pueda ser usado como material de apoyo en diferentes ramos hidráulicos, y también en la realización de una memoria de título o investigación. En particular, este documento muestra las perspectivas de una memorista. Las secciones 2 y 3 presentan ScourAPP y su metodología, como también un caso de estudio a escala real. La sección 4 presenta la importación del software en el área estudiantil

---

<sup>1</sup>Egresado, Escuela de Ingeniería Civil en Obras Civiles, Universidad Diego Portales - email: [ignacio.vargasj@mail.udp.cl](mailto:ignacio.vargasj@mail.udp.cl)

<sup>2</sup>Director de Escuela de Obras Civiles, Universidad Diego Portales – email: [hernan.alcayaga@udp.cl](mailto:hernan.alcayaga@udp.cl)

<sup>3</sup>Profesor Asistente, Escuela de Obras Civiles, Universidad Diego Portales – email: [alonso.pizarro@mail.udp.cl](mailto:alonso.pizarro@mail.udp.cl)

## 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

La socavación local es uno de los factores más importantes atribuible a la falla de puentes (Briaud et al. 2007, Proske et al. 2018). Distintas dinámicas erosivas pueden coexistir en un evento de crecida (socavación y relleno de la fosa respectiva); lo que dificulta su medición y establecimiento de una estrategia de monitoreo continuo y modelación. Debido a esto último, se desconoce cuál es la profundidad de socavación frente a una serie de eventos de crecidas, formulándose preguntas como las siguientes: “¿Cuál es la socavación máxima durante la vida útil del puente?, ¿Cuál es la profundidad de socavación final, considerando la vida útil del puente?, ¿Cómo podríamos modelar una o varias crecidas consecutivas?”. La evolución temporal de la socavación local viene a ser de gran importancia para responder las preguntas planteadas. Es más, es clave para el diseño y análisis de los efectos de la socavación sobre la vulnerabilidad de los puentes y, por ende, su estudio adecuado justifica nuevos caminos por recorrer. Dicho esto, parece razonable aplicar fórmulas que describan la evolución temporal de la socavación local frente a eventos de crecidas fluviales, haciendo un análisis mas profundo que el tradicional (i.e., considerar un sólo caudal en régimen permanente).

Debido a la importancia y complejidad existente, este tópico de investigación ha sido tratado por muchos investigadores a nivel nacional e internacional (sin intención de mencionarlos a todos, nosotros recomendamos la siguiente literatura: Briaud et al. 2007, Hager et al. 2010, Kattel et al. 1998, Link et al. 2017, Melville et al. 1999, Pizarro et al. 2017, Sheppard et al. 2014, Zanke et al. 1982). A pesar de los recursos invertidos, muchas fórmulas para predecir y modelar la profundidad de socavación local están basadas en condiciones difíciles de cumplir en puentes reales, generando los llamados “problemas de escala”. Esto último, junto a los avances tecnológicos y bajas en los costos de los sensores, ha motivado el progreso en el monitoreo de puentes a escala real. Importante de mencionar es el trabajo realizado por Link et al. (2020), donde el Puente Rapel fue instrumentado para medir socavación y otras variables hidráulicas. Dicho trabajo desencadenó en la formulación de nuevas ecuaciones que permiten modelar tanto la parte erosiva, como de relleno de la dinámica erosiva, frente a crecidas fluviales

Este manuscrito tiene como objetivo presentar las perspectivas de un memorista, al momento de usar ScourAPP. ScourAPP es un software de código abierto que nace de las últimas investigaciones en el tema y que puede ser usado en la modelación de la socavación local ante crecidas fluviales. El software también puede ser usado en fases de diseño, predicción, investigación de estudiantes o egresados y como apoyo académico.

## 2. MÉTODOS

La profundidad de socavación local durante crecidas fluviales es modelada mediante el adimensional trabajo efectivo,  $W^*$  (Pizarro et al. 2017).  $W^*$  tiene una buena correlación con la profundidad de socavación local (adimensionalizada,  $Z^*$ ) independientemente de las condiciones hidráulicas impuestas. Por esta razón,  $W^*$  es la base de los modelos de erosión y relleno de la fosa de socavación que utiliza ScourAPP.  $W^*$  es definido matemáticamente en la Ec. (1):

$$W^* = \int_0^{t_{end}} \frac{Fr_d^3 u_{ef}}{z_R} \delta dt \quad (1)$$

donde  $Fr_d = u_{ef}/\sqrt{\rho'gd_s}$  es el número de Froude densimétrico,  $u_{ef} = u - u_{cs}$  es el exceso de velocidad sobre la condición incipiente de socavación  $u_{cs} (= 0.5u_c)$ ,  $u$  es la velocidad media del flujo,  $u_c$  es la velocidad crítica para el inicio del movimiento del sedimento (calculada con la fórmula de Zanke (1977), Ec. (9)),  $z_R = D^2/2d_s$  es una longitud de referencia,  $D$  es el diámetro de la cepa,  $d_s$  es el diámetro representativo del sedimento (por ejemplo,  $d_{50}$ ),  $t_{end}$  es un tiempo considerado para el análisis (por ejemplo, duración del hidrograma), y  $\delta$  es la función escalón de Heaviside

$$\delta = \begin{cases} 0 & u/u_{cs} < 1.0 \\ 1 & u/u_{cs} \geq 1.0 \end{cases} \quad (2)$$

Importante de enfatizar es el hecho de que el cálculo de  $W^*$  puede realizarse para caudales variables en el tiempo (útil para modelar eventos de crecidas), como también constantes.

La evolución temporal de la profundidad de socavación local es calculada a través del modelo DFW (*Dimensionless Flow Work*), propuesto por Link et al. (2017). DFW, considera a  $W^*$  como variable explicativa de  $Z^*$  frente a condiciones hidráulicas variables.

$$Z^* = c_1(1 - \exp(-c_2W^{*c_3})), \quad (3)$$

donde  $Z^* (= z_s/z_R)$  es la profundidad de socavación local adimensionalizada,  $z_s$  es lo socavación local en su forma dimensional, mientras que  $c_1$ ,  $c_2$ , and  $c_3$  son coeficientes del modelo. Nótese que  $c_1$  corresponde a la profundidad de socavación de equilibrio, pudiendo ser calculada con cualquier fórmula existente. En este manuscrito y en la versión actual de ScourAPP (v0.01),  $c_1$  es calculado siguiendo a Sheppard et al. (2014):

$$c_1 = Z_{eq}^* = z_{eq} \left( \frac{2d_s}{D^2} \right), \quad (4)$$

$$\frac{z_{eq}}{a^*} = 2.5f_1f_2f_3, \quad 0.4 \leq \frac{u}{u_c} < 1.0 \quad (5)$$

$$f_1 = \tanh \left[ \left( \frac{h}{a^*} \right)^{0.4} \right], \quad (6)$$

$$f_2 = \left\{ 1 - 1.2 \left[ \ln \left( \frac{u}{u_c} \right) \right]^2 \right\}, \quad (7)$$

$$f_3 = \left[ \frac{\left( \frac{a^*}{d_s} \right)}{0.4 \left( \frac{a^*}{d_s} \right)^{1.2} + 10.6 \left( \frac{a^*}{d_s} \right)^{-0.13}} \right], \quad (8)$$

donde  $Z_{eq}^*$  es el adimensional de la profundidad de socavación al equilibrio,  $z_{eq}$  es la profundidad de socavación al equilibrio en su forma dimensional,  $a^* (= K_s a_p)$  es el diámetro efectivo de la cepa,  $K_s$  es el factor de forma de la cepa,  $a_p$  es el ancho proyectado de la cepa y  $h$  es el tirante hídrico.  $u_c$  es calculada con la fórmula de Zanke (1977):

$$u_c = 1.4(\sqrt{\rho'gd_s} + 10.5\nu/d_s). \quad (9)$$

Por otro lado, la dinámica de relleno de la fosa de socavación es modelada siguiendo Link et al. (2020) (modelo RESORB), en donde se asume que el relleno de la fosa de socavación ocurre cuando la capacidad del flujo de transportar sedimentos es menor a la disponibilidad de este mismo. Matemáticamente,

$$z_{d[i]} = \begin{cases} 0, & \xi g_{s[i-1,j]}^* \leq g_{s[i,j]}^* \\ \frac{\alpha}{\rho_s(1-p)} \sum_{j=1}^n \left( \frac{\xi g_{s[i-1,j]}^* - g_{s[i,j]}^*}{z_{i-1}} \right) \Delta t, & \xi g_{s[i-1,j]}^* > g_{s[i,j]}^* \end{cases} \quad (10)$$

donde  $z_{d[i]}$  es la profundidad de relleno de la fosa de socavación,  $j$  e  $i$  son contadores para el tamaño del sedimento en la curva granulométrica e instante discreto de tiempo, respectivamente;  $p$  es la porosidad,  $g^*$  es la capacidad del flujo de transportar sedimentos,  $\xi g^*$  es la disponibilidad del sedimento en la fosa de socavación, y  $\alpha$  y  $\xi$  son parámetros de calibración del modelo ( $\xi$  es un coeficiente de exceso de disponibilidad de sedimento). La profundidad de socavación local (al considerar los efectos combinados de erosión y relleno en la fosa de socavación) es calculada, a cada instante temporal  $i$ , con las Ecs. (11) y (12):

$$z[i] = z_{s[i]} - z_{d[i]} \quad (11)$$

$$W_{[i]}^* = W_{s[i]}^* - \Delta W_{d[i]}^* \quad (12)$$

donde los subíndices “s” and “d” son usados para denotar erosión y relleno de la fosa de socavación, respectivamente. Finalmente,  $g^*$  es calculada siguiendo Meyer-Peter & Müller (1948).

### 3. SOFTWARE SCOURAPP

ScourAPP es software de código abierto que ha sido escrito siguiendo prácticas “*open-access*” / “*open science*”. Puede ser usado, modificado y reutilizado por cualquier usuario. El software fue escrito en Matlab R2020a y se necesita del “*Global Optimization Toolbox*” para una correcta ejecución. Se invita al lector a leer Pizarro et al. (2021), donde se introduce formalmente ScourAPP. Además, dos versiones del software están en la actualidad disponibles y serán brevemente introducidas a continuación:

#### i. Códigos (*scripts*)

En esta versión el usuario puede modificar o mejorar el software de acuerdo con su necesidad, por ejemplo, un estudiante puede agregar comandos de iteraciones a distintas variables, granulometría del sedimento, caudal, entre otras;

#### ii. Interfaz gráfica (*Graphical User Interface – GUI*)

En esta versión, la GUI fue compilada para correr en Windows, sin la necesidad tener instalado Matlab. Cabe destacar que se debe tener, de todas formas, instalado el siguiente paquete informático: “*MATLAB Runtime for R2020a*”.

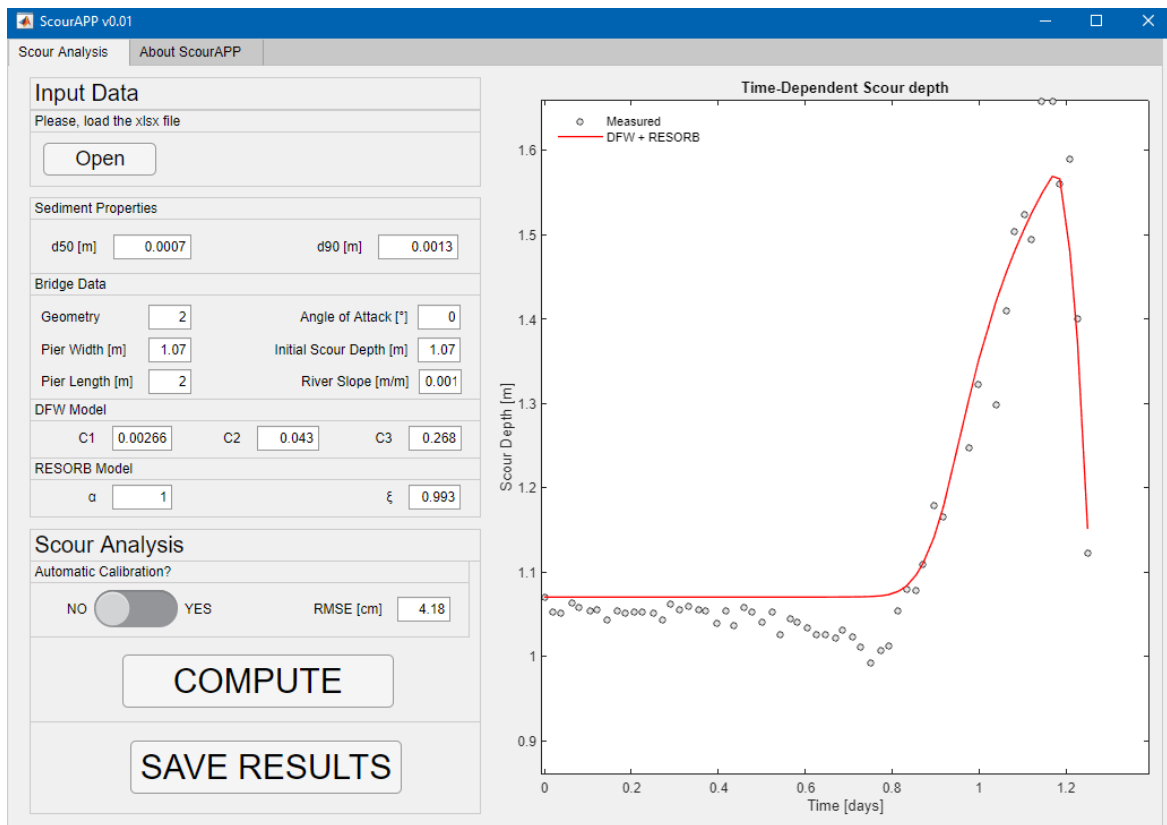
En este manuscrito se hace referencia de manera primordial a la versión GUI dado que es más práctica para el uso del estudiante. En esta versión se observan cuatro secciones distintas, siendo estas detalladas a continuación (ver Figura 1):

**i. Ingreso de datos (*Input Data*)**

Esta sección tiene la función de leer un documento en formato Excel que contiene la información hidráulica (series temporales del ancho de la sección mojada, tirante hidráulico, velocidad media del flujo, caudal y profundidad de socavación local en caso de existir), del sedimento (curva granulométrica en caso de estar disponible), de la geometría del puente y valores de los coeficientes de los modelos. Para fines ilustrativos, en este manuscrito un documento Excel fue compilado con la información del *Puente Chattahoochee*. Dicho documento Excel está liberado a todo usuario para diferentes investigaciones o usos académicos (ver “*Disponibilidad de Códigos y Datos*”). La Figura 2 muestra un ejemplo del documento Excel para ser leído por ScourAPP.

**ii. Información modificable en la GUI**

Una vez ingresado el documento Excel, ScourAPP carga en la GUI toda la información contenida. Se destaca que la información puede ser modificada por el estudiante en cualquier momento. Esta información modificable está ligada con la geometría del puente y los valores de los parámetros de los modelos ( $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  para DFW;  $\alpha$  y  $\xi$  para RESORB).



**Figura 1.** Interfaz gráfica (GUI) del software ScourAPP v0.01. El caso de estudio presentado en esta figura corresponde al *Puente Chattahoochee*.

**iii. Análisis de socavación local (Scour Analysis)**

Esta sección cuenta con un módulo de calibración automática de los modelos, en caso de que se encontrasen series temporales de socavación. En caso de que no se cuente con series temporales medidas de socavación, el usuario puede asignar valores a los coeficientes del modelo. De esta forma, ScourAPP calcula la evolución temporal de la socavación local, considerando los valores ingresados por el usuario. Adicionalmente, los resultados obtenidos pueden ser guardados si es que así se desea. ScourAPP ofrece dicha opción generando una figura y un archivo Excel con los valores de los coeficientes de los modelos y una serie temporal de la socavación local calculada.

**iv. Visualización de los resultados**

Finalmente, después de completar los cálculos, se genera un gráfico (profundidad de socavación local vs tiempo) que se muestra en el sector derecho de la GUI. La profundidad de socavación local modelada es presentada con una línea roja continua, mientras que los valores medidos de socavación local (en caso de existir) son mostrados en círculos.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Time [s]	RiverWidth [m]	FlowDepth [m]	FlowVelocity [m/s]	RiverDischarge [m3/s]	ScourDepth [m]		Sediment Type	Grain Size [mm]	Percent finer [%]	Alonso Pizarro: Leave empty if this information is not available
0	60.960	0.478	0.223	26.155	1.070		Boulder	256	176	
1771.2	60.960	0.484	0.227	26.155	1.053		Cobbles	96	80	
3205.4	60.960	0.488	0.229	26.155	1.051					
5460.5	60.960	0.492	0.231	26.155	1.064					
6903.4	60.960	0.493	0.232	26.155	1.058					
9054.7	60.960	0.492	0.232	26.155	1.054					
10489	60.960	0.491	0.231	26.155	1.055		Pebbles	32	16	
12416	60.960	0.489	0.230	26.155	1.043					
14429	60.960	0.486	0.228	26.155	1.054					
16036	60.960	0.483	0.226	26.155	1.051					
17937	60.960	0.480	0.224	26.155	1.052					
19544	60.960	0.477	0.222	26.155	1.052		Sand	0.5	0.25	
21617	60.960	0.473	0.220	26.155	1.051					
23579	60.960	0.471	0.219	26.155	1.043					
25004	60.960	0.470	0.218	26.155	1.062					
26905	60.960	0.469	0.218	26.155	1.055					
28624	60.960	0.470	0.218	26.155	1.059		Silt	0.0039		
30585	60.960	0.473	0.220	26.155	1.055		Clay	0.00098		
32132	60.960	0.476	0.222	26.155	1.054		<b>Bridge Data</b>			
34214	60.960	0.483	0.226	26.155	1.039		Geometry	2		
36167	60.960	0.493	0.232	26.155	1.054		Pier Width [B] [m]	1.07		
37593	60.960	0.501	0.238	26.155	1.037		Pier Length [L] [m]	2.00		
39675	60.960	0.517	0.247	27.257	1.058		Angle of attack [degrees]	0.00		
41161	60.960	0.530	0.256	28.213	1.053		Initial Scour Depth [m]	1.07		
43243	60.960	0.552	0.269	29.796	1.040		River Slope [m/m]	0.0013		
45256	60.960	0.577	0.285	31.577	1.052		<b>Calibration Parameters</b>			
46803	60.960	0.597	0.298	33.094	1.025		c2	0.043	[0.01 - 0.10]	
48825	60.960	0.626	0.317	35.250	1.045		c3	0.268	[0.20 - 0.40]	
50250	60.960	0.647	0.331	36.875	1.040		ξ	0.993	[0.75 - 1.25]	
52272	60.960	0.678	0.352	39.306	1.034		α	1.000	[0.50 - 1.00]	
53991	60.960	0.706	0.370	41.471	1.025					
55771	60.960	0.735	0.390	43.788	1.025					
57793	60.960	0.768	0.413	46.492	1.022					

**Figura 2.** Ejemplo de formato Excel compilado. El caso de estudio presentado en esta figura corresponde al *Puente Chattahoochee*.

**4. BENEFICIOS DE SCOURAPP PARA EL ESTUDIANTE**

ScourAPP posee un gran potencial para el cálculo de la socavación local frente a eventos de crecidas fluviales, acercando a los estudiantes a temas erosivos de manera moderna. Esto último fomenta la comprensión de las diferentes situaciones que se puedan generar en el ciclo de vida de un puente.

Dentro de las cualidades de ScourAPP, la primera que resalta es la de tener la posibilidad de modificar el software (debido a que este es de código abierto). Dicho esto, hay que distinguir la utilidad que le reporta tanto a un estudiante de pregrado como a un estudiante de postgrado. Por ejemplo, un estudiante de pregrado podría usar ScourAPP para iterar las características del puente

o granulometría del sedimento, y así obtener diferentes profundidades de socavación local. Además, le es posible ingresar al software diferentes eventos de crecidas fluviales, conllevando a modelar la dinámica de socavación local durante la vida útil de un puente. Por otro lado, un estudiante de postgrado que cuente con conocimientos avanzados de programación puede modificar, eliminar y mejorar el software a voluntad propia, permitiéndole ingresar distintas funciones extras al programa. Una de ellas podría ser agregar la opción de comparar gráficamente la socavación local ante condiciones particulares del flujo y para diferentes geometrías de cepas de puentes (en fase de diseño, por ejemplo). También, se pueden realizar análisis de sensibilidad para uno o varios casos de estudios. Este análisis se podría realizar modificando el código fuente de ScourAPP, creando un ciclo “for”, el cual vaya iterando algún parámetro o alguna característica (e.g., ancho de la cepa, ángulo de ataque del flujo, entre otros). A su vez, una posible mejora podría estar orientada en mostrar gráficamente las distintas profundidades de socavación, debido a estas iteraciones. Las características anteriormente presentadas (código abierto, GUI, resultados gráficos) son idóneas para la comunidad estudiantil. Además, ScourAPP contiene cuatro casos de estudio completamente documentados que pueden ser usados para familiarizarse con el uso del software y analizar el efecto relativo de los parámetros sobre la socavación calculada.

Sin desmedro de lo anterior, actualmente el programa cuenta con algunas limitaciones que serán brevemente comentadas a continuación: i) ScourAPP no señala de manera explícita la socavación local máxima ni la socavación local promedio (ambas calculadas, pero no señaladas explícitamente); ii) ScourAPP no da información adicional sobre las alturas de relleno en la fosa de socavación en el transcurso de los eventos fluviales (dicha información existe, pero es presentada junto a las profundidades socavadas); iii) ScourAPP permite el análisis de un caso de estudio a la vez. Debido a lo anteriormente expuesto, se realizará una actualización del software que contemple las limitaciones anteriormente señaladas y otras mejoras, todo esto con el fin de que el estudiante pueda comprender de mejor manera la dinámica erosiva alrededor de las cepas de puentes.

## **5. CONCLUSIONES**

ScourAPP es software de código abierto que modela la evolución temporal de la socavación local durante crecidas fluviales. Posee una interfaz gráfica y códigos que pueden ser usados, modificados y mejorados por los estudiantes para investigaciones más avanzadas. Específicamente, este manuscrito presentó ScourAPP para ser utilizado por estudiantes universitarios en sus memorias de título y en cursos afines tales como hidráulica, transporte de sedimentos o diseño de obras hidráulicas. La interfaz del programa se presentó brevemente y se ilustró su aplicación con un caso de estudio específico (*Puente Chattahoochee*). Finalmente, se detallaron las cualidades y limitaciones actuales que presenta el software, así como también los beneficios que le reporta al estudiante. Este trabajo aporta a las metas 4.4 y 9.5 de los Objetivos de Desarrollo Sustentable 4 (*Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos*) y 9 (*Construir infraestructuras resilientes, promover la industrialización inclusiva y sostenible y fomentar la innovación*).

## **DISPONIBILIDAD DE CÓDIGOS Y DATOS**

ScourAPP v0.01 es código abierto. Puede ser descargado gratuitamente desde el siguiente repositorio: <https://doi.org/10.17605/OSF.IO/VDB9N>

Datos de experimentos de laboratorio y casos de estudio a escala real pueden ser descargados desde el siguiente repositorio: <https://doi.org/10.17605/OSF.IO/VDB9N>



## AGRADECIMIENTOS

Ignacio Vargas agradece el apoyo económico entregado por la Universidad Diego Portales, en el pago de la cuota de la inscripción al congreso SOCHID XXV.

## REFERENCIAS

Briaud, J.L.; Brandimarte, L.; Wang, J.; D'Odorico, P. Probability of scour depth exceedance owing to hydrologic uncertainty. *Georisk* 2007, 1, 77–88.

Hager, W.H.; Unger, J. Bridge pier scour under flood waves. *J. Hydraul. Eng.* 2010, 136, 842–847.

Kattell, J.; Eriksson, M. *Bridge Scour Evaluation: Screening, Analysis, & Countermeasures*; U.S. Department of Agriculture: Washington, DC, USA, 1998.

Link, O., Castillo, C., Pizarro, A., Rojas, A., Ettmer, B., Escauriaza, C., & Manfreda, S. (2017). A model of bridge pier scour during flood waves. *Journal of Hydraulic Research*, 55(3), 310–323. <https://doi.org/10.1080/00221686.2016.1252802>

Link, O., García, M., Pizarro, A., Alcayaga, H., & Palma, S. (2020). Local Scour and Sediment Deposition at Bridge Piers during Floods. *Journal of Hydraulic Engineering*, 146(3), 04020003. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001696](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001696)

Melville, B.W.; Chiew, Y.-M. Time scale for local scour at bridge piers. *J. Hydraul. Eng.* 1999, 125, 59–65.

Meyer-Peter, E., & Müller, R. (1948). Formulas for Bed-Load transport. IAHSR 2nd Meeting, Stockholm, Appendix 2. <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3A4fda9b61-be28-4703-ab06-43cdc2a21bd7>

Pizarro, A., Ettmer, B., Manfreda, S., Rojas, A., & Link, O. (2017). Dimensionless Effective Flow Work for Estimation of Pier Scour Caused by Flood Waves. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143(7), 06017006. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001295](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001295)

Pizarro, A., Samela, C., Fiorentino, M., Link, O., & Manfreda, S. (2017). BRISSENT: An Entropy-Based Model for Bridge-Pier Scour Estimation under Complex Hydraulic Scenarios. *Water*, 9(11), 889. <https://doi.org/10.3390/w9110889>

Pizarro, Alonso, Ettmer, B., & Link, O. (2021). ScourApp: A Toolbox for Local Scour and Deposition at Bridges during Floods. Submitted to *Computers & Geosciences* (under Review).

Sheppard, D. M., Melville, B., & Demir, H. (2014). Evaluation of Existing Equations for Local Scour at Bridge Piers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 140(1), 14–23. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000800](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000800)

Zanke, Ulrich. (1977). Neuer Ansatz zur Berechnung des Transportbeginns von Sedimenten unter Stromungseinfluss. Franzius-Institut, Technical Univ. Hannover.

Zanke, U. Kolke am Pfeiler in richtungskonstanter Strömung und unter Welleneinfluß. *Mitteilungen des Franzius-Instituts für Wasserbau-und Küsteningenieurwes. der Univ. Hann.* 1982, 54, 381–416.

