



SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

IV COLOQUIO NACIONAL

ESTUDIO NUMERICO DEL MOVIMIENTO DEL AGUA EN UN

SUELO SOMETIDO A UNA INFILTRACION LOCALIZADA

O UN DRENAJE

JOSE FRANCISCO MUÑOZ PARDO (*)

En zonas áridas y semi-áridas donde la evaporación es importante comparada con los aportes que recibe el suelo es fundamental para la agricultura conocer como se desarrolla el proceso de transferencias hídricas.

Se presenta en este estudio un modelo numérico, que resuelve la ecuación general del movimiento del agua en el suelo no saturado, que permite simular el fenómeno de la infiltración o riego localizado y del drenaje. El método de resolución que utiliza es la técnica de las diferencias finitas con un esquema implícito.

Se comparan los resultados con los obtenidos por Philip (1957) en su solución analítica a un caso particular de la infiltración. Finalmente se aplica el modelo a un suelo estratificado de Los Vilos cuya información fue proporcionada por la estación experimental del Inia.

(*) Profesor Escuela de Ingeniería Universidad Católica de Chile.

1.- INTRODUCCION

En el sistema Suelo-Planta-Agua se producen naturalmente transferencias de masas de agua, que se desarrollan en una zona del suelo denominada No Saturado donde los poros del suelo están ocupados por agua y aire. Estas transferencias están asociadas al mecanismo general de la evaporación, de la capilaridad, del consumo de las plantas y del drenaje.

En ausencia de vegetación el agua sube por capilaridad hacia la superficie del suelo donde es restituída a la atmósfera, o sencillamente desciende por efecto de la gravedad hacia capas más profundas.

Entre los factores que intervienen en la transferencia de masa en esta zona se puede destacar :

- La presencia de agua en la superficie del suelo y su continuo flujo hacia capas más profundas lo que implica la existencia de un gradiente de carga hidráulica entre las capas y la superficie, y
- El aporte de calor, principalmente entregado por el sol y la atmósfera, que al secar el suelo superficial genera también un gradiente de carga hidráulica entre la superficie y las capas más profundas.

La condición de aporte continuo de agua hacia y desde la superficie depende en todo instante del perfil de contenido de humedad y de las propiedades conductivas del sue-

lo. Estos parámetros determinan en conjunto el régimen máximo de transferencias hídricas. Cuando estas transferencias se desarrollan, existe una variación en el perfil hídrico del suelo aumentando la succión cuando se reduce la humedad.

La presencia de una napa freática conduce a un escurrimiento permanente entre ella y la superficie del suelo. En ausencia de napas freáticas, la evaporación y el drenaje conducen a un secado del perfil hídrico.

Un mejor conocimiento de las transferencias hídricas, sobre todo durante el proceso evaporativo tiene una importancia a veces capital en zonas semi-áridas donde la evaporación es importante y disminuye considerablemente los pequeños aportes que recibe el suelo durante el período de lluvias.

El objetivo de este estudio es conocer el mecanismo de transferencia hídrica y poder simularlo por medio de un modelo numérico con el computador.

2.- FORMULACION NUMERICA DEL PROBLEMA

El escurrimiento del agua en el suelo se puede caracterizar por dos ecuaciones :

- Ecuación de Continuidad, que expresa que la variación de volumen en el espacio corresponde a una variación en el almacenamiento de agua en el suelo en el tiempo.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \theta) = - \operatorname{div}(\rho \bar{q}) \quad (1)$$

donde ρ = Masa específica del agua.

θ = Contenido de humedad.

\bar{q} = Flujo unitario

t = tiempo

- Ecuación del Movimiento, que expresa que el movimiento del agua en el suelo se rige por la ley de Darcy que en términos generales se escribe como :

$$\bar{q} = -k(\theta) \left(\frac{\partial h(\theta)}{\partial z} - 1 \right) \quad (2)$$

La ecuación del escurrimiento se expresa entonces por :

$$C_p(\theta) \frac{\partial h(\theta)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k(\theta) \left(\frac{\partial h(\theta)}{\partial z} - 1 \right) \right) \quad (3)$$

donde $h = H+z$, es la succión capilar en el suelo, medida con respecto a la presión atmosférica, expresada en metros columna de agua.

H = Carga hidráulica

z = Cota de cálculo sobre un eje orientado positivamente hacia abajo.

$C_p(h) = \frac{d\theta}{dh}$ Capacidad capilar, que físicamente representa la capacidad de almacenamiento o de liberación del agua cuando varía la succión.

$k(\theta)$ = Conductividad hidráulica, función del contenido

de humedad

\bar{q} = Flujo unitario de agua

t = Tiempo transcurrido desde el inicio del escurrimiento.

Se supone que el agua es incompresible y que el aire presente en el suelo está a presión atmosférica en todo punto y en todo instante.

La ecuación del escurrimiento es de tipo parabólica no lineal, y las variaciones de k y C_p con la carga hidráulica son muy acentuadas.

La elección de la carga hidráulica como variable principal permite resolver numéricamente la ecuación por el método de las diferencias finitas. La solución a una profundidad z y a un tiempo t cualquiera queda determinada por la condición inicial en todo el dominio geométrico (perfil hídrico uniforme, hidrostático o medido en el terreno) y por las condiciones en los límites hasta el tiempo t , particularmente sobre las fronteras del dominio, en la superficie del suelo y a una profundidad dada.

La no linealidad de la ecuación impone una malla de discretización relativamente pequeña sobre todo cerca de la superficie del suelo donde los gradientes de carga hidráulica se acentúan cuando ocurre la evaporación.

La ecuación discretizada se puede escribir como :

$$C_i^{j+1/2} \frac{h_i^{j+1} - h_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta z} \left(K_{i+1/2}^{j+1/2} \left(\frac{h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1}}{\Delta z} - 1 \right) - K_{i-1/2}^{j+1/2} \left(\frac{h_i^{j+1} - h_{i-1}^{j+1}}{\Delta z} - 1 \right) \right)$$

siendo j el índice de tiempo e i el índice de espacio vertical que identifica a cada nodo. Fig. 1.

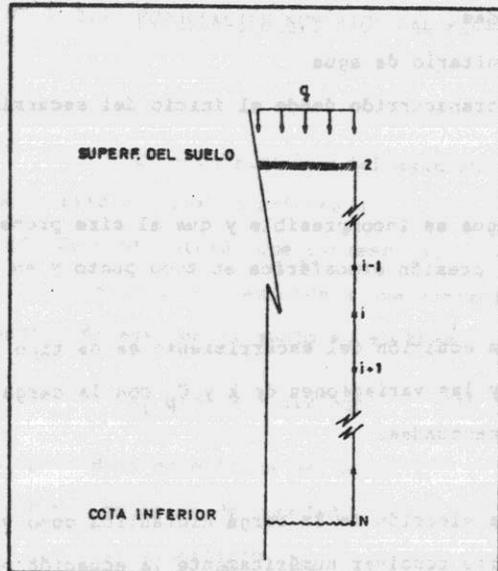


Fig. 1. DISCRETIZACION DEL PERFIL

La elección del tipo de resolución y las diversas ponderaciones utilizadas se basan en la experiencia que existe en este tipo de modelos. Se prefiere un esquema implícito de solución que con una precisión inferior permite una ganancia en el tiempo de cálculo pues las condiciones de estabilidad son menos drásticas.

La linealización utilizada (evaluación de conductividades y de capacidades capilares en el tiempo) es directa, es decir se toma el valor del parámetro en el tiempo anterior.

La ponderación utilizada (evaluación de las conductividades hidráulicas en el espacio) es la propuesta por Rubin en 1967 :

$$k_{i+1/2}^j = k(h_{i+1/2}^j) = k(0.5(h_i^j + h_{i+1}^j))$$

luego para cada punto de cálculo se obtiene una ecuación discretizada de primer orden en Δt y Δz de la forma :

$$\text{Coef}(i,1) h_{i-1}^{j+1} + \text{Coef}(i,2) h_i^{j+1} + \text{Coef}(i,3) h_{i+1}^{j+1} = \text{Coef}(i,4)$$

donde : $\text{Coef}(i,1) = -\frac{K_{i-1/2}^j}{(\Delta z)^2}$

$$\text{Coef}(i,2) = \frac{K_{i+1/2}^j + K_{i-1/2}^j}{(\Delta z)^2} + \frac{C_i^j}{\Delta t}$$

$$\text{Coef}(i,3) = -\frac{K_{i+1/2}^j}{(\Delta z)^2}$$

$$\text{Coef}(i,4) = \frac{C_i^j}{\Delta t} h_i^j + \frac{K_{i-1/2}^j - K_{i+1/2}^j}{\Delta z}$$

Generalizando la ecuación a todo los nodos del dominio geométrico se obtiene el sistema tridiagonal siguiente :

$$\begin{bmatrix} \text{Coef}(i,1) & \text{Coef}(i,2) & \text{Coef}(i,3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i-1}^{j+1} \\ h_i^{j+1} \\ h_{i+1}^{j+1} \end{bmatrix} = \text{Coef}(i,4)$$

que se resuelve por eliminación directa mediante el algoritmo de Thomas. (Remson 1971).

Expresión de las Condiciones en los límites

La solución de esta ecuación por diferencias finitas requiere especificar las condiciones de borde del problema, las cuales expresan lo que ocurre en el transcurso del tiempo en la superficie del suelo y en la cota inferior del estrato considerado.

Por ejemplo en la superficie del suelo la condición de flujo se puede expresar utilizando un artificio que consiste en la creación de una malla de cálculo ficticia. La experiencia prueba que se trata de un punto delicado en la solución numérica.

Si el flujo impuesto es q_1 se puede aplicar la ley de Darcy al nodo 2 (Fig. 2) :

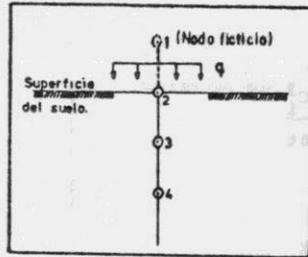


Fig. 2 Malla Ficticia

$$q_1 = -k(2) \left. \frac{\partial h}{\partial z} \right|_2 - 1$$

$$\text{luego : } \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{q_1}{k(2)} + 1$$

discretizando para el nodo 2 se tiene :

$$\frac{h(3) - h(1)}{2\Delta z} = \frac{q_1}{k(2)} + 1$$

Luego podemos expresar la presión en el nodo ficticio 1 en función de datos conocidos

$$h(1) = h(3) - 2\Delta z \left(1 - \frac{q_1}{k(2)} \right)$$

y la ecuación para el nodo 2 se puede escribir como :

$$\text{Coef}(2,1) h(1) + \text{Coef}(2,2) h(2) + \text{Coef}(2,3) h(3) = \text{Coef}(2,4)$$

Esta condición modifica los coeficientes de la ecuación de la siguiente forma :

$$\text{Coef}(2,3) = \text{Coef}(2,3) + \text{Coef}(2,1)$$

$$\text{Coef}(2,4) = \text{Coef}(2,4) + \text{Coef}(2,1) \left(1 - \frac{q_1}{k(2)} \right)$$

Otra forma de enfrentar la condición de flujo en la superficie es estimar el contenido de humedad que le corresponde al suelo según la magnitud del flujo impuesto, por medio de la relación de permeabilidad, transformandola a condición de altura constante.

$$\text{Si } K(2) = q_1$$

$$\theta(2) = F(K(2))$$

$$\text{luego } h(2) = F(\theta(2))$$

y $h(2)$ en todo el proceso no se calcula y es constante, luego la ecuación para el nodo 3 queda :

$$\text{Coef}(3,1) h(2) + \text{Coef}(3,2) h(3) + \text{Coef}(3,3) h(4) = \text{Coef}(3,4)$$

Esta condición altera el coeficiente de la siguiente forma :

$$\text{Coef}(3,4) = \text{Coef}(3,4) - \text{Coef}(3,1) h(2).$$

En el estrato inferior se supone que existe un flujo equivalente a la permeabilidad del suelo en ese punto es decir el agua podrá escurrir gravitacionalmente.

$$q = K(\theta) = -K(\theta) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right)$$

$$\frac{\partial h}{\partial z} - 1 = -1 \implies \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \implies h(n+1) = h(n-1)$$

La ecuación para el nodo N resulta :

$$\text{Coef}(N,1) H(N-1) + \text{Coef}(N,2) H(N) + \text{Coef}(N,3) H(N+1) = \text{Coef}(N,4)$$

modificando el coeficiente de la ecuación a

$$\text{Coef}(N,3) = \text{Coef}(N,3) + \text{Coef}(N,1)$$

Si se supone que la carga en el nodo N+1 es conocida, se modifica también el coeficiente de ese nodo como:

$$\text{Coef}(N,4) = \text{Coef}(N,4) - \text{Coef}(N,3) H(N+1).$$

COMPARACION CON UNA SOLUCION ANALITICA DEL

PROBLEMA DE LA INFILTRACION

La solución analítica utilizada fué la propuesta por Philip en 1957 que considera un suelo que tiene un perfil hídrico constante (lo que no sucede en la realidad) y que se satura en la superficie, avanzando el frente de infiltración en el tiempo.

Por medio de una serie de potencias del tipo

$$x = \phi t^{1/2} + \chi t + \psi t^{3/2} + \omega t^2 + \dots$$

donde ϕ , χ , ψ y ω son coeficientes función del contenido de humedad, se puede conocer el valor de la profundidad x que tendrá un cierto contenido de humedad para un tiempo dado, luego el perfil hídrico en el tiempo.

Para comparar los dos métodos se idealizó un perfil de suelo que pudiera ser representado fielmente en cada uno de ellos ya que el método analítico utiliza valores discretos y el método numérico utiliza funciones continuas para la expresión de las características hidrodinámicas del suelo.

Los valores discretos empleados en el método analítico se obtuvieron de las curvas utilizadas en el método numérico que fueron obtenidas por simple regresión de los valores discretos utilizados por Philip.

Las funciones utilizadas por el modelo numérico para las características hidrodinámicas son :

$$\text{Conductividad hidráulica : } K(h) = k_s \frac{\alpha}{\alpha + (h)^\beta}$$

$$\text{donde } k_s = 12,30 \times 10^{-6} \text{ cm/seg.}$$

$$\alpha = 87,358$$

$$\beta = 1,70854$$

$$\text{Contenido de humedad : } \theta(h) = \theta_s \frac{A}{A + (h)^B}$$

$$\theta_s = 0,495$$

$$A = 156,079$$

$$B = 0,87853$$

En la Figura 3 se puede apreciar los distintos frentes de infiltración para los dos modelos. El perfil hídrico obtenido por el modelo numérico se asemeja bastante bien al perfil hídrico obtenido con la solución analítica mejorando su acercamiento para tiempos mayores. Esta semejanza nos permite asignar al modelo numérico un grado de confianza satisfactorio, compatible con la incertidumbre que contienen los datos de campo que actualmente se obtienen.

Es posible mejorar esta deficiencia en los primeros intervalos de tiempo, disminuyendo por una parte el paso de tiempo y por otra el paso de espacio cerca de la superficie.

Tal como se dijo más arriba, no se puede aplicar el método analítico a un suelo real ya que las condiciones para los cuales se ha derivado no se encuentran en la práctica: perfil hídrico constante inicial, suelo homogéneo e infiltración equivalente a la saturación en la superficie del suelo.

COMPARACION
SOLUCION NUMERICA PHILIP
SOLUCION NUMERICA DIFERENCIAS FINITAS

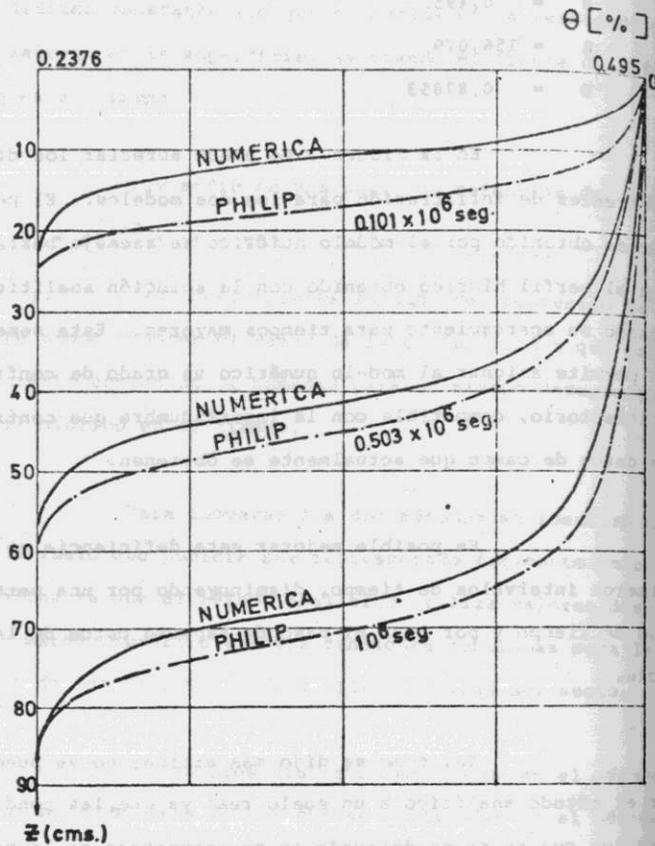


Fig. N°3

APLICACION DEL MODELO NUMERICO AL SUELO DE LOS VILOS

La información disponible de las características del suelo de Los Vilos consiste en :

- Perfil estratigráfico

Tres estratos de muy diferentes características .

Estrato	Prof. (cm)	K_s (m/seg)	θ_s (%)
1	0 - 25	$5,9 \times 10^{-8}$	35,80
2	25 - 65	$6,1 \times 10^{-10}$	43,00
3	65 - 90	$5,4 \times 10^{-7}$	51,00

- Curvas de Succión - Contenido de humedad.

En base a ensayos de laboratorio se obtuvieron algunos puntos de succión vs contenido de humedad que permiten ajustar las siguientes curvas :

Estrato

$$\begin{aligned}
 1 & \quad h = 6,6 \times 10^6 \times \theta^{-3.18} \\
 2 & \quad h = 0,13 \times 10^{13} \times \theta^{-646} \\
 3 & \quad h = 0,19 \times 10^{15} \times \theta^{-8.02}
 \end{aligned}$$

θ en % y h en cm

- La expresión utilizada para la conductividad

hidráulica vs contenido de humedad fue la siguiente :

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_R}{\theta_s - \theta_R} \right)^3$$

- donde K_s = Conductividad saturada
 θ_s = Contenido de humedad saturado
 θ_R = Contenido de humedad residual
- $\theta_{R1} = 3\%$
 $\theta_{R2} = 10\%$
 $\theta_{R3} = 10\%$

- Estados de humedad.

Los datos relativos a la humedad del suelo que sirvieron para calibrar y comprobar el modelo numérico corresponden a valores promedio de 12 puntos representativos de dos cuencas experimentales tomadas a diferentes profundidades (0-20 cms, 20-40 cms, 40-60 cms.).

Es necesario señalar que esta información sobre la variación del contenido de humedad representa las características promedio de una zona en cambio el modelo simula solo el comportamiento de un lugar puntual de características únicas.

De los registros de lluvias disponibles se eligió el período comprendido entre el 29 de Julio de 1978 en que el suelo se encontraba con un contenido de humedad homogéneo y el 6 de Septiembre fecha en que se midió nuevamente el contenido de humedad en el suelo. Durante todo este período no hubo precipitaciones.

En la Fig. 4 se aprecia una comparación entre los perfiles hídricos medidos y los simulados por este modelo. Se presenta una evolución del perfil hídrico simulado entre los 32 y 40 días después del inicio de la simulación ya que los datos disponibles son un promedio de valores medidos en varios días.

Se observa que los perfiles simulados que obtienen a los 32 días y a los 40 días después de iniciada la simulación evolucionan de tal manera que comprenden al perfil medido en ese período

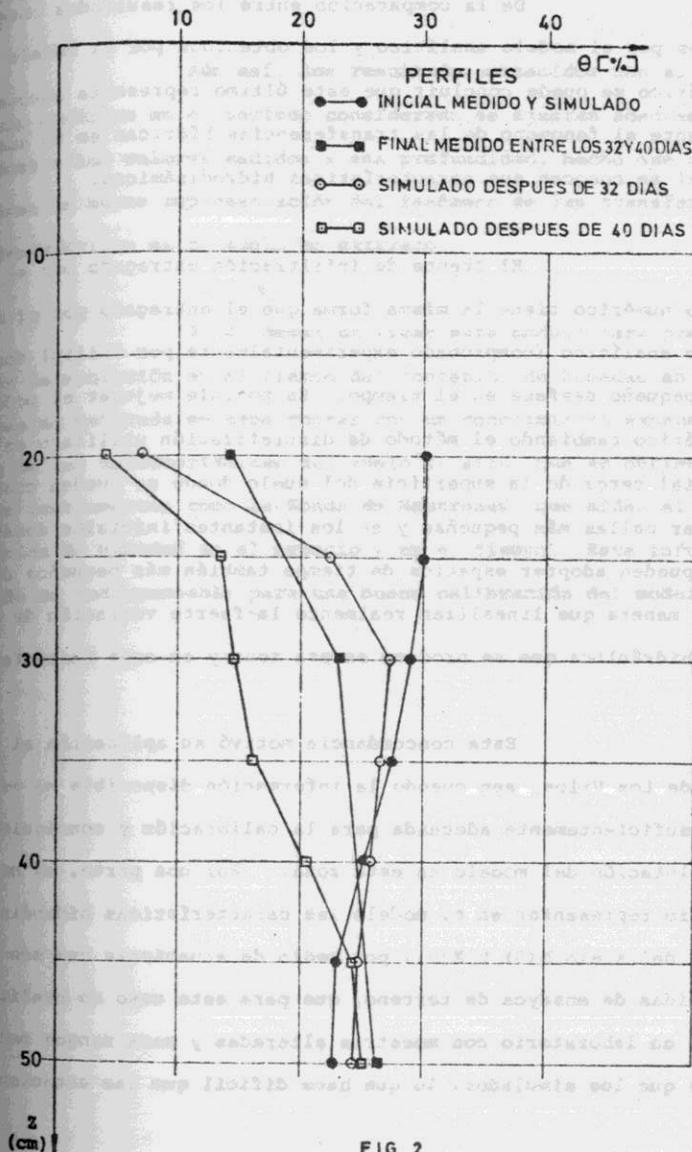


FIG. 2
 COMPARACION DE PERFILES HIDRICOS
 MEDIDOS Y SIMULADOS

5.- CONCLUSION

De la comparación entre los resultados obtenidos por el modelo analítico y los obtenidos por el modelo numérico se puede concluir que este último representa adecuadamente el fenómeno de las transferencias hídricas en un suelo si se conocen sus características hidrodinámicas.

El frente de infiltración entregado por el modelo numérico tiene la misma forma que el entregado por el modelo analítico (comprobado experimentalmente por Philip) con un pequeño desfase en el tiempo. Es posible mejorar el modelo numérico cambiando el método de discretización utilizado en especial cerca de la superficie del suelo donde se pueden considerar mallas más pequeñas y en los instantes iniciales donde se pueden adoptar espacios de tiempo también más pequeños de tal manera que linealizen realmente la fuerte variación de carga hidráulica que se produce en esa zona y en esos instantes.

Esta concordancia motivó su aplicación al suelo de Los Vilos, aun cuando la información disponible no era lo suficientemente adecuada para la calibración y consiguiente explotación del modelo en esta zona. Por una parte, es necesario representar en el modelo las características hidrodinámicas del suelo $h(\theta)$ y $K(\theta)$, por medio de ecuaciones que son obtenidas de ensayos de terreno, que para este caso se realizaron en laboratorio con muestras alteradas y para rangos menores que los simulados, lo que hace difícil que las ecuaciones

reflejen el comportamiento del suelo. Por otra parte, la información sobre los diferentes estados de humedad del suelo, como se dijo, un promedio de valores medidos en diferentes tiempos y en diferentes puntos que reflejan la evolución de toda una zona y no de un lugar puntual.

Aún así, los resultados obtenidos con el modelo numérico en el período considerado se ajustan adecuadamente a los valores medidos a esa profundidad, hecho que confirma la buena representación del fenómeno de las transferencias hídricas en un suelo no saturado.

Si se desea utilizar este modelo para predecir la evolución en el tiempo del contenido de humedad en la zona no saturada se debe contar con un conocimiento exhaustivo de las características del suelo in situ, que se obtienen con instrumentos como la Sonda de Neutrones, que miden el contenido de humedad en el espacio y en el tiempo. Esta información es indispensable para una buena calibración del modelo.

BIBLIOGRAFIA

- KHANJI D., 1975. Etude de la recharge de nappes à surface libre par infiltration. "These de Doctorat es Sciences Physiques". Université de Grenoble, Francia.
- MUÑOZ P. J.F., 1979. Simulación numérica del drenaje y de la recarga de una napa. Ciencia e Investigación Agraria, Vol 6, N°2. Escuela de Agronomía U.C., Santiago de Chile.
- PHILIP J.R., 1955. "Numerical solution of equation of the diffusion type with diffusivity concentration dependent". Trans. Faraday Society, Vol 51, 885-892.
- PHILIP J.R., 1969. The Theory of infiltration. Advances in Hydroscience, Vol 5.
- REMSON I et al. 1971 "Numerical methods in subsurface hydrology" John Wiley. New York.
- RUBIN J. 1968, Theoretical Analysis of Two-Dimensional Transient flow of Water in Unsaturated and Partly Unsaturated Soils. Proceedings Soil Sci. So. Vol 32. N° 5.
- VAUCLIN M. 1975, Etude Experimentale et numerique du drainage des nappes a surface libre: "Influence de la zone non saturée". These Doctorat es Sciences Physiques. Université de Grenoble, Francia.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

IV COLOQUIO NACIONAL

INVENTARIO DE GLACIARES EN LAS HOYAS DE LOS

RIOS MAPOCHO Y COLORADO, HOYA DEL RIO

MAIPO, REGION METROPOLITANA

CEDOMIR MARANGUNIC D.*

RESUMEN

En las hoyas de los ríos Mapocho y Colorado del río Maipo se han inventariado 303 glaciares de los cuales 191 son glaciares de roca. Ellos cubren un total de 22,30 km² en el Mapocho y 215,92 km² en el río Colorado. El tamaño modal es de 0,79 km², pero el rango de tamaño más significativo es de 1,00 a 9,99 km² y que comprende el 43,8 % del área englacada.

El glaciar mayor es el Juncal Sur con 27,66 km². Las cotas de los glaciares varían de 2608 m a 6.500 m. El promedio de la cota mínima de hielo expuesto es de 4.183 m. El promedio de la cota de la línea de nieve (o línea de equilibrio para glaciares de roca) es de 4.700 m.

En la hoya del río Mapocho existen 0,8224 km³ de hielo y 24,0906 km³ en la del río Colorado. Estimada la densidad media del hielo en 0,8 g/cm³, las reservas de agua en forma de hielo se calculan en 0,6579 km³ para la hoya del río Mapocho y 19,2725 km³ para la hoya del río Colorado.

* Geólogo, Depto. Geología, Univ. de Chile, Casilla 13518 -Correo 21, Santiago.