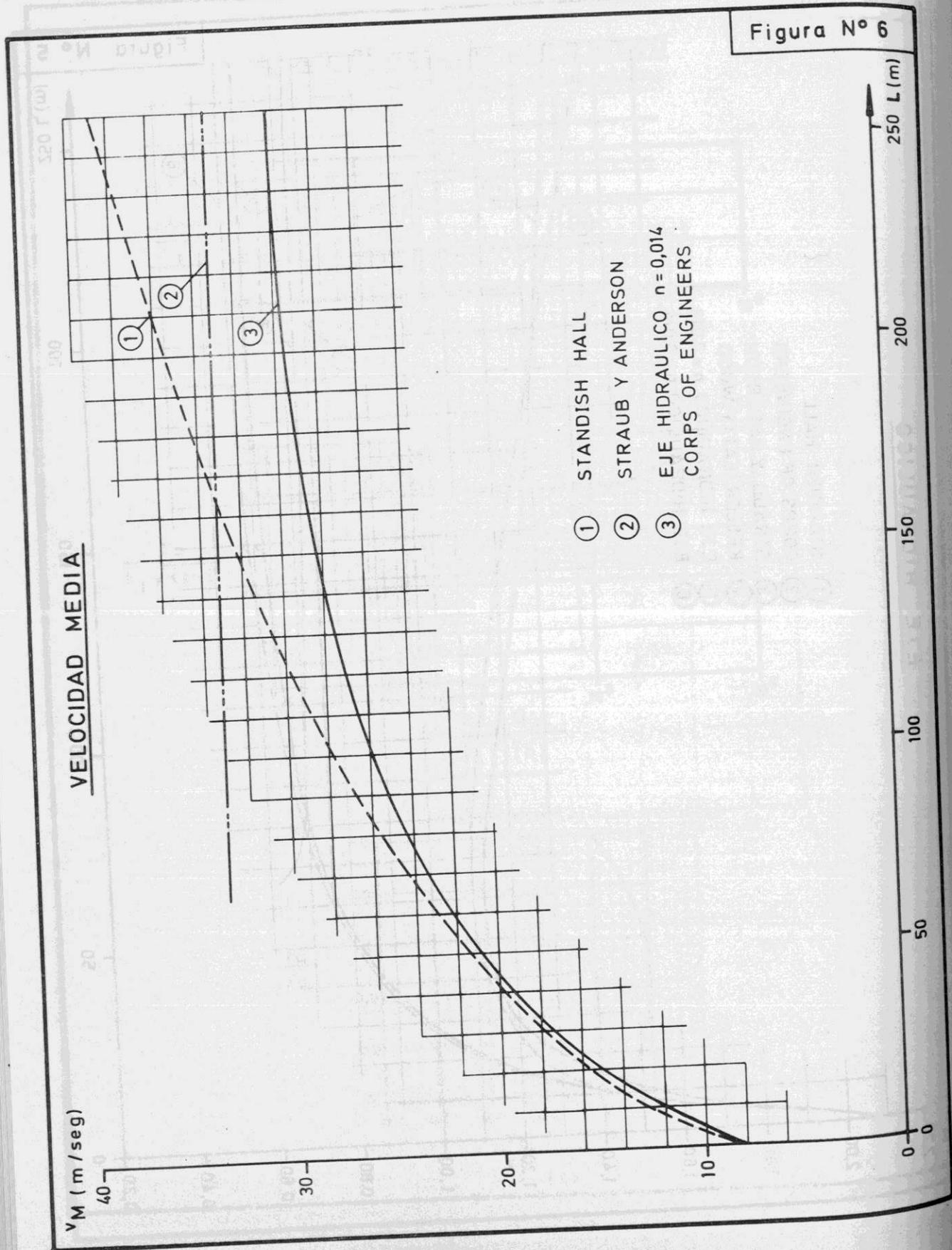


Figura N° 6



TERCER COLOQUIO NACIONAL  
 SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

METODO GRAFICO COMPLEMENTARIO AL METODO DE BERGERON  
 CONSIDERANDO PERDIDA DE CARGA CONTINUA

APLICACION AL CASO DE DETENCION DE BOMBAS

POR

SERGIO RADRIGAN V. \*

RESUMEN

Se desarrolla un método gráfico complementario al método de Bergeron para calcular condiciones transientes iniciales en una tubería de impulsión como consecuencia de la detención de una central de bombas, en que se considera la pérdida de carga continua en la tubería.

A continuación se adelanta la conjetura de la extensión de este método al cálculo de los transientes en instantes posteriores al inicial y se concluye con la aplicación del método al cálculo de la distribución de ventosas en una tubería de impulsión en que se ha preestablecido una presión interior mínima.

\* Ingeniero Civil. Profesor de Máquinas y Mecanismos Hidráulicos, U. de Chile  
 Profesor de Centrales de Bombas, U. Católica de Chile.

1. OBJETO.

Se desarrolla un método gráfico complementario al método de Bergeron para calcular condiciones transientes iniciales en una tubería de impulsión, considerando pérdida de carga continua, como consecuencia de la detención de una central de bombas.

2. INSTALACION QUE SE ANALIZA.

La instalación que se analiza es la típica de una central elevadora con bombas que consiste básicamente en:

- un estanque de aspiración A
- una bomba con tubería de aspiración muy corta
- una válvula de retención B a la salida de la bomba
- una tubería de impulsión de diámetro y rugosidad uniformes
- y un estanque de impulsión I.

Los niveles de los estanques A e I se suponen invariables durante el transcurso del fenómeno transiente. (Ver fig. 1).

La nomenclatura que se usará se indica en el anexo A.

3. SOLUCION CLASICA DE BERGERON.

La solución gráfica clásica de un transiente en una tubería con pérdida de carga consiste en concentrar las pérdidas de carga en una o más singularidades espaciadas a lo largo de la tubería, que funcionan como verdaderos diafragmas hidráulicos.

En una singularidad o diafragma D) cualquiera se cumplen las siguientes condiciones:

a) de continuidad  $Q(D', t) = Q(D'', t)$  (1)

b) de energía

$$H(D', t) - H(D'', t) = \frac{K}{N} Q^2(D, t) \quad (2)$$

válidas para cualquier instante t, en que D' y D'' se ubican inmediatamente vecinos a ambos lados de la singularidad D (D' hacia la bomba y D'' hacia el estanque I) y N es el número de singularidades en que se ha dividido la tubería. Por razones de simetría y facilidad computacional y gráfica la distancia entre las singularidades se elige constante e igual a  $\Delta L = L/N$  (Ver fig. 2).

Como se sabe, el método de Bergeron consiste en este caso en buscar intersecciones de parábolas con rectas características, lo cual conduce a un depurado de ejecución larga y engorrosa.

4. METODO QUE SE PROPONE. CONSIDERACIONES GENERALES.

En forma resumida y global, el método gráfico que se propone consiste en buscar una solución envolvente a una infinidad de singularidades

FIGURA N° 1

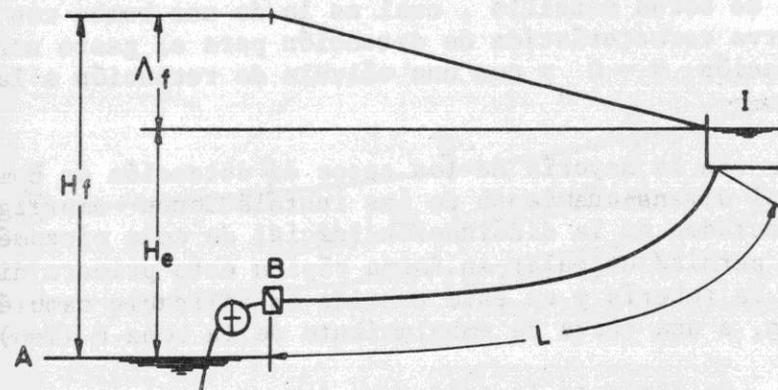
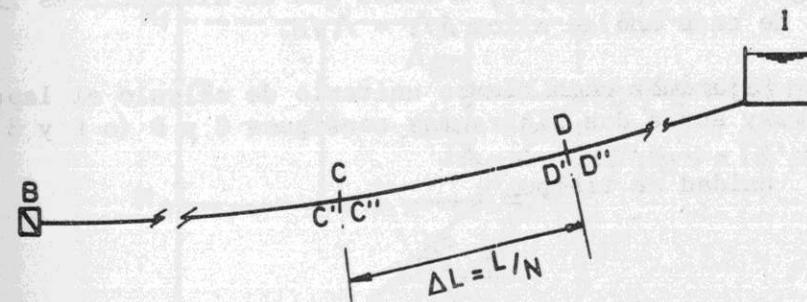


FIGURA N° 2



o diafragmas uniformemente distribuidos a lo largo de la tubería de impulsión. En efecto, es indudable que si el número de diafragmas que visualiza el método clásico de Bergeron se aumenta indefinidamente y la distancia entre ellos se acorta en igual proporción, en el límite  $N \rightarrow \infty$  se obtendrá una solución que reproduce matemática y físicamente la condición de pérdida de carga continua en la tubería.

En esta primera comunicación se ha desarrollado el método para una condición de borde sencilla, cual es la de una bomba con inercia despreciable, cuya curva característica de detención para el gasto normal está constituida por la ecuación  $H = 0$  y con una válvula de retención a la salida de la bomba.

En la mayoría de los casos de detención de bombas, la condición relevante en el dimensionamiento de las instalaciones amortiguadoras o de las estructuras afectadas es la disminución inicial de cota piezométrica. El método que se expone permite calcular en forma rápida esta primera disminución en cualquier punto de la tubería y en este sentido es aplicable también, con suficiente aproximación, a una curva de embalamiento de la boma  $H(T=0) = H(Q)$

Se adelanta la conjetura de que, mediante una extensión adecuada del procedimiento, sería posible calcular en forma igualmente expedita las condiciones reinantes en instantes posteriores y para otras condiciones de borde.

5. BREVE DESCRIPCION DE LA CONSTRUCCION GRAFICA CLASICA.

Para deducir la ecuación fundamental del método que se propone describiremos resumidamente la construcción gráfica clásica del método de Bergeron con diafragmas discretos (ver fig. 3.)

Sea una tubería de longitud  $L$  en la cual se han ubicado  $N$  diafragmas y sea  $\Lambda$  la pérdida de carga de toda la tubería. En esta tubería elegiremos tres diafragmas contiguos  $C, D$  y  $E$  tales que su distancia es  $\Delta L = L/N$  y la pérdida de carga de cada uno de ellos  $\Delta \Lambda = \Lambda/N$ .

Fijaremos como tiempo unitario de cálculo el lapso que demora la onda de Joukowski entre dos diafragmas contiguos  $C$  y  $D$  (o  $D$  y  $E$ ):

$$\text{unidad de tiempo} = \frac{\Delta L}{c}$$

Sea además  $t_D$  el lapso que demora la onda de Joukowski entre la bomba  $B$  y el diafragma  $D$ .

En la figura 4 se muestra el diagrama de Bergeron para la instalación esquematizada en las fig. 1 y 2.

El punto figurativo de funcionamiento permanente es

$$f = (Q_f, H_f) = (B, 0-)$$

FIGURA N° 3

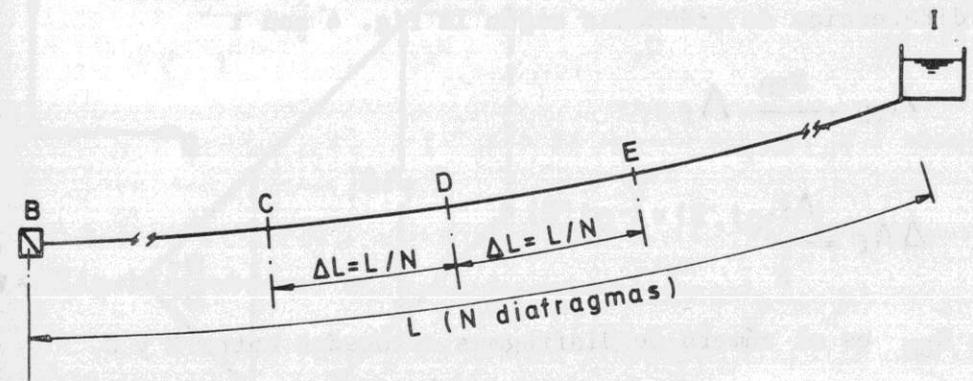
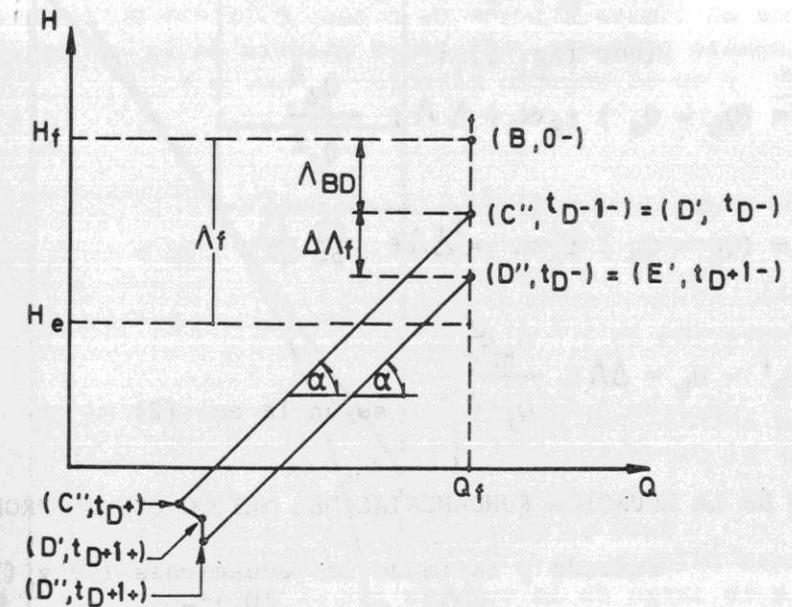


FIGURA N° 4





$$Q_b - Q_a = \frac{\Delta \Lambda f}{2t_g \alpha} \left[ 1 - \left( \frac{Q_b}{Q_f} \right)^2 \right]$$

Si introducimos las variables relativas

$$q_a = \frac{Q_a}{Q_f} \quad q_b = \frac{Q_b}{Q_f} \quad h_a = \frac{H_a}{H_f} \quad h_b = \frac{H_b}{H_f}$$

$$\text{queda : } h_b - h_a = - \frac{\Delta \Lambda f}{2H_f} (1 + q_b^2) \quad (8)$$

$$q_b - q_a = \frac{\Delta \Lambda f}{2Q_f t_g \alpha} (1 - q_b^2) \quad (9)$$

Formemos

$$\frac{h_b - h_a}{q_b - q_a} = - \frac{Q_f t_g \alpha (1 + q_b^2)}{H_f (1 - q_b^2)} = - 2\varphi \frac{1 + q_b^2}{1 - q_b^2} \quad (10)$$

en que  $2\varphi = \frac{Q_f t_g \alpha}{H_f} = \frac{cv_f}{gH_f}$  es el parámetro de Allievi

Si pasamos al límite  $\Delta L \rightarrow 0$ , o sea,  $\Delta \Lambda f \rightarrow 0$ , los puntos a y b pasan a quedar infinitamente próximos, el primer miembro de la ecuación (10) pasa a ser la derivada  $\frac{dh}{dq}$  y en el segundo miembro  $q_b \rightarrow q$  :

$$\frac{dh}{dq} = - 2\varphi \left( \frac{1+q^2}{1-q^2} \right) \quad (11)$$

cuya integración da :

$$h - h_0 = 2\varphi \left( \text{Lg} \frac{1-q}{1+q} + q \right) \quad (12)$$

Esta es la ecuación de las cotas piezométricas relativas en función del gasto relativo para la primera onda de Joukowski que se desplaza con celeridad "c" a lo largo de la tubería con pérdida de carga uniforme.

Ella es válida en tanto no se produzcan reflexiones y refracciones de las ondas y es exacta en la medida que no se han introducido hipótesis

simplificatorias en su deducción.

7. PROPIEDADES DE LAS ECUACIONES (11) Y (12).

Estas ecuaciones pueden escribirse :

$$\frac{h - h_0}{2\varphi} = \text{Lg} \frac{1-q}{1+q} + q \quad (13)$$

$$\frac{1}{2\varphi} \frac{dh}{dq} = - \frac{1+q^2}{1-q^2} \quad (14)$$

en que el segundo miembro es una función de q solamente.

La ecuación (13) goza de una propiedad singular capital para los fines de este estudio. La proyección sobre el eje de las ordenadas del segmento de tangente que media entre un punto q y la abscisa q = 1 es relativamente constante.

En efecto, de la fig. 6 se deduce

$$t_g \varphi = \frac{\frac{h_p}{2\varphi}}{1-q} = \frac{1}{2\varphi} \cdot \frac{dh}{dq}$$

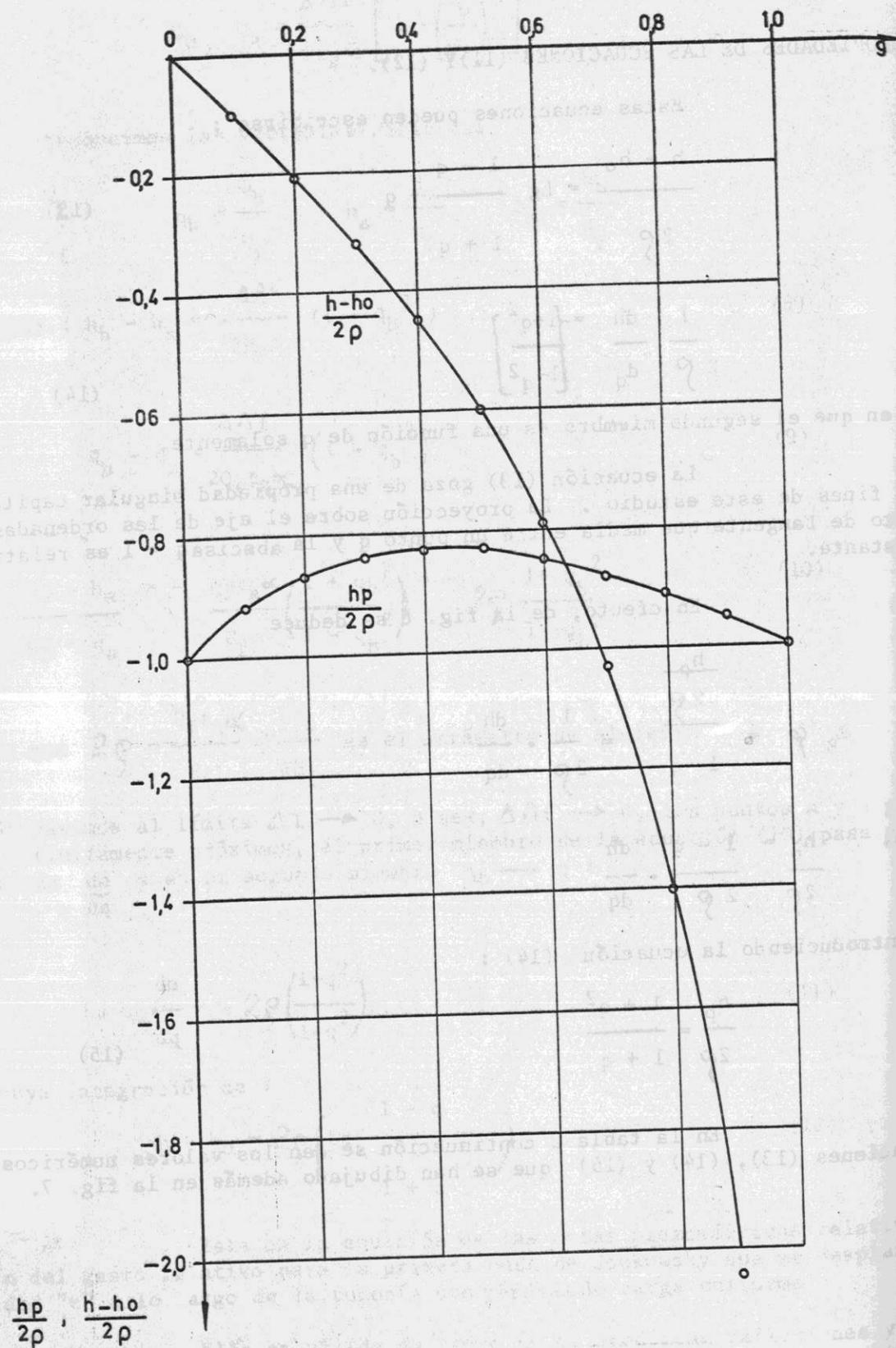
$$\text{o sea, } \frac{h_p}{2\varphi} = \frac{1-q}{2\varphi} \cdot \frac{dh}{dq}$$

Introduciendo la ecuación (14) :

$$\frac{h_p}{2\varphi} = \frac{1+q^2}{1+q} \quad (15)$$

En la tabla a continuación se dan los valores numéricos de las ecuaciones (13), (14) y (15) que se han dibujado además en la fig. 7.

FIGURA N° 7



$$q = \frac{h-h_0}{2p} \quad \frac{-(1+q^2)}{(1-q)} \quad h_p = \frac{-(1+q^2)}{2p(1+q)}$$

0	0	-1,00	- 1,00
0,1	-0,10	-1,02	- 0,92
0,2	-0,21	-1,08	- 0,87
0,3	-0,32	-1,20	- 0,84
0,4	-0,45	-1,38	- 0,83
0,5	-0,60	-1,67	- 0,83
0,6	-0,79	-2,13	- 0,85
0,7	-1,03	-2,92	- 0,88
0,8	-1,40	-4,56	- 0,91
0,9	-2,04	-9,53	- 0,95
1,0	$-\infty$	$-\infty$	- 1,00

Se aprecia que la función  $\frac{h_p}{2p}$  es relativamente constante y se puede asignarle un valor único aproximado  $\frac{h_p}{2p} = -1$

Como se verá más adelante esta aproximación es pesimista y la construcción gráfica que se deduce de ella queda por el lado de la seguridad.

8. INTERPRETACION GRAFICA EN EL DIAGRAMA DE BERGERON.

Construyamos en el diagrama de Bergeron el segmento

$$H_p = - Q_f \text{tg } \alpha$$

que define el punto P sobre la abscisa  $Q_f$  (ver fig. 8)

Se tiene

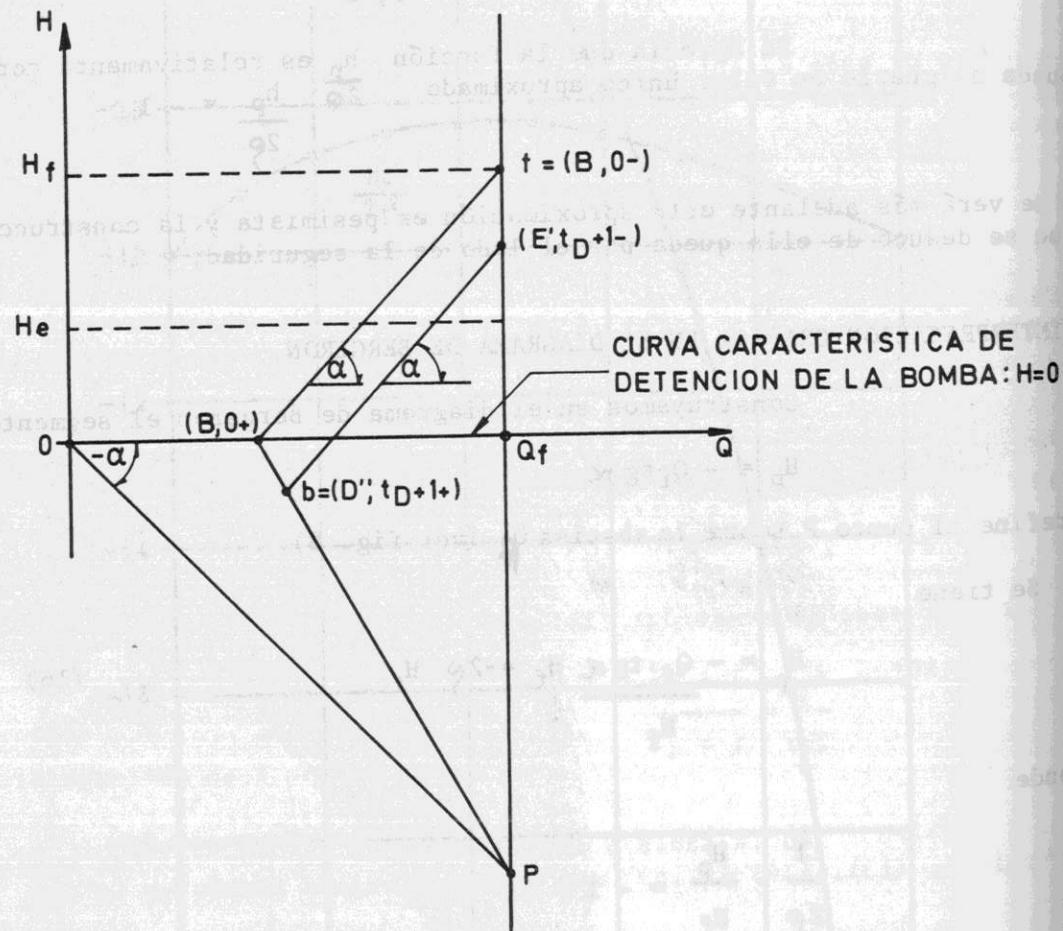
$$\frac{H_p}{H_f} = - \frac{Q_f \text{tg } \alpha}{H_f} = -2p \quad (16)$$

de donde

$$\frac{1}{2p} = \frac{H_p}{H_f} = -1$$

Si se pone  $h_p = \frac{H_p}{H_f}$ , resulta que el segmento  $H_p$  goza en el diagrama de Bergeron de las propiedades del segmento

FIGURA N° 8



$$\frac{h_p}{2\phi} = - \left( \frac{1 + q^2}{1 + q} \right) \approx -1$$

de la fig. 6. Es decir, las tangentes que se tracen a las curvas definidas por la ecuación (13) en su intersección con  $H = 0$  pasarán (aproximadamente) por el punto P. Este punto P lo llamaremos polo del diagrama de Bergeron. Pero la ecuación (13) es la ecuación (12) dividida por la constante de Allievi  $2\phi$ , por tanto, la ecuación de las cotas piezométricas para la primera onda de Joukowsky que se desplaza con celeridad "c" a lo largo de la tubería con pérdida de carga uniforme es muy aproximadamente una recta que pasa por el polo del diagrama de Bergeron.

De este modo, volviendo a la construcción de los puntos figurativos que se mencionaban en el capítulo 5, el punto

$$b = (D'', t_D + 1 +)$$

queda definido por la intersección de la curva característica positiva que pasa por  $(E', T_D + 1 -)$  con la recta polar que pasa por P. Evidentemente, el primer punto figurativo de la tubería está ubicado en la intersección de la recta característica positiva que pasa por  $f = (Q_f, H_f) = (B, 0-)$  con la curva característica de detención de la bomba  $H = 0$ . Esta intersección corresponde al punto figurativo  $(B, 0+)$ . (fig. 8).

En resumen, la construcción de los puntos figurativos de la primera onda de depresión obedece al siguiente procedimiento gráfico: (ver fig.9):

- a) Se supone conocido el punto figurativo de funcionamiento permanente :  $f = (Q_f, H_f) = (B, 0-)$ .
- b) Se determina el punto figurativo  $(B, 0+)$  en la forma usual : (intersección de la curva característica positiva con la curva característica de detención de la bomba  $H = 0$ ).
- c) Se determina el polo P tal que  $H_p = Q_f \text{tg } \alpha$  y se traza la recta polar  $(B, 0+) - P$ .
- d) Si se desea determinar la disminución de cota piezométrica inicial de una sección D cualquiera de la tubería cuya distancia a B sea LBD : se ubica el punto figurativo D - sobre la abscisa  $Q_f$  tal que :

$$H_f - H_D = \frac{LBD}{L} \cdot \Delta f \tag{17}$$

- e) Por este punto D-se traza una recta característica positiva que corta a la recta polar en  $D_+$ . Este es el punto figurativo de la sección D al pasar la primera onda de depresión causada por la detención de la bomba. En efecto, el diafragma E contiguo de la fig. 8, al pasar el límite  $\Delta L = 0$ , viene a coincidir

con D y de aquí que la construcción gráfica se puede realizar inequívocamente teniendo con la recta característica positiva los puntos de igual denominación.

La sección I de la tubería inmediatamente vecina al estanque I merece una consideración especial. Esta sección está ubicada a la distancia L de B y el tiempo que tarda la onda es

$$\tau = \frac{L}{c}$$

que es el semiperíodo de la tubería. Su punto figurativo es, por tanto,  $(I, \tau -)$  para la condición de funcionamiento permanente.

Si se repite para este punto la construcción gráfica análoga a D se encuentra sobre la recta polar el punto figurativo  $(I, \tau)$  que corresponde al paso de la primera onda de depresión. Sin embargo, al reflejarse la onda en el estanque I, impondrá a la sección inmediatamente vecina su cota piezométrica  $H_e = cte$  y el punto figurativo  $(I, \tau +)$  se ubicará sobre la recta  $H = H_e$  ligado al punto figurativo  $(I, \tau)$  por una recta característica negativa.

En resumen, para la sección I de la tubería inmediatamente vecina al estanque I se presentan tres puntos figurativos de ocurrencia casi simultánea:

- $(I, \tau -)$  para la condición de funcionamiento permanente con  $H_I = H_e$
- $(I, \tau)$  en un breve instante con  $H_I = \text{mínimo}$
- $(I, \tau +)$  para la condición transiente después del reflejo de la onda en el estanque I, con  $H_I = H_e$

De esta construcción se puede deducir que, en el caso de considerar pérdidas de carga en la tubería, la sección de la tubería más crítica, o sea de menor cota piezométrica transiente en el primer instante, es la sección inmediatamente vecina al estanque I.

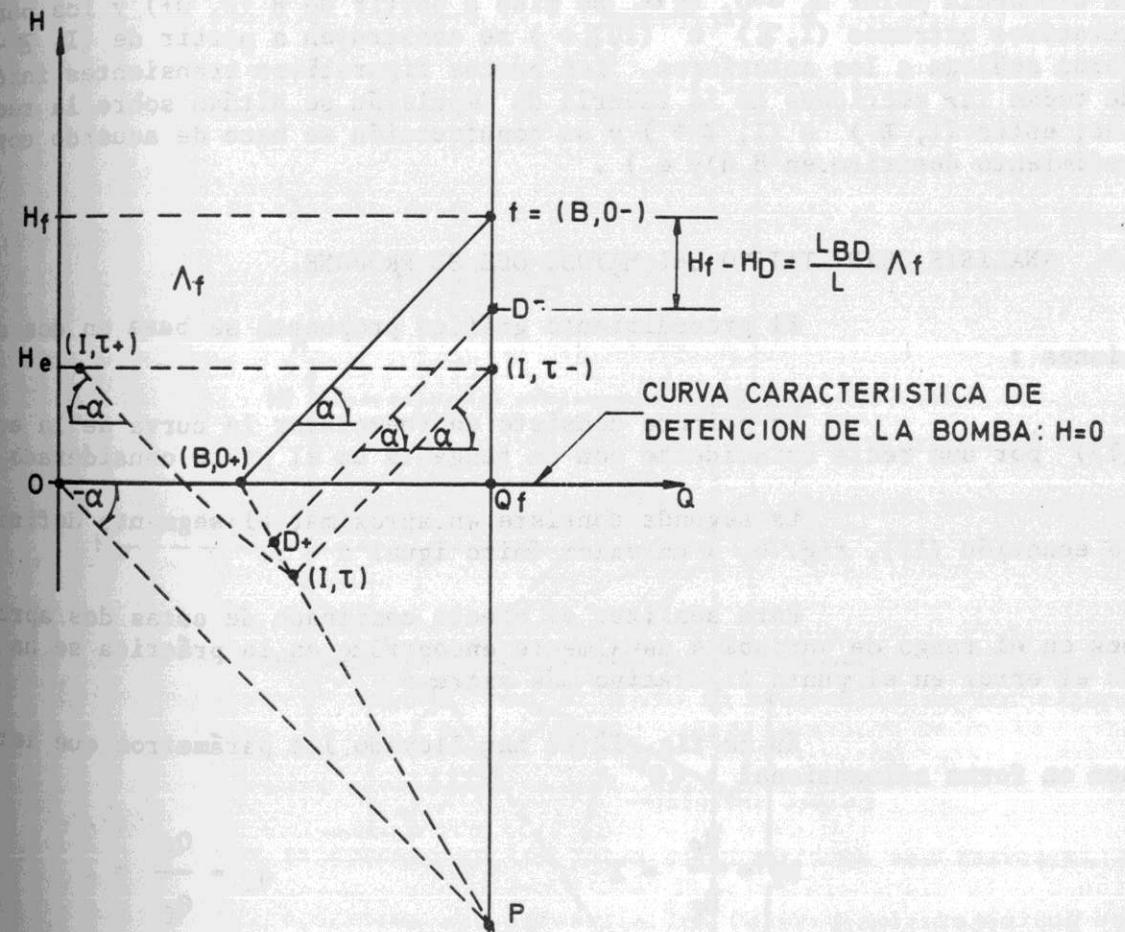
9. EXTENSION DE LA CONSTRUCCION PROPUESTA A OTROS CASOS.

- a) Caso en que el punto figurativo  $(B, 0+)$  cae sobre la recta  $Q = 0$ . (ver fig. 10).

Este caso significa que la primera onda de depresión detiene la columna de agua de la tubería y obliga a cerrarse a la válvula de retención B. La distancia polar  $H_p = -Q_f \text{tg } \alpha$  se cuenta a partir de  $H(B, 0+)$  y los puntos extremos  $(I, \tau)$  e  $(I, \tau +)$  se construye a partir de  $(I, \tau -)$  en forma análoga a la fig. 9. El punto figurativo  $(I, \tau +)$  viene a coincidir con  $(B, 0+)$ .

Los puntos figurativos transientes iniciales de todas las secciones de la tubería de impulsión se sitúan sobre la recta polar, entre  $(I, \tau)$  e  $(I, \tau +)$ .

FIGURA N° 9



b) Caso en que la curva característica de detención de la bomba es una curva  $H(Q)$ .

Este es el caso general que se presenta cuando después del corte de energía la bomba queda girando libremente (curva de embalamiento o de torque nulo) o cuando queda detenida (curva de frenado o de velocidad nula). En ambos casos la curva característica de detención de la bomba se puede expresar como una función sensiblemente cuadrática :

$$H_B = -MQ^2$$

en que  $M$  es un coeficiente que se puede determinar.

La construcción gráfica es completamente análoga a las anteriores (ver fig. 11).

El punto figurativo  $(B,0+)$  se determina en la forma usual. La distancia polar  $H_p = -Q_f \operatorname{tg} \alpha$  se mide a partir de  $H(B, 0+)$  y los puntos figurativos extremos  $(I, \tau)_f$  e  $(I, \tau)_+$  se construyen a partir de  $(I, \tau_-)$  en forma análoga a los anteriores. Los puntos figurativos transientes iniciales de todas las secciones de la tubería de impulsión se sitúan sobre la recta polar, entre  $(I, \tau)$  e  $(I, \tau_+)$  y su construcción se hace de acuerdo con el procedimiento descrito en 8 d) y e).

10. ANALISIS CUANTITATIVO DEL METODO QUE SE PROPONE.

El procedimiento gráfico propuesto se basa en dos aproximaciones :

La primera consiste en reemplazar la curva de la ecuación (13) por una recta coincidente con su tangente en el punto considerado.

La segunda consiste en aproximar el segmento definido por la ecuación (15), fig. 6, a un valor único igual a  $-1$ .

Para analizar el efecto combinado de estas dos aproximaciones en el rango de variables usualmente encontrado en la práctica se ha definido el error en el punto figurativo más extremo.

En la fig. 12 se han llevado los parámetros que intervienen en forma adimensional :

$$h_f = \frac{H_f}{H_f} = 1 \quad q_f = \frac{Q_f}{Q_f} = 1$$

$$h_e = \frac{H_e}{H_f} \quad q = \frac{Q}{Q_f}$$

FIGURA N° 10

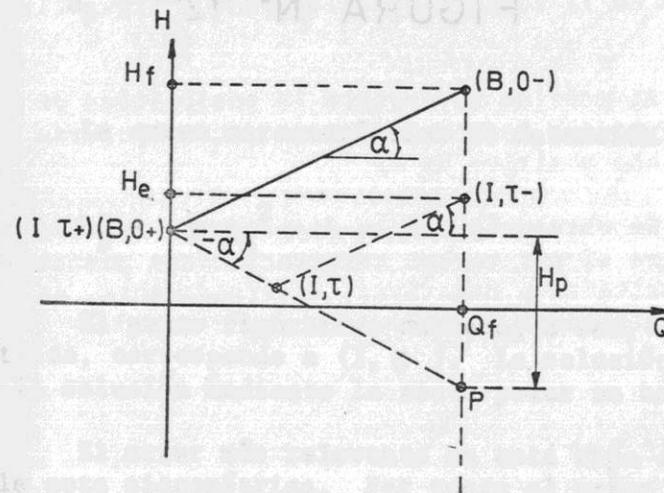


FIGURA N° 11

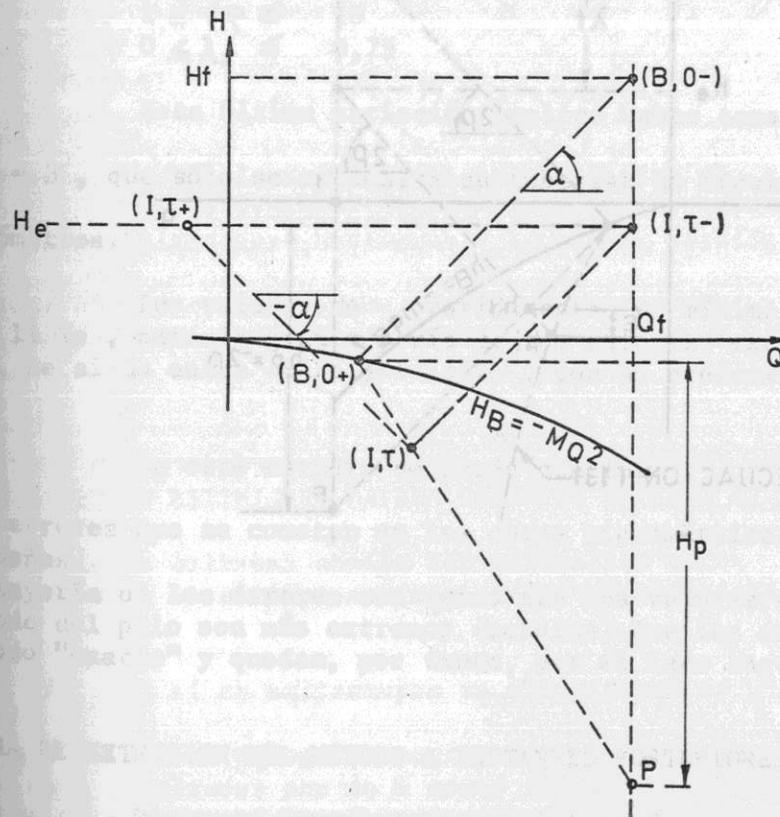
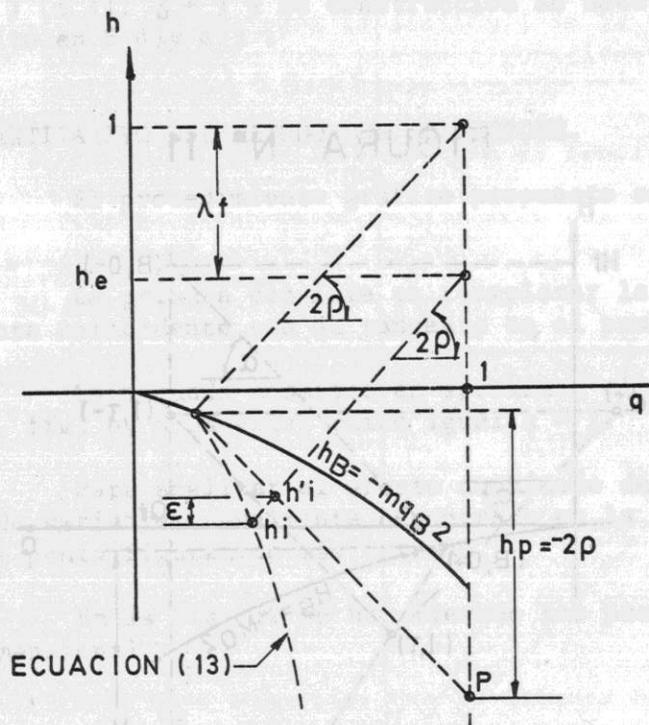


FIGURA N° 12



$$\lambda_f = \frac{\Lambda_f}{H_f}$$

$$h_p = \frac{H_p}{H_f} = -2\rho$$

La curva característica de detención de la bomba se ha escrito como

$$h_B = -m q_B^2$$

El punto figurativo extremo, o sea, aquel que tiene la menor cota piezométrica, corresponde a  $(1, z)$ . La solución "exacta" se ha denominado  $(q_i, h_i)$  y la solución mediante la recta polar se ha denominado  $(q_i', h_i')$ .

El error más relevante en este tipo de fenómenos es el correspondiente a la cota piezométrica. Por tanto el error se ha calculado como  $\epsilon = h_i - h_i'$ .

El cálculo de  $\epsilon$  se ha hecho cubriendo el siguiente rango de las variables :

$$0 \leq m \leq -0.8$$

$$1 \leq 2\rho \leq 10$$

$$0 \leq \lambda_f \leq 0.75$$

Esta última variación implica haber tomado pérdidas de carga hasta  $\frac{\Lambda_f}{H_e} = 3$ , que sólo se encuentra en tuberías de impulsión de varias decenas de kilómetros.

Los valores de  $\epsilon$  varían entre un mínimo de - 25 % y un máximo de + 11 %, pero la gran mayoría de los valores, excluyendo el caso extremo  $m = 0$ , se sitúa entre -8 % y + 11 %, con un predominio de los valores positivos.

De este estudio se puede concluir :

- a) los errores que se cometen en las cotas piezométricas son francamente pequeños.
- b) la mayoría de los errores son tales que los valores calculados con el método del polo son más extremos (menores) que los calculados con el método "exacto" y quedan, por tanto, por el lado seguro.

11. CONJETURA DE EXTENSION DEL METODO A INSTANTES POSTERIORES.

Deseamos formular una conjetura de que este método puede extenderse a cálculos completos, en que se incluyen instantes posteriores al de

la primera onda de depresión. Esta conjetura está basada exclusivamente en una extensión analógica del procedimiento gráfico y su "bondad" se muestra en el gráfico fig. 13 que se acompaña. En él se ha analizado una tubería con cinco diafragmas uniformemente espaciados y se aprecia que la extensión del método se sitúa como envolvente en la totalidad de los puntos figurativos hasta el tiempo  $4\tau$ .

El gráfico 13 sugiere la posibilidad de construir diagramas más complejos, agregando los conceptos de rectas polares positivas y polos ubicados en el semiplano positivo de H.

Se obtendría así un diagrama en que los puntos figurativos quedarían ligados entre sí por rectas características positivas y negativas y por rectas polares positivas y negativas, alternadamente, en un cierto orden que se visualiza del siguiente modo :

$$\begin{array}{l}
 (B,0-) + \alpha (B,0+) \\
 \quad - \pi \\
 (I,2-) + \alpha (I,2) - \alpha (I,2+) \\
 \quad + \pi \quad \quad + \pi \\
 (B,22-) - \alpha (B,22) + \alpha (B,22+) \\
 \quad \quad - \pi \quad \quad - \pi \\
 (I,32-) + \alpha (I,32) - \alpha (I,32+) \\
 \quad \quad + \pi \quad \quad + \pi \\
 (B,42-) - \alpha (B,42) + \alpha (B,42+) \\
 \quad \quad - \pi \quad \quad - \pi \\
 (I,52-) + \alpha (I,52) \\
 \quad \quad + \pi \\
 (B,62-)
 \end{array}$$

En este diagrama  $+\alpha$  y  $-\alpha$  son los ángulos de las rectas características positivas y negativas, respectivamente y  $+\pi$  y  $-\pi$  son los ángulos de las rectas polares positivas y negativas, respectivamente.

Hasta no desarrollar un estudio analítico sobre esta extensión del método sólo la mencionamos como una conjetura interesante, sugerida por los depurados de Bergeron que hemos realizado.

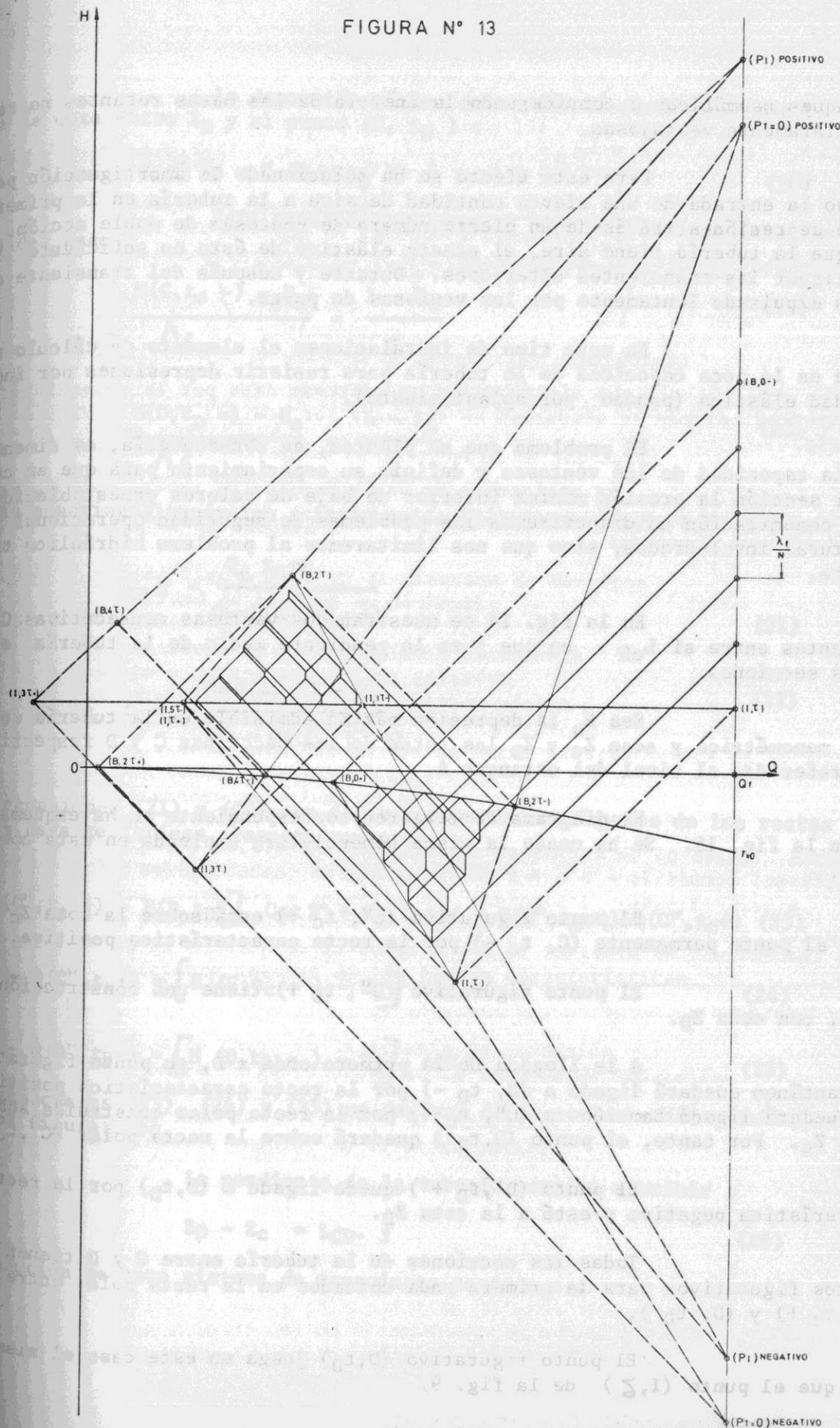
12. DISTANCIA ENTRE VENTOSAS EN UNA TUBERIA DE IMPULSION CON PERDIDA DE CARGA PARA MANTENER LA PRESION INTERIOR DENTRO DE LIMITES PREESTABLECIDOS .-

Como aplicación del método descrito se plantea un problema práctico de una instalación de bombeo con una tubería de gran longitud y gran pérdida de carga.

La instalación se esquematiza en la fig. 14.

Se trata de amortiguar el golpe de ariete negativo producido por una detención brusca de una bomba B en una tubería de gran longitud y muy pequeña pendiente. Dada la enorme inercia de la columna de agua en movimiento y su gran volumen, las soluciones tradicionales mediante aplicación de

FIGURA N° 13



estanques neumáticos o considerando la inercia de las masas rotantes no resultan claramente ventajosas.

Para este efecto se ha solucionado la amortiguación permitiendo la entrada de una cierta cantidad de aire a la tubería en la primera onda de depresión a través de un cierto número de ventosas de doble acción. Una vez que la tubería tiene aire, el efecto elástico de éste es suficiente para amortiguar las transientes ulteriores. Durante y después del transiente el aire es expulsado lentamente por las ventosas de purga.

En este tipo de instalaciones el elemento de cálculo relevante es la poca capacidad de la tubería para resistir depresiones por inestabilidad elástica (pandeo por aplastamiento).

El problema que se plantea, en consecuencia, es dimensionar la capacidad de las ventosas y definir su espaciamento para que en cualquier sección la presión mínima interior no baje de valores preestablecidos. En esta comunicación no discutiremos los problemas de seguridad operacional y estructural involucrados, sino que nos limitaremos al problema hidráulico transiente.

En la fig. 14 se muestran dos ventosas consecutivas C y D distantes entre sí  $L_{CD}$ , en que  $j$  es la pendiente media de la tubería entre ambas secciones.

Sea  $H_a$  la depresión máxima admisible en la tubería en sistema manométrico y sean  $Z_c$  y  $Z_D$  las cotas de las secciones C y D respectivamente, referidas al nivel del estanque A.

El diagrama de Bergeron correspondiente se ha esquematizado en la fig. 15. Se ha usado la misma nomenclatura empleada en esta comunicación.

El punto figurativo  $(C'', t_c +)$  está sobre la cota  $Z_c$  y ligado al punto permanente  $(C, t_c -)$  por la recta característica positiva.

El punto figurativo  $(D'', t_D +)$  tiene una construcción análoga, con cota  $Z_D$ .

A la llegada de la primera onda a D, su punto figurativo instantáneo quedará ligado a  $(D, t_D -)$  por la recta característica positiva, pero quedará ligado también a  $(C'', t_c +)$  por la recta polar construida sobre la cota  $Z_c$ . Por tanto, el punto  $(D, t_D)$  quedará sobre la recta polar  $(C'', t_c +) - P$ .

El punto  $(D', t_D +)$  queda ligado a  $(D, t_D)$  por la recta característica negativa y está a la cota  $Z_D$ .

Todas las secciones de la tubería entre C y D tienen puntos figurativos para la primera onda ubicados en la recta polar entre  $(C'', t_c +)$  y  $(D, t_D)$ .

El punto figurativo  $(D, t_D)$  juega en este caso el mismo papel que el punto  $(I, Z)$  de la fig. 9.

La depresión máxima del tramo CD queda dada por la diferencia de cota entre  $Z_D$  y el punto  $(D, t_D)$ :

$$H_a \leq Z_D - H(D, t_D) \quad (18)$$

Esta construcción permite plantear de inmediato las ecuaciones del caso:

$$\frac{H(C, t_c -) - H_e}{\Lambda_f} = \frac{L - L_c}{L} \quad (19)$$

$$\frac{H(D, t_D -) - H_e}{\Lambda_f} = \frac{L - L_D}{L} \quad (20)$$

Ambas ecuaciones equivalen a la ecuación (17) del capítulo 8.

$$t_g \pi = \frac{Q_f t_g \alpha}{Q_f - Q(C'', t_c +)} \quad (21)$$

$$t_g \alpha = \frac{H(C, t_c -) - Z_c}{Q_f - Q(C'', t_c +)} \quad (22)$$

Las ecuaciones (21) y (22) son definitorias de los ángulos de las rectas polares y características, respectivamente.

$$\left[ H(C'', t_c +) - H(D, t_D) \right] \cot \pi + H_a \cot \alpha = Q(D'', t_D +) - Q(C'', t_c +) \quad (23)$$

$$Q_f - Q(C'', t_c +) = \left[ H(C, t_c -) - Z_c \right] \cot \alpha \quad (24)$$

$$Q_f - Q(D'', t_D +) = \left[ H(D, t_D -) - Z_D \right] \cot \alpha \quad (25)$$

Las ecuaciones (23), (24) y (25) se derivan de la construcción geométrica de los puntos figurativos.

La pendiente de la tubería permite escribir:

$$Z_D - Z_c = L_{CD} \cdot j \quad (26)$$

La solución de este sistema de ecuaciones conduce a:



FIGURA N° 14

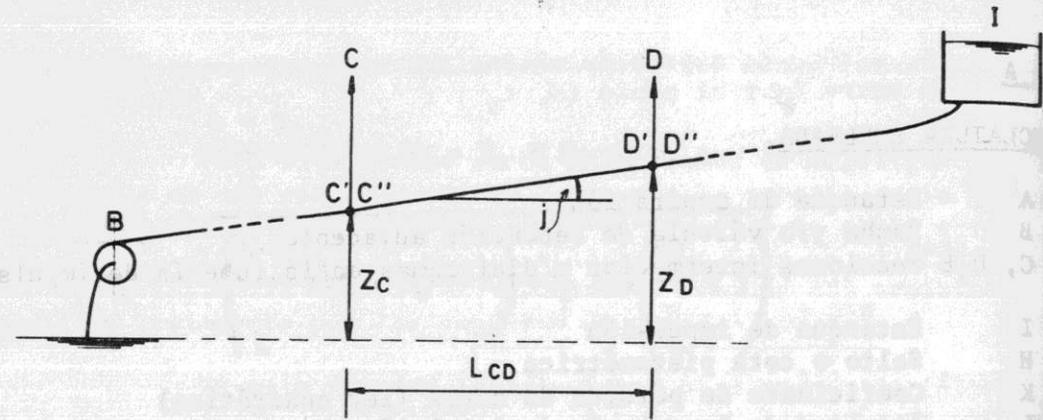
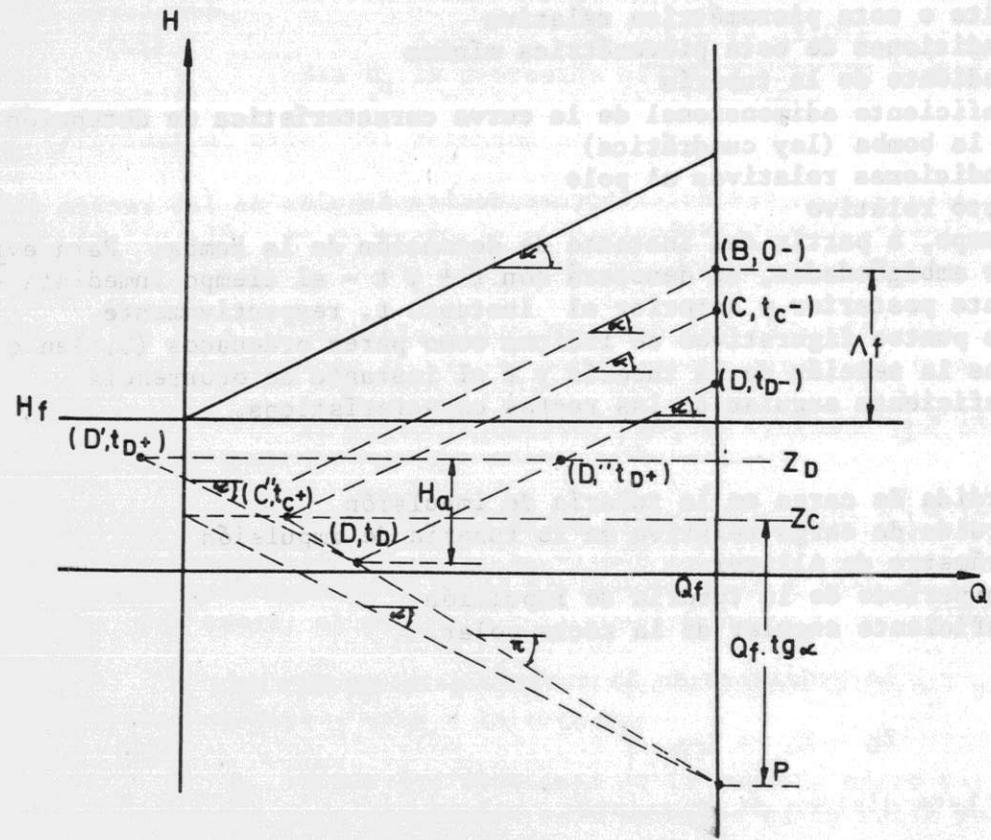


FIGURA N° 15



ESTUDIO HIDROLÓGICO Y DISEÑO DE  
TUNEL DE DESVIACIÓN

Solano Vega Vicuña  
 Ing. Civil U. de Chile

2. HIDRAULICA APLICADA

que varía entre 5 y 30 años. El costo de la obra es el costo del túnel más el costo de la obra de desviación. El criterio de diseño anterior acepta implícitamente un riesgo de destrucción de las obras militares que puede ser inadecuadamente evaluado para este tipo de obra. En este trabajo se presenta una metodología que permite determinar el costo del riesgo que significa aceptar un nivel de diseño. Al entrar en consideración este problema, se determinará un punto óptimo de diseño para cada obra, que minimiza el costo de la obra de desviación más el costo del riesgo correspondiente.

Este Director de HIDROLOGIA y DISEÑO de TUNEL DE DESVIACIÓN, en el año 1960, realizó un estudio de las obras de desviación de agua en Chile, con el fin de determinar el costo de la obra de desviación más el costo del riesgo correspondiente.