

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

DIRECTORIO

PRESIDENTE	:	Horacio Merý M.
DIRECTORES	:	Francisco Díaz D. Basilio Espíldora C. Patricio Ferrer A. Juan Mackenna I. Gastón Mahave M.
SECRETARIO	:	Eduardo Gallardo M.

TERCER COLOQUIO NACIONAL DE HIDRAULICA

COMITE ORGANIZADOR

PRESIDENTE	:	Luis Court M.
DELEGADOS	:	
SOC. CHILENA DE ING. HIDRAULICA	:	Francisco Díaz D. Cristián Maturana B.
INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE	:	Ricardo Edwards G.
UNIVERSIDAD DE CHILE	:	Luis Ayala R.
UNIVERSIDAD CATOLICA	:	Eduardo Varas C.
UNIVERSIDAD SANTA MARIA	:	Ludwig Stowhas B.

S E D E : INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE

INDICE

	PAG
1. <u>MECANICA DE FLUIDOS E HIDRAULICA FUNDAMENTAL</u>	1
1.1 USO DE ECUACIONES RACIONALES EN EL CALCULO DE LA PERDIDA FRICCIONAL EN CANALES REVESTIDOS. Horacio Mery M.	3
1.2 APLICACION DE ALGORITMOS NUMERICOS AL ESTUDIO DE UN CHORRO LAMINAR AXISIMETRICO EN LA REGION PLENAMENTE DESARROLLADA. Luis Ayala R.	17
1.3 MEDICION EN LABORATORIO DE LA EROSION POR CAVITACION. Roberto Muñoz G., Jorge Villavicencio V.	37
1.4 ESTUDIO EXPERIMENTAL SOBRE LA INFLUENCIA DE LA VISCOSIDAD EN LA RESISTENCIA HIDRAULICA Y TRANSPORTE SOLIDO EN CANALES ALUVIALES. Luis Ayala R.	53
1.5 DETERMINACION DEL EJE HIDRAULICO EN CANALES DE PENDIENTE FUERTE. Klaus Pontani R.	79
1.6 METODO GRAFICO COMPLEMENTARIO AL METODO DE BERGERON CONSIDERANDO PERDIDA DE CARGA CONTINUA. APLICACION AL CASO DE DETENCION DE BOMBAS. Sergio Radrigán V.	97
2. <u>HIDRAULICA APLICADA</u>	123
2.1 DISEÑO HIDROLOGICO OPTIMIZADO DE TUNELES DE DESVIACION. Solano Vega V.	125
2.2 DISEÑO PROBABILISTICO DE UN SEDIMENTADOR. Juan Mackenna I., Eduardo Varas C.	149
2.3 DEFINICION Y DETERMINACION DE UN FACTOR DE CARGA DE LAS PERDIDAS DE ENERGIA EN CONDUCTOS CERRADOS CON ESCURRIMIENTO A SECCION COMPLETA. Rodolfo Bennewitz B.	173

SOCIIDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

DIRECTOR

Director: M. ...  
Vice-Director: D. ...  
Secretario: M. ...

SECRETARIO

TERCER COMITADO NACIONAL DE HIDRAULICA

COMITE ORGANIZADOR

Presidente: M. ...  
Vice-Presidente: M. ...  
Secretario: M. ...  
Membros: M. ...

INSTITUTO DE INGENIERIA DE CHILE

2.4	DISEÑO DE UN SIFON PARA VACIAMIENTO DE ESTANQUE. Alberto Sepúlveda V.	227
2.5	DISEÑO DE UNA BARRERA DE ENROCADOS EN EL RIO TENO. Lincoln Alvarado M., Horacio Mery M., Ricardo Riedel G.	247
2.6	PROTECCION DE TALUDES CON ENROCADOS. Lincoln Alvarado M.	261
2.7	RASTREO DE CRECIDAS EN UN CANAL COLECTOR DE AGUAS LLUVIAS. Guillermo Osses G., Patricio Ferrer A.	279
2.8	ESTUDIO CRITICO SOBRE LA FORMA DE UTILIZAR LA FORMULA DE MEYER-PETER Y MULLER PARA EL CALCULO DE ARRASTRE POR EL FONDO. Andrés Benítez G.	299
2.9	DISEÑO Y ESTUDIO EXPERIMENTAL DE UN EMISOR O GOTERO PARA SER USADO EN EL SISTEMA DE RIEGO POR GOTEO. Jorge Villavicencio V., Armando Lolos	315
3.	<u>HIDROLOGIA Y RECURSOS HIDRAULICOS</u>	335
3.1	MODELO DE PRECIPITACIONES HORARIAS. Eduardo Varas C.	337
3.2	ESTIMACION DE CRECIDAS EN CUENCAS NO CONTROLADAS. Francisco Verni M., Harry King F.	357
3.3	ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA APLICACION DEL MODELO DE MARKOV EN GENERACION ESTOCASTICA DE CAUDALES. Ernesto Brown F., Eduardo Torretti P.	375
3.4	NECESIDADES DE AGUA DE CULTIVOS EN LAS ZONAS AGRICOLAS DEL RIO ELQUI. Guillermo Cabrera F., Pablo Isensee M., Ximena Vargas M.	405
3.5	EMPLEO DE SATELITES ARTIFICIALES EN EL ESTUDIO DE LOS RECURSOS DE AGUA EN CHILE. Mauricio Araya , Javier Narbona N., Humberto Peña T.	431

3.6	INVESTIGACIONES HIDROLOGICAS EN EL GLACIAR ECHAUREN-NORTE. CUENCA DEL RIO MAIPO. Humberto Peña T., Javier Narbona N.	467
3.7	ESTUDIO PRELIMINAR DE LAS FILTRACIONES DEL LAGO LAJA MEDIANTE TRAZADORES RADIOACTIVOS. Antonio Plata B., Emilio Iraguen I.	493
3.8	PRONOSTICO DE ESCORRENTIA DE DESHIELO. Pablo Isensee M., Basilio Espíldora C., Gerardo Ahumada T.	517
3.9	ANALISIS DEL PROBLEMA DE FILTRACIONES EN EL EMBALSE EL YESO. Guillermo Cabrera F., Julio Larenas H., Miguel Munizaga B.	543
3.10	FORMULACION DE UN MODELO DE GENERACION ESTOCASTICA DE PRECIPITACIONES DIARIAS. Ernesto Brown F., Eugenio Cisternas Z.	563
3.11	MODELO DE DECISION PARA LA SELECCION DE CRECIDAS DE DISEÑO EN PRESAS DE EMBALSE. Basilio Espíldora C.	583
3.12	MODELO DE SIMULACION HIDROLOGICA EN LA CUENCA DEL RIO ELQUI. Basilio Espíldora C., Gerardo Palma E.	609
3.13	RADIOISOTOPOS EN LA MEDICION DE CAUDALES CON ALTA PRECISION. Emilio Iraguen I.	635
3.14	MODELO DE ELEMENTOS FINITOS ISOPARAMETRICOS PARA EL ESTUDIO DE AGUAS SUBTERRANEAS DEL SECTOR PAN DE AZUCAR, CUENCA DEL RIO ELQUI. Guillermo Cabrera F., Ernesto Menchaca M.	651
3.15	ANALISIS ESTADISTICO DE MUESTREOS DE GASTO SOLIDO EN SUSPENSION. Francisco Verni M., Juan P. González M.	675

%%%%%%%%%



TERCER COLOQUIO NACIONAL  
SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

USO DE ECUACIONES RACIONALES EN EL CALCULO  
DE LA PERDIDA FRICCIONAL EN CANALES REVESTIDOS

POR

HORACIO MERY M. (\*)  
INGENIERO CIVIL

RESUMEN

En este trabajo se indican las ecuaciones derivadas de la teoría de Prandtl-von Karman, para ser usadas en canales. Se dan 2 gráficos útiles para el cálculo rápido del factor de fricción "f" o el C de Chezy. Se dan valores de la magnitud " $\epsilon$ " para canales revestidos de acuerdo a la experiencia extranjera y la experiencia obtenida en canales construídos en el país.

\* Ingeniero. Empresa Nacional de Electricidad S.A. ENDESA  
Profesor de Hidráulica Teórica. Escuela de Ingeniería  
de la Universidad de Chile.

## 1. INTRODUCCION.

El objetivo de este trabajo es el de difundir entre los ingenieros el uso de la ecuación adimensional de Darcy-Weisbach en la determinación de la resistencia friccional en canales revestidos. Para la determinación del factor de fricción "f" se utilizan las ecuaciones derivadas de la teoría de Prandtl - von Karman. También se indican valores de uso práctico, de la magnitud de la rugosidad equivalente a granos de arena "ε", de acuerdo a mediciones efectuadas en los principales canales revestidos construídos por la Empresa Nacional de Electricidad S.A. ENDESA.

En el completo Informe elaborado por el Comité de Hidromecánica de la A.S.C.E (1) en 1963 sobre factores de fricción en canales abiertos, se dice textualmente: "En el presente estado de los conocimientos (1961) si se aplican juiciosamente ambos coeficientes "n" (de Kutter, que se usa también en la ecuación de Manning) o "f", son probablemente iguales de efectivos para resolver problemas prácticos, aún cuando debe reconocerse que el uso del coeficiente "n" tiene limitaciones. De acuerdo con medidas experimentales de fricción en canales abiertos en un amplio rango de condiciones, estos son mejores correlacionados y comprendidos con el uso del factor "f". Además, este factor es usado por ingenieros de otras especialidades y probablemente extender su uso sea la única manera de obtener una base común y poder reunir todas las experiencias de resistencia friccional, tanto en canales como en tuberías. Los Ingenieros Profesores e Investigadores deben enfatizar el uso del factor de fricción."

Respecto de la aseveración de que las fórmulas racionales basadas en la teoría de Prandtl - von Karman correlacionan mejor los valores medidos de la fricción en canales, usando la rugosidad equivalente "ε", podemos citar las extensas mediciones hechas por el U S B R en más de 170 millas de grandes canales revestidos para irrigación, entre 1957 y 1962. En dos de los más grandes canales, las alturas registradas fueron un 10% superiores a las calculadas (con la fórmula de Kutter y n = 0,014). También en Chile hemos constatado, en canales que operan con un radio hidráulico grande (cercano a los 3 m), un aumento en el coeficiente de rugosidad "n" (con la ecuación de Manning) respecto del valor considerado en el proyecto. Este hecho queda explicado con las ecuaciones racionales.

Finalmente cabe agregar que hoy en día con el uso de las mini calculadoras no puede considerarse a la complejidad de las ecuaciones derivadas de la teoría Prandtl - von Karman como un impedimento para su uso.

## 2. RESEÑA HISTORICA.

En el siglo pasado Weisbach introdujo el uso del factor de fricción "f" en el cálculo de la resistencia friccional de tuberías:

$$I = f \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

siendo

D = diámetro de la tubería  
V = velocidad media del flujo.

Varios investigadores, incluyendo a Darcy, han propuesto fórmulas para determinar el valor del factor "f".

En el año 1904, L. Prandtl propuso su teoría de la capa límite la cual ha afectado profundamente el concepto de la resistencia de flujo en tuberías y canales.

Entre los primeros investigadores que dieron expresiones para el cálculo de "f", debemos recordar a H. Blasius que propuso en 1911 una fórmula para las tuberías lisas, siendo "f" función exclusivamente del N° de Reynolds (R).

En 1923, L. Hopf y K. Fromm publicaron los primeros artículos con medidas de la rugosidad de acuerdo a los conceptos modernos. Hopf mostró que en general "f" depende de la rugosidad relativa, del valor de R y de la forma de la sección transversal.

En 1932 Prandtl había deducido una fórmula para tuberías lisas, expresando "f" en función del N° de Reynolds. Al año siguiente Nikuradse demostró que para tuberías rugosas, con un N° de Reynolds suficientemente grande, el factor de fricción depende exclusivamente de la rugosidad relativa. Nikuradse desarrolló una fórmula para "f" en función del diámetro de los granos de arena adheridos a la pared de la tubería para simular la rugosidad. Nikuradse usó granos de arena uniformes. Para el flujo parcialmente rugoso, éste produjo un aumento en el valor de "f" con R.

En 1937, Colebrook y White investigaron esta región usando rugosidad no uniforme de las tuberías comerciales. En 1938 Colebrook publicó la conocida ecuación de transición:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3,7 D} + \frac{2,52}{R\sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

siendo ε = diámetro equivalente de los granos de arena que producen el mismo "f" en flujo turbulento rugoso.

Esta fórmula junto con las ecuaciones del régimen turbulento rugoso y de pared lisa han originado números gráficos para determinar la pérdida friccional en tuberías.

Numerosos autores trataron de usar ecuaciones similares para canales abiertos. En 1938, G.H. Keulegan en EE.UU. desarrolló fórmulas para canales, basadas en la ley universal de distribución de velocidad de von Karman. Verificó la forma de su ecuación usando los datos experimentales de Bazin y calculó valores de "ε" para superficies de revestimiento de canales. La ecuación general dada por Keulegan, similar a la de Colebrook para tuberías, para el flujo parcialmente rugoso, se puede escribir en forma general:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -c \log \left( \frac{\epsilon}{aR} + \frac{b}{R\sqrt{f}} \right) \quad (3)$$

siendo a, b, y c constantes adimensionales

R = radio hidráulico de la sección mojada

$$R = \frac{4 R \bar{V}}{\nu} \quad (\text{N}^\circ \text{ de Reynolds})$$

La expresión para la pérdida friccional unitaria sería :

$$J = f \frac{1}{4 R} \cdot \frac{\bar{V}^2}{2 g} \quad (4)$$

se ha utilizado el término "4R" para guardar una analogía con la ecuación (1).

Para el flujo turbulento en pared lisa, la ecuación (3) queda :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = c \log \frac{R \sqrt{f}}{b} \quad (5)$$

y para el flujo turbulento rugoso :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = c \log a \left( \frac{R}{\epsilon} \right) \quad (6)$$

Numerosos autores han dado valores para los parámetros a, b y c de la relación (3). En la tabla N° 1 se indican algunos valores.

T A B L A N° 1

Investigador	a	b	c	Observaciones
A.P. Zegzhda	11,55	-	2,00	Canoa rectangular. Rugosidad de granos de arena.
G.H. Keulegan	11,09	-	2,03	Canal ancho "
" "	12,27	-	2,03	Canal trapecial "
" "	-	3,41	2,03	Canal ancho. Pared lisa
" "	-	3,09	2,03	Canal trapecial. Pared lisa
Sayre y Albertson	-	7,17	2,14	
Tracey y Lester	-	4,37	2,03	Canal rectangular. " "
J.T. Thijssse	12,20	3,03	2,00	Canal ancho
Breting	14,83	2,51	2,00	

En realidad eligiendo un valor para "c", se obtienen los valores de "a" y "b". Con la ley de distribución de velocidades de von Karman se obtiene c = 2,03. P. Ackers propuso usar el valor de c = 2 para redondear cifras.

Los valores dados por Keulegan han sido ampliamente usados en los E.E.U.U. La ecuación para el flujo turbulento parcialmente rugoso en un canal trapecial, sería según este investigador :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,03 \log \left( \frac{\epsilon}{12,27 R} + \frac{3,09}{R \sqrt{f}} \right) \quad (7)$$

Según las experiencias de Nikuradse, la pared de una canalización será hidráulicamente lisa si se cumple.

$$R_* = \epsilon \frac{V_*}{\nu} < 3,3 \quad (8)$$

siendo :

$$V_* = \text{velocidad de corte} = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$

$\nu$  = viscosidad cinemática.

$\tau_0$  = tensión tangencial en la pared

y la pared será hidráulicamente rugosa si

$$R_* > 67 \quad (9)$$

Entre los límites dados, el flujo es parcialmente rugoso o de transición.

### 3. ABACO PARA EL CALCULO DEL FACTOR C. (DE CHEZY)

Históricamente la primera fórmula para canales es la de Antoine Chezy. En ella se supone que la tensión tangencial " $\tau_0$ " en la pared del canal, es proporcional al cuadrado de la velocidad. Como en un escurrimiento en un conducto, canal o tubería, se verifica :

$$\tau_0 = \gamma R J \quad (10)$$

resulta que la velocidad media del flujo puede expresarse a través de la relación :

$$\bar{V} = C \sqrt{R J} \quad (11)$$

Esta relación es conocida como ecuación de Chezy. El coeficiente C es dimensional.

Igualando el término J de la ecuación (11) con la relación (4), se obtiene :

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad (12)$$

Reemplazando en la ecuación (7) el término "f" por el coeficiente C de Chezy, se obtiene la ecuación general para C :

$$C = -18 \log \left( \frac{C}{2,87 R} + \frac{\epsilon}{12,2 R} \right) \quad (13)$$

Para el flujo turbulento de pared lisa, el coeficiente C. se determina con la relación :

$$C = 18 \log \frac{2,87 R}{C} \quad (14)$$

y para el flujo turbulento rugoso :

$$C = 18 \log 12,2 \left( \frac{R}{\epsilon} \right) \quad (15)$$

Las relaciones (13), (14) y (15) se han utilizado para dibujar un gráfico similar al gráfico universal para las pérdidas en tuberías. Este gráfico permite la determinación rápida del coeficiente C. de Chezy o del factor de fricción "f", con el valor de la rugosidad relativa (R/ε) y el N° de Reynolds  $R = \frac{V \sqrt{4R}}{\nu}$ . Este gráfico se muestra en la figura 1.

En general el flujo en canales será turbulento rugoso. Para verificar esta situación se debe cumplir :

$$R_* = \frac{\epsilon V_*}{\nu} > 70 \quad \text{o sea}$$

$$\frac{\epsilon \sqrt{gRJ}}{\nu} > 70$$

y de aquí  $R > 90,55 C \cdot \left( \frac{R}{\epsilon} \right) \quad (16)$

En el gráfico citado se señala con línea de segmento el valor límite dado por la relación (16).

En el gráfico N° 2 se muestra un abaco para el cálculo del coeficiente C en el caso del flujo turbulento rugoso, que es el caso frecuente en la práctica, conocido el valor de ε y el valor del radio hidráulico R.

#### 4. VALORES DE LA RUGOSIDAD EQUIVALENTE ε.

Se ha indicado que la rugosidad equivalente ε, corresponde al tamaño de los granos uniformes de arena que adheridos a una pared lisa dan la misma pérdida friccional en régimen turbulento rugoso.

A continuación indicamos en la TABLA 2 valores de ε, según Ackers y Zegzhda, para ser usados en canales revestidos.

TABLA N° 2

Valores de ε. (según Ackers y Zegzhda)

Terminación de la superficie.

	ε (mm)
Superficie excepcionalmente suave de hormigón.	
Juntas muy bien ejecutadas. Horm. Cl. 4.	0,2-0,3
Hormigón ejecutado con moldaje metálico lubricado con aceite. Juntas cuidadosas. Horm. Cl. 3	0,5-0,6
Hormigón corriente ejecutado con moldaje de madera. Horm. Cl. 2	1,2-1,5
Hormigón rugoso	4
Albañilería de piedra.	6
Gunita o shotcrete liso	3-9

En el Manual del Corp of Engineers (3) para el diseño de canales, se indica que en canales revestidos de hormigón el valor de ε variaría entre 0,6 mm y 2,1 mm. En el artículo citado de J.P. Tilp, en el cual se da cuenta de las medidas en 9 grandes canales en los E.E.U.U. construídos con molde deslizante, se indican los valores de "ε" determinados en tramos rectos de los canales. En el gráfico N° 3 reproducimos la figura 13 del citado artículo, en el cual se lleva en el eje horizontal el valor del radio hidráulico R y en el eje vertical el coeficiente de rugosidad de Kutter "n". Se han trazado curvas que muestran la variación del coeficiente "n" con el valor del radio hidráulico R, para un valor dado "ε", para el flujo turbulento rugoso. Se han usado los valores de ε = 3 mm y ε = 0.5 mm que son los valores límites de la banda que cubren las medidas experimentales. Un buen valor de diseño para "ε" estaría comprendido entre 1 y 2 mm. Lo más interesante de este gráfico, es que muestra que el coeficiente rugosidad "n" aumenta al crecer el valor de R de acuerdo con las ecuaciones derivadas de la teoría de Prandtl - von Karman - Nikuradse.

Con el fin de conocer los valores de la rugosidad "ε" en canales revestidos y construídos en el país, se han considerado varios canales construídos por la Empresa Nacional de Electricidad S.A. ENDESA y sobre los cuales hay bastantes antecedentes de ejes hidráulicos medidos, lo que permite el cálculo del coeficiente de rugosidad "n" según Manning o del factor "ε".

Todos los canales fueron considerados rectos, para lo cual fue necesario descontar el efecto de incremento del coeficiente "n" por curvas, siguiendo la recomendación de Scobey. Según este investigador, el coeficiente "n" debe aumentarse en un 0,001 por cada 65,5° (suma de los ángulos del centro de las curvas) en 100 m de canal (para  $R/1 > 5$ ). Se ha considerado la corrección por curvas de acuerdo a la relación :

$$\Delta n = 0,001 \frac{\sum \alpha}{65,5^\circ} \cdot \frac{L}{100} \quad (17)$$

siendo  $\sum \alpha =$  suma de los ángulos del centro (en grados sexag.)  
 $L =$  longitud del canal en (m).

Los valores obtenidos se llevan en el Gráfico N° 4, similar al N° 3. Se puede apreciar que la casi totalidad de las medidas en canales re vestidos quedan en la banda comprendida entre  $\epsilon = 1$  mm y 4 mm. Un buen va lor recomendado para proyecto sería de  $\epsilon = 2$  mm.

Fuera de esta banda estan las medidas correspondientes a la canoa de la C. Isla que corresponde a un canal de terminación extraordinariamen te cuidada y juntas bien ejecutadas. Para este tipo de canal la banda sería de 0,5 mm a 1 mm. Finalmente en la parte superior del diagrama, entre 5 mm y 6 mm se encuentran las medidas del canal de aducción de la Central Abanico en tramo recto, que tiene un revestimiento de albañilería de piedra, valor coincidente con los datos por Ackers y Zegzhda.

#### BIBLIOGRAFIA.

- 1) Friction Factors in Open Channels.  
Journal of the Hydraulics Div. March. 1963
- 2) Capacity tests in large concrete-lined canals.  
Journal of the Hydraulics Div. May. 1965.
- 3) Hydraulic design of Flood control channels.  
Corps of Engineers. July 1970.
- 4) Sobre una fórmula logarítmica simplificada para el valor C de Chezy.  
Daniel Gersie.  
Revista Ciencia e Ingeniería. Mérida Venezuela. 1960.
- 5) Laws of Turbulent Flow in Open Channels.  
G.H. Keulegan  
Journal Natl. Bureau of standards, Washington D.C.  
Dec. 1938.
- 6) Open Channel Hydraulics.  
Ven Te Chow
- 7) Open Channel flow  
Henderson.
- 8) U.S. Corps of Engineers. Hydraulic Design Criteria
- 9) Coeficiente de rugosidad de Manning en canales revestidos. A. Cauas y H. Mery. II Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Carácas. Venezuela.

GRAFICO N° 1

GRAFICO UNIVERSAL PARA PERDIAS FRICCIONALES EN CANALES

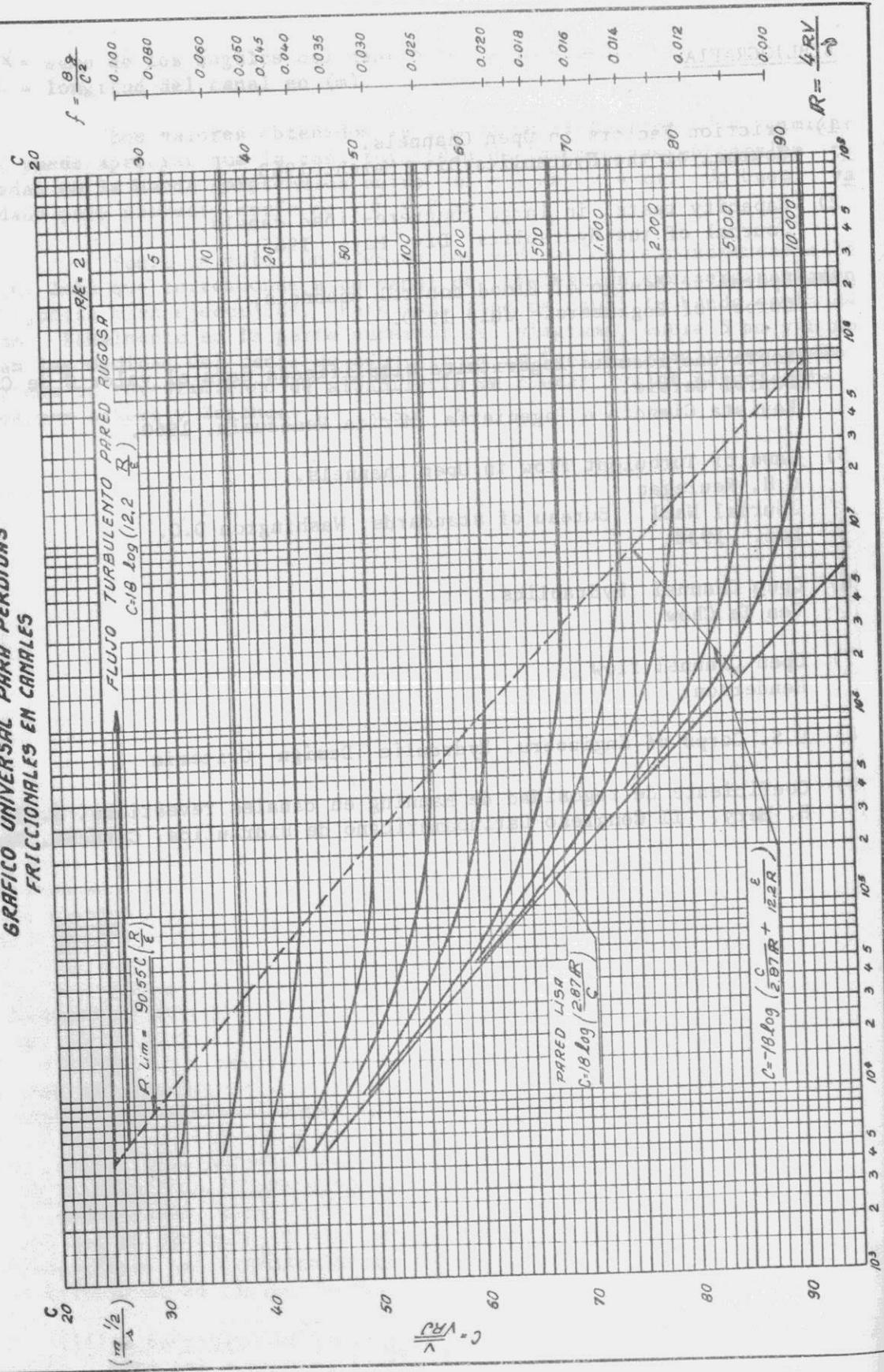


GRAFICO N° 2

ABACO PARA DETERMINAR C (CHEZY) ó "f" (factor de fricción) REGIMEN TURBULENTO RUGOSO ( $R_{lim} = 90.55C \cdot \frac{R}{\epsilon}$ ) CANALES ABIERTOS

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.03 \log(12.2 R/\epsilon) : J = f \frac{1}{4R} v^2 / 2g$$

$$C = 18 \log(12.2 R/\epsilon) : J = \frac{v^2}{C^2 R}$$

