

ESTUDIO DE ALGUNAS CARACTERISTICAS DE UN VERTEDERO
DE CRESTA REDONDEADA Y GRAN RADIO DE CURVATURA

por Jorge E. Pastene B. (1)

I.- INTRODUCCION.-

Los vertederos de cresta redondeada, especialmente el llamado Perfil Creager son ampliamente usados hoy y es interesante el conocimiento cabal de sus coeficientes de gasto, espesores en la cresta y otros parámetros de diseño. En el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Chile se realizó durante el año 1968 una investigación (Briseño (1)) destinada a estudiar estas características en un marco teórico y experimental simultáneamente. El marco teórico fue una modificación y ampliación de una teoría originalmente debida a Jaeger (2), realizada por Montes (3).

Las experiencias convergieron aproximadamente a la teoría, pero ciertas discrepancias hicieron pensar que el hecho de que un vertedero tipo CREAGER, posea dos radios de curvatura en la cresta y que éstos son relativamente pequeños comparados con la carga, modificaba el flujo provocando eventuales separaciones en la cresta, aparte de el hecho de dejar mal definido en la cresta el radio de curvatura. Por lo tanto, se pensó en el estudio experimental y teórico de un vertedero de cresta redondeada con gran radio de curvatura, como un procedimiento para dilucidar las discrepancias encontradas.

(1) Investigador. Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Técnica Federico Santa María. Valparaíso.

El presente resumen sólo entrega una parte del estudio realizado, cuya elaboración esperamos completar pronto.

II.- BASES TEORICAS.-

1. Hipótesis :

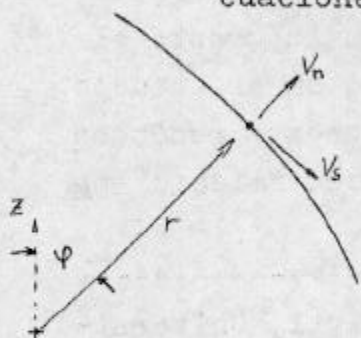
a) El escurrimiento es fundamentalmente a potencial de velocidades.

Nota : Si bien es cierto existen efectos viscosos, éstos se hayan confinados a una delgada capa límite. Este hecho ($\delta^+ \ll h$) se aprovecha para no considerar efectos viscosos en el planteamiento general de la teoría utilizada, sino que considerarlos en el sentido de " co rrecciones " por viscosidad a la teoría cuando sea menester.

b) Se acepta como válida la hipótesis de Boss y Bélanger relativa a escurrimientos curvilíneos. (Existencia de un espesor único en la cresta que maximisa el gasto para una carga dada).

c) No hay condiciones de influencia por velocidad de aproximación.

2. Ecuaciones Básicas : Despreciando las fuerzas de fricción (hipótesis a), podemos escribir las e cuaciones de EULER para un filete líquido curvo :



$$\frac{1}{g} \left(\frac{\partial V_n}{\partial t} - \frac{V_s^2}{r} \right) = - \frac{1}{g} \frac{\partial p}{\partial n} - \frac{\partial z}{\partial n} \quad (1)$$

Si el escurrimiento es permanente :

$$\frac{1}{g} \frac{V_s^2}{r} = \frac{1}{g} \frac{\partial p}{\partial n} + \frac{\partial z}{\partial n} \quad \dots (2)$$

Ahora bien, como se sabe :

$$B = z + \frac{p}{g} + \frac{V^2}{2g} = \text{cte. en la vertical}$$

sobre la cresta, luego :

$$\frac{\partial B}{\partial n} = 0 = \frac{\partial z}{\partial n} + \frac{1}{g} \frac{\partial p}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{V_s^2}{2g} \right) \quad \text{reemplazando (2)}$$

$$\frac{1}{g} \frac{V_s^2}{r} = - \frac{\partial V_s}{\partial n} \cdot \frac{V_s}{g}$$

$$\frac{\partial V_s}{V_s} = - \frac{\partial n}{r}$$

como $\frac{\partial z}{\partial n} = \cos \psi$, luego

$$\frac{\partial V_s}{V_s} = - \frac{\partial z}{r \cos \psi} \quad \dots (3)$$

Esta ecuación es integrable si se conociera $r = r(z)$

$$\text{Si : } r = R_0 + \left(\frac{\partial r}{\partial z} \right)_0 z + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \right)_0 z^2 + \dots \text{ etc.}$$

Y consideramos en primera aproximación :

$$r = R_0 + \left(\frac{\partial r}{\partial z} \right)_0 z = R_0 + Kz$$

Reemplazando en (3) y considerando $\cos \psi \approx 1$

$$\frac{dV}{dV} = - \frac{dz}{R_0 + Kz}$$

que integrando entre la superficie ($z = e$) y un nivel cualquiera z :

$$V_z = V_s \left(\frac{R_0 + Ke}{R_0 + Kz} \right)^{1/K} \quad \dots (4)$$

3. Expresiones para el gasto y coeficiente de gasto :

$$q = \int_0^e v_z \cos \varphi dz$$

Haciendo $\cos \varphi = 1$ e integrando, se obtiene :

$$q = v_s \frac{R_o}{K-1} \left\{ \left(1 + \frac{ke}{R_o} \right) - \left(1 + \frac{ke}{R_o} \right)^{1/k} \right\} \dots (5)$$

haciendo $v_s = \sqrt{2g(B-e)}$ e introduciendo el coeficiente de gastos :

$$q = C_q B \sqrt{2gB} = \sqrt{2gB} \sqrt{1 - \frac{e}{B}} \frac{R_o}{K-1} \left\{ \left(1 + \frac{ke}{R_o} \right) - \left(1 + \frac{ke}{R_o} \right)^{1/k} \right\}$$

$$\text{Luego : } C_q = \frac{e}{B} \sqrt{1 - \frac{e}{B}} \left\{ \frac{\left(1 + \frac{ke}{R_o} \right) - \left(1 + \frac{ke}{R_o} \right)^{1/k}}{(K-1) \frac{e}{R_o}} \right\} \quad (6)$$

Habitualmente serán datos B y R, por lo tanto nos faltaría conocer la relación entre e y B para calcular C_q .

4. Aplicación del Principio de Boss y Bélanguer sobre el máximo gasto para encontrar una relación entre e y B.

De acuerdo a Boss y Bélanguer :

$$\frac{dq}{de} = 0$$

, luego derivando (5) e i

gualando a 0 puede despejarse :

$$\frac{B}{e} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\left(1 + \frac{ke}{R_o} \right) - \left(1 + \frac{ke}{R_o} \right)^{1/k}}{\frac{e}{R_o} \left\{ k - \left(1 + \frac{ke}{R_o} \right)^{k-1} \right\}} \quad (7)$$

expresión que para K fijo nos permite encontrar tabulaciones entre e y B. (e/B vs. B/R). (')

Nota : Ver gráfico NO 1.

(') Obtenido con ayuda de un programa de Computador Digital.

Evidentemente resta aún determinar un valor para K. Aparte de las sugerencias de Jaeger la Investigación, en su parte experimental, pretende obtener por regresión cuál es el mejor valor.

Finalmente, es posible escribir la relación (6), para C_Q de otra forma.

Como $e/R = e/B \cdot B/R$, (descomposición ya utilizada en la tabulación de (7) y confección del gráfico 1), reemplazando entonces en (6) :

$$C_Q = \frac{e}{B} \sqrt{1 - \frac{e}{B}} \left\{ \frac{\left(1 + K \frac{e}{B} \frac{B}{R}\right) - \left(1 + K \frac{e}{B} \frac{B}{R}\right)^{1/K}}{(K-1) \frac{e}{B} \frac{B}{R}} \right\} \dots (8)$$

Expresión que nos permite calcular el coeficiente de gasto en función de la carga B/R (K, parámetro). En efecto, con ayuda de (7) o de los gráficos (e/B vs. B/R) obtenidos de esa relación, podemos tabular y/o llevar a un gráfico la relación C_Q vs. B/R (') (Ver gráfico 2).

III. - RESULTADOS EXPERIMENTALES Y COMPARACIONES. -

1. Experiencias : Se realizó una serie de más de 40 experiencias en un modelo reducido especialmente diseñado para cumplir con las hipótesis teóricas. (Se trabajó con cargas máximas del orden de los 20 cms; su radio de curvatura fue de 40 cms., suficientemente "grande" frente a las cargas utilizadas; una altura geométrica del umbral igual a 60 cms. lo que nos asegura de eliminar efectos por velocidad de aproximación, pues sería bastante mayor que $4/3$ la mayor carga con que fuera a ser utilizado ; un ancho del canal de aducción de 30 cms. que nos libera de efectos de pared lateral, etc.).

(') Logrado mediante un pequeño programa para Computador Digital.

Entre otras muchas mediciones en cada ensayo se midió el espesor (e) del escurrimiento verticalmente sobre la cresta; la carga total, con un tubo de Pitot hipodérmico, a una distancia a adecuada aguas arriba ($\geq 5 B_{\max}$) y el gasto en un vertedero triangular ($2\alpha = 90^\circ$) aguas abajo del modelo. Al vertedero triangular se le calibró y obtuvo, en experiencias conducidas aparte, su curva de coeficientes de gastos (diferió en un 1% de las establecidas por Cruz-Coke y Moya). Las condiciones de aquietación fueron suficientemente buenas como asimismo las de distribución de velocidad de aproximación.

2. Resultados experimentales, comparación y comentario :

a) Carga vs. espesor en la cresta : En un gráfico con la escala vertical sumamente ampliada (1) puede verificarse que mientras las curvas teóricas van de valores de $e/B = 0,675$ a $e/B = 0,685$ ($K = 2$) para todo el rango de cargas utilizado, los puntos experimentales tienden a situarse en un valor más o menos constante algo inferior a 0,680. En general, la dispersión, muestra ser algo superior al 1% atribuible a un error estadístico en la lectura del espesor en la cresta. Para valores altos en la carga los resultados tienden a situarse entre los valores teóricos con $K = 2$ y 3. Para valores bajos existe una tendencia a obtenerse valores superiores a los teóricos, seguramente debido a razones de existencia de una capa límite laminar, uno de cuyos efectos es disminuir el valor real del espesor (en comparación de la altura geométrica utilizada) en un valor igual al espesor de desplazamiento (δ^+).

Si se compara los resultados con aquellos obtenidos por Briseño (') puede apreciarse que existe una muchísima mayor fidelidad a las predicciones teóricas.

- b) Coefficientes de Gasto : Nuevamente en un gráfico con las escalas ampliadas puede apreciarse que los puntos experimentales siguen la tendencia establecida por la teoría con bastante fidelidad. Para valores altos de la carga los resultados se alinean según los valores teóricos con $K = 2$. La dispersión máxima de los puntos es aproximadamente 2%.

Si se comparan los resultados con aquellos obtenidos en las investigaciones de Montes y Briseño (") se constata que efectivamente se ha obtenido en relación a sus resultados y a la teoría expuesta una mejoría notable.

Si se comparan los resultados con valores obtenidos con las fórmulas de Rehbock y Cramer vemos que se sitúan entre la teoría expuesta y las fórmulas de estos investigadores.

Finalmente comparando los resultados con aquellos de otros investigadores, obtenidos en vertederos de cresta redondeada con $K (= \partial r / \partial n)$ definido en la cresta (o sea se excluyen los perfiles Creager) vemos que existe prácticamente coincidencia. (Blau, 1963 en cresta parabólica (5); Lindquist, 1929, en cresta redondeada (6)).

- c) Conclusiones : Efectivamente, con las modificaciones introducidas a las características de los modelos usados por Briseño y Montes (R grande y a_r/a_n definido en la cresta) se obtiene un notable mejoramiento en cuanto a la fidelidad de los resultados teóricos respecto de los experimentales.

Falta terminar la elaboración en torno a los efectos de capa límite.

(') Ver Gráfico NO 3 - (") Ver Gráfico NO 4.

IV.- RECONOCIMIENTO.-

Nuestro agradecimiento a la Universidad de Chile y al personal auxiliar del Laboratorio de Hidráulica. A nuestro Profesor Don Ramón Fuentes A., por su valiosa guía y estímulo.

REFERENCIAS

1. Briseño, Hernán, " Estudio teórico y experimental del escurrimiento sobre un Perfil Creager ". Memoria de Título, Universidad de Chile, 1968.
2. Jaeger, Ch., " Hydraulique Technique " , 1949.
3. Montes, Sergio, " The Flow of Water on Round Crested Weirs ". L'Energia Elettrica No. 3, 1969.
4. Rehbock, Cramer y Kirschmer, " Experiments to Determine the Discharge coefficients of certain Weirs with Rounded Crests ". Publicación No. 2, Transactions del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Técnica de Munchen, 1928.
5. Blau, E., " Der Abfluss und hydraulische Energiavertslung uber siner Parabelformigen Werswellen " Berlín, 1963.
6. Lindquist, E., " Discusión a " Tests of Broadcrested weirs ". Transactions A.S.C.E., pp. 435, 1932.

COMPARACION DE DATOS EXPERIMENTALES CON CURVAS TEORICAS
(ESPESOR EN LA CRESTA VS. CARGA)

$R = 40$ (cm)

○ J. PASTENE B.
— CURVAS TEORICAS

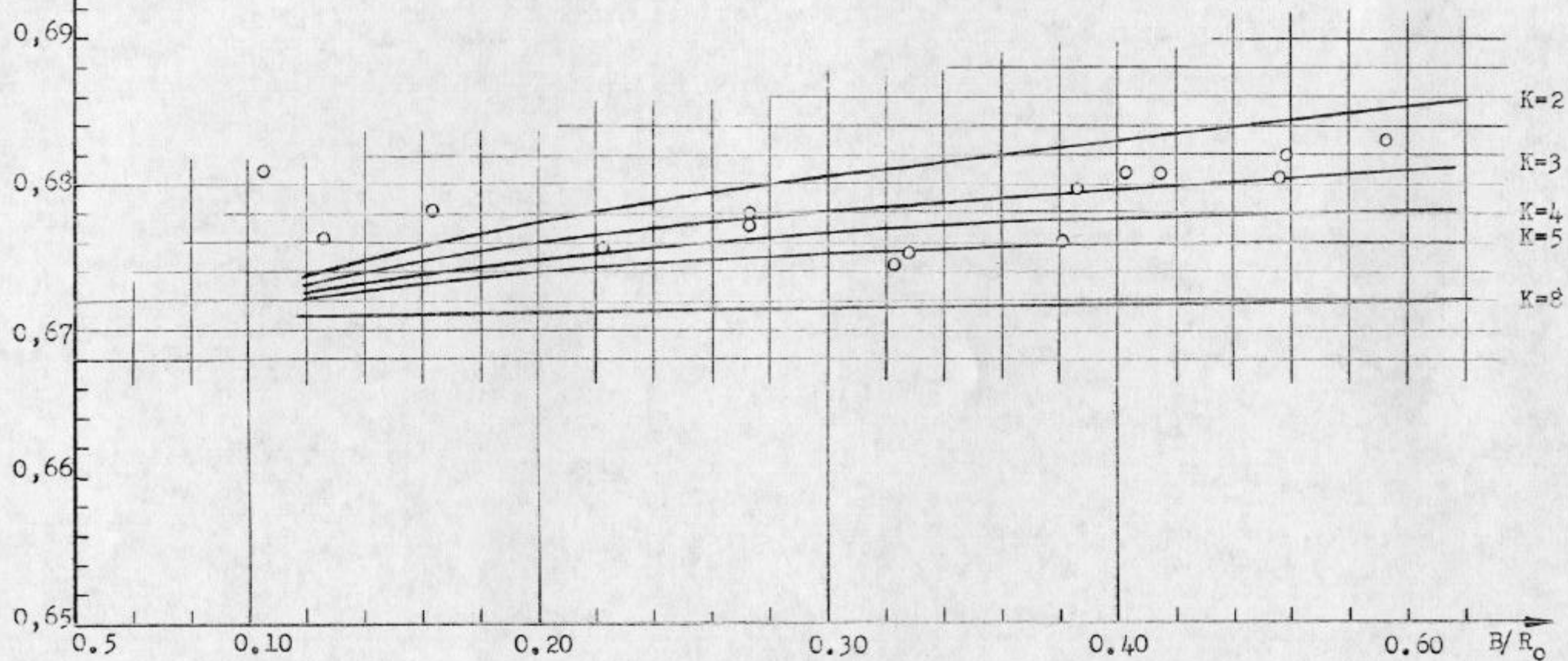


GRAFICO N° 1

COMPARACION DATOS EXPERIMENTALES CON CURVAS TEORICAS

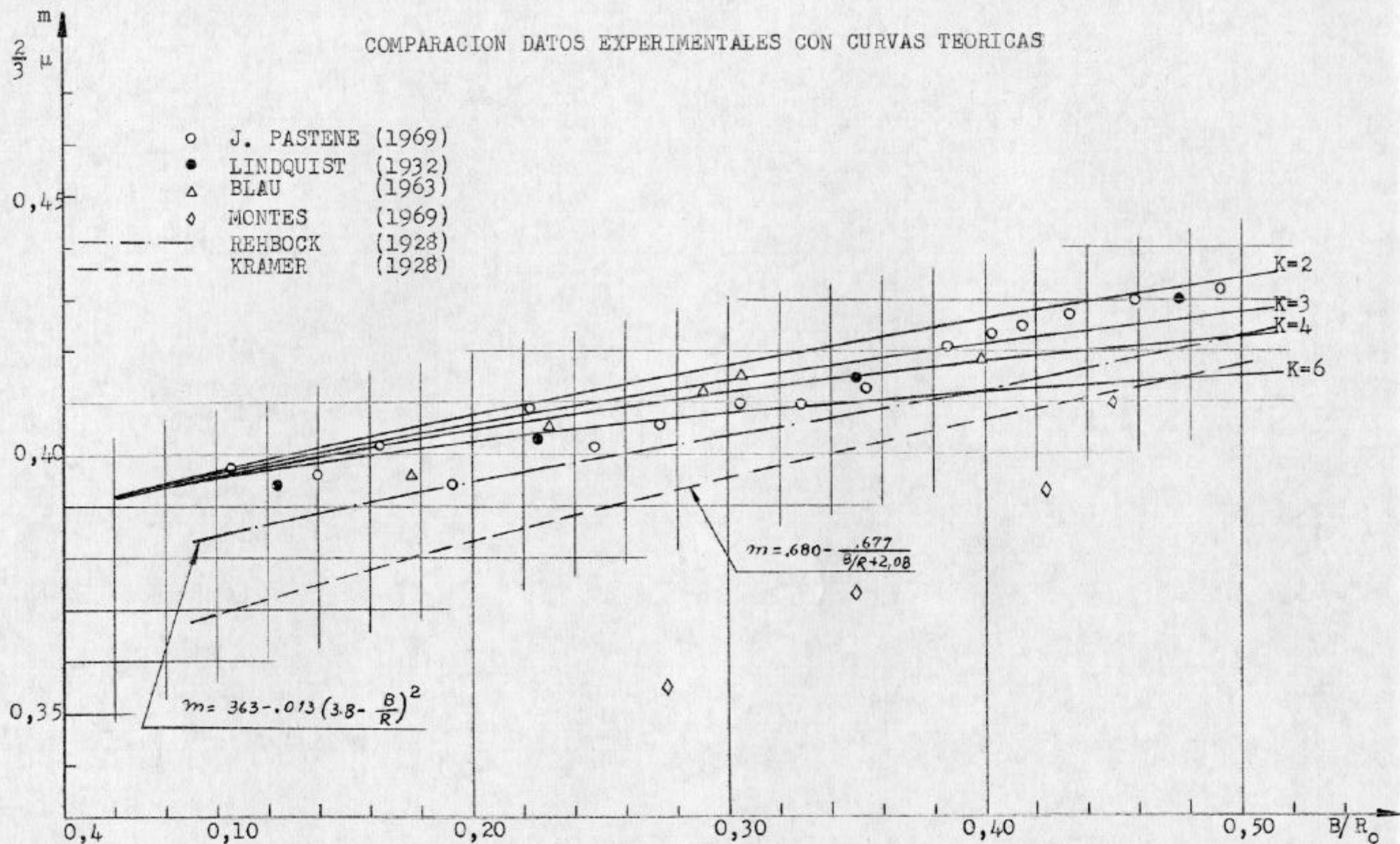


GRAFICO N° 2

COMPARACION DE DATOS EXPERIMENTALES CON CURVAS TEORICAS

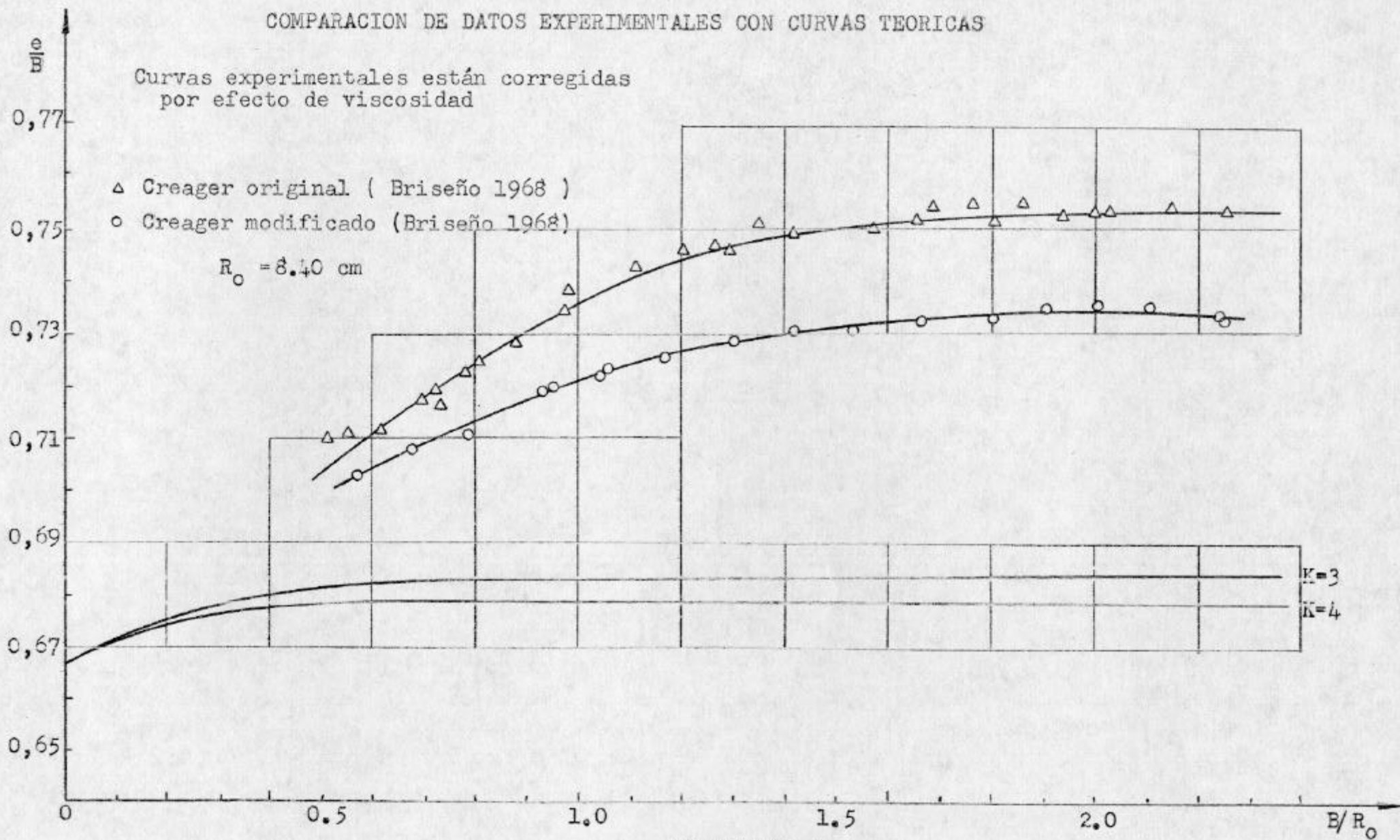


GRAFICO No 3

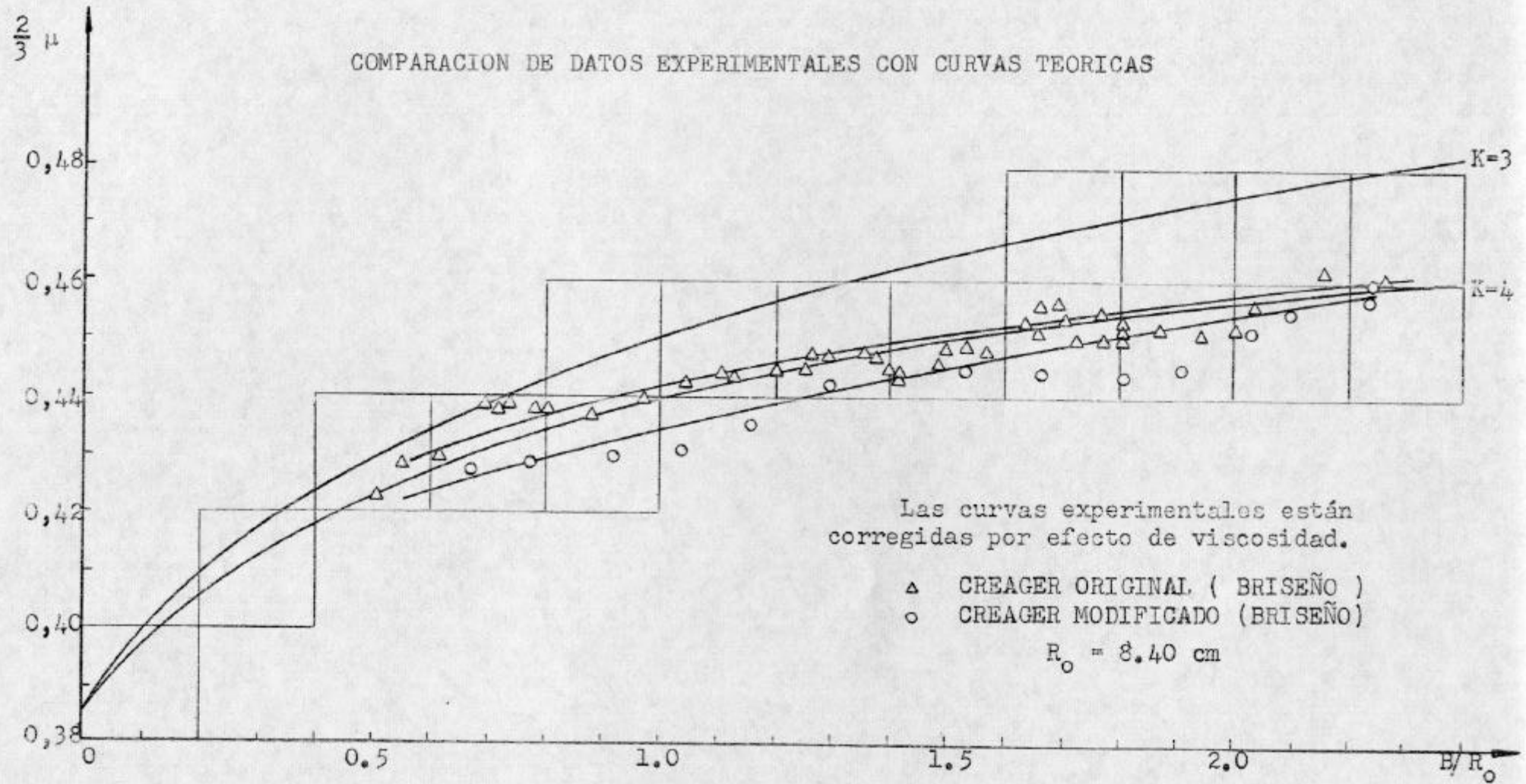


GRAFICO N° 4