Revista de la Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica

ISSN 0716-3746 Volumen 41, Número 2, 2026

REVISTA DE LA SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

SOCHID

Sede Instituto de Ingenieros de Chile – San Martín 352 – Fono 2 2696 8647 – Santiago CHILE

Revista de la Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica

ISS 0716-3746
Volumen 41, Número 2, 2026

DIRECTORIO SOCHID

Presidente:	*Jorge Gironás L.*
Vicepresidente:	*Javier Carvallo de S-Q.*
Tesorera:	*Damaris Orphanópoulos S.*
Directores:	*Hernán Alcayaga S.*
	Cristián Chadwick I.
	Aldo Tamburrino T.
Secretario General:	*Vicente Zuazo E.*

DIRECTORES HONORARIOS

Francisco J. Domínguez S. (Q.E.P.D.)
Horacio Mery M. (Q.E.P.D.)
Eduardo Varas C.
Sergio Radrigán V. (Q.E.P.D.)
Humberto Peña T.
Ernesto Brown F. (Q.E.P.D.)
Bonifacio Fernández L.
Jorge Bravo S.
Luis Ayala R.
Ludwig Stowhas B.
Ricardo González V.
José Vargas B.
Luis Estellé A.
Raúl Demangel C.

EDITOR DE LA REVISTA

Aldo Tamburrino Tavantzis
atamburr@uchile.cl
San Martín 352, Santiago
Fono 2 2696 8647
www.sochid.cl

Imagen de la portada: Diseño usado en el primer número de la Revista en 1986

REVISTA DE LA SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

ÍNDICE

Editorial 1

Ensayo: La Ingeniería Hidráulica en el Chile del siglo XXI, una visión epistemológica
José Vargas Baecheler ……... 3

Detección, localización y estimación del tamaño de fugas en redes de distribución de agua basadas en SVM
Sebastián Avendaño, Boris Gárate, Ariel Fernández-Fuenzalida, Yolanda Alberto, Yarko Niño ……..……... 9

Condición de inestabilidad generalizada para el flujo gradualmente variado en un canal ancho por medio de dos métodos de pertubaciones
Rodrigo González1, Aldo Tamburrino .....……..…..…..…. 35

Henry Darcy, el problema de La Ville de Dijon y el nacimiento de la ley de flujo en medios porosos
Francisco Martínez ...…..……... 59

Hidro-Grafía
Aldo Tamburrino Tavantzis …… 79

EDITORIAL

El pasado 2 de junio tuvo lugar nuestra Asamblea Anual de Socios seguida de una Asamblea Extraordinaria en la que se aprobó la reforma de los estatutos de la Sociedad. Corresponde que en la Asamblea Anual se dé cuenta de las actividades desarrolladas por la Sociedad en el periodo que termina, y se renueve parcialmente el Directorio para el período julio 2026 – junio 2028. En esta ocasión fueron reelegidos los actuales directores Javier Carvallo de Saint-Quentin y Aldo Tamburrino Tavantzis. Terminó la Asamblea con la Charla Magistral: "Ingeniería para la resiliencia ante inundaciones" dictada por el Dr. Ing. Oscar Link.

La Directora Scarlett Vásquez presentó su renuncia, siendo reemplazada por el Ing. Cristian Chadwick, quien permanecerá en el cargo hasta julio de 2027, fecha en que concluye el periodo de la Ing. Vásquez. De este modo, el actual directorio está constituido por los ingenieros Jorge Gironás (Presidente), Javier Carvallo (Vicepresidente), la ingeniera Damaris Orphanópoulos (Tesorera) y como Directores los ingenieros Hernán Alcayaga, Cristián Chadwick y Aldo Tamburrino. Continúa el ingeniero Vicente Zuazo como Secretario General.

La propuesta de modificar los estatutos de la Sociedad se planteó en la Asamblea Anual de 2025. Los estatutos vigentes hasta ahora databan de 1970, año en que se formó la Sociedad, y varios de sus artículos habían quedado obsoletos. La convocatoria a una Asamblea Extraordinaria permitió concretar las modificaciones necesarias y actualizar los estatutos.

Como siempre, invitamos a todas las personas interesadas a colaborar con artículos, ensayos, comentarios u opiniones sobre cualquier tema relacionado con el agua, los fluidos y los flujos en general.

Agradecemos la difusión de la Revista, cuyos números anteriores están disponibles en el sitio web de la SOCHID, www.sochid.cl/publicaciones-sochid/revista-sochid/

.

Aldo Tamburrino Tavantzis
Editor

ENSAYO

LA INGENIERÍA HIDRÁULICA EN EL CHILE DEL SIGLO XXI, UNA VISIÓN EPISTEMOLÓGICA

JOSÉ VARGAS BAECHELER
Director Honorario SOCHID
jvargas@udec.cl
ORCID: 0000-0003-2564-602X

RESUMEN

El presente ensayo analiza la intersección entre la variabilidad climática extrema de Chile, la evolución del rol epistemológico de las universidades y la conceptualización de la ingeniería hidráulica como un bien social indispensable en el siglo XXI. Ante la exacerbación de los eventos hidrometeorológicos extremos y el quiebre definitivo de la estacionariedad estadística en hidrología, se plantea la urgencia de transitar desde una hidráulica puramente técnico-instrumental hacia una disciplina integrada con las humanidades y las Soluciones Basadas en la Naturaleza (SbN). Se profundiza en la adopción de tecnologías de frontera (modelación hidro informática 2D/3D, gemelos digitales de cuencas y teledetección radar) como herramientas críticas de adaptación. Concluimos que, emulando la visión de Ortega y Gasset, la educación superior debe formar ingenieros hidráulicos capaces de comprender que cada infraestructura de control aluvional, red de distribución o plan maestro de aguas lluvias constituye un elemento directo de justicia socioambiental. Además, se adjuntan algunas recomendaciones de política pública hidráulica.

Palabras claves: Ingeniería hidráulica; Quiebre de estacionariedad; Ortega y Gasset, Tecnologías de frontera; Bien social; Hidro-social.

1. CHILE COMO LABORATORIO HIDROLÓGICO GLOBAL

Chile posee una singularidad hidrográfica y climática única en el escenario planetario. Al extenderse continental e insularmente entre las latitudes 18° S y 53° S, y delimitado por la vertiente occidental de la Cordillera de los Andes, el territorio nacional actúa como un

microcosmos que sintetiza en la práctica la totalidad de los regímenes hidrológicos mundiales. Esta vasta condición longitudinal y altitudinal configura gradientes geofísicos radicalmente opuestos que desafían los criterios de diseño de las obras civiles: desde las cuencas endorreicas e hiperáridas del desierto de Atacama en el norte, donde los coeficientes de escorrentía son prácticamente nulos pero la oscilación térmica diaria genera fuertes procesos de evaporación, hasta los regímenes pluvionival y nivoglacial del centro-sur y la Patagonia, donde los índices pluviométricos exceden los diez metros anuales y alimentan sistemas fluviales de alta energía (Ministerio del Medio Ambiente [MMA], 2024).

Esta asimetría estructural expone al país a la totalidad de las amenazas hidroclimáticas. Chile cumple con siete de los nueve criterios de vulnerabilidad de la CMNUCC (Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático), destacando sus cuencas de respuesta rápida ante crecidas, zonas áridas propensas a la desertificación, acuíferos por intrusión salina, y zonas frágiles de alta montaña afectadas por el derretimiento acelerado de glaciares. Esta heterogeneidad transforma la hidráulica fluvial, el diseño de defensas costeras y la modelación de acuíferos en un desafío ingenieril de la más alta complejidad.

2. EL QUIEBRE DE LA ESTACIONARIEDAD ESTADÍSTICA E HIDRÁULICA FLUVIAL

A partir de las últimas décadas del siglo XX y consolidándose de forma fáctica en el siglo XXI, el cambio climático ha modificado severamente la línea de base estadística del país. La evidencia recolectada por el Panel Intergubernamental sobre el Cambio Climático (IPCC, 2025) y procesada a nivel local por el CR2 (2026) constata una tendencia inequívoca al aumento en la frecuencia, magnitud y volatilidad de los eventos extremos hidrometeorológicos. Fenómenos como la "Megasequía" de Chile central alternan de forma abrupta con sistemas frontales cálidos de isoterma cero elevada. Hidrológicamente, esto desplaza el límite de nieve, gatillando aluviones, remociones en masa y crecidas repentinas (*flash floods*) con altas concentraciones de sedimentos que saturan la infraestructura existente de producción de agua potable.

Estos eventos han dejado de responder a los patrones de las curvas de distribución de probabilidad tradicionales (como Gumbel o Log-Pearson Tipo III). La "estacionariedad" estadística, supuesto fundamental del diseño hidrológico e hidráulico del siglo pasado, ha muerto. Las series de caudales históricos ya no sirven para predecir los periodos de retorno de las obras del futuro. Diseñar un vertedero de crecidas para un embalse o un colector de aguas lluvias basándose únicamente en el pasado condena a la infraestructura al colapso, o al menos a un riesgo desconocido. En un entorno hiperconectado y globalizado, los cambios sociales aceleran la vulnerabilidad de las poblaciones expuestas en las llanuras de inundación, lo que exige que la evaluación del riesgo hidráulico ya no dependa exclusivamente de registros históricos; debe integrar de forma dinámica las proyecciones de uso de suelo, si existe planificación territorial y los forzantes climáticos en tiempo real (IPCC, 2025).

3. LA EVOLUCIÓN DE LA MISIÓN UNIVERSITARIA ANTE LOS CAMBIOS EN HIDROINFORMÁTICA

Frente a este quiebre de paradigma, las instituciones de educación superior se encuentran en una encrucijada histórica. Para comprender las respuestas institucionales requeridas, es necesario revisar las dos grandes revoluciones epistemológicas de la universidad moderna:

- El Modelo de Wilhelm von Humboldt (1810): Consagró la autonomía académica mediante el vínculo indisoluble entre la investigación pura y la docencia, aislando temporalmente al científico en la búsqueda de verdades fundamentales y leyes físicas inmutables (Humboldt, 1999).
- La Visión de José Ortega y Gasset (1930): En su célebre ensayo *Misión de la Universidad*, el filósofo español cuestionó el aislamiento de la torre de marfil humboldtiana y postuló que la misión primaria de la universidad es la transmisión de la cultura, entendida esta como "el sistema de ideas vivas que cada tiempo posee" (Ortega y Gasset, 1930, p. 35). Ortega advirtió premonitoriamente sobre el peligro del "especialista hiperespecializado", a quien tildó de un nuevo "bárbaro" capaz de dominar una técnica específica —como calcular la pérdida de carga en una tubería en régimen impermanente, el eje hidráulico de un torrente con aire incorporado o dimensionar un canal de relaves; pero completamente ciego ante la complejidad de la realidad social, ambiental y temporal que habita (Ortega y Gasset, 1930).

En pleno siglo XXI, el entorno se complejiza exponencialmente debido a los acelerados cambios tecnológicos. La ingeniería hidráulica contemporánea cuenta hoy con un portafolio de herramientas hidro informáticas de frontera inimaginables en el siglo pasado:

- Teledetección Avanzada y Machine Learning en Cuencas: El uso de constelaciones satelitales (como Sentinel y Landsat) combinado con algoritmos de aprendizaje profundo permite mapear en tiempo real la humedad del suelo, el equivalente de agua en la nieve (SWE) y el estrés hídrico de cuencas completas, anticipando caudales de crecida con días de antelación.
- Modelación Hidrodinámica 2D/3D Avanzada: Herramientas de simulación hidráulica bidimensional (como Iber, HEC-RAS 2D) o modelos de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) tridimensionales acoplados a modelos climáticos globales (GCM), que permiten proyectar mapas de inundación dinámicos con flujos no permanentes y transporte de sedimentos a nivel de cuencas y subcuencas.
- Gemelos Digitales Hidrológicos (Digital Twins): Réplicas virtuales de cuencas e infraestructura hídrica urbana que reciben flujos de datos continuos desde redes de sensores del Internet de las Cosas (IoT). Estos sistemas permiten simular fallas en presas o colapsos de colectores de aguas lluvias ante tormentas simuladas, optimizando la resiliencia operativa y la evacuación de forma preventiva.

No obstante, estos cambios tecnológicos no resuelven la crisis por sí solos. Si la universidad del siglo XXI se limita a entrenar operadores eficientes de software de modelación hidráulica

o analistas de macrodatos, estará reproduciendo la "barbarie con título universitario" que tanto temía Ortega y Gasset. La tecnología debe ser subordinada a un criterio cultural y crítico profundo que sitúe las prioridades locales y globales en el centro del desarrollo científico.

4. LA INGENIERÍA HIDRÁULICA COMO BIEN SOCIAL: EL NEXO INDISOLUBLE CON LAS HUMANIDADES

Inmersa en este contexto disruptivo, la ingeniería hidráulica debe abandonar de forma definitiva su definición tradicional como mera ciencia aplicada orientada a la optimización económica del recurso o al control ciego e impositivo de las fuerzas de la naturaleza. En el siglo XXI, la ingeniería hidráulica es, por definición, un bien social. Cada intervención en el ciclo hidrológico: el diseño de una defensa fluvial, la implementación de un sistema de drenaje urbano sostenible (SUDS), la canalización de un estero o la asignación de caudales ecológicos no es una decisión neutral; es un acto ético y político que redistribuye el riesgo, la seguridad y el bienestar de las comunidades humanas.

Por consiguiente, el ingeniero hidráulico contemporáneo tiene la obligación deontológica de constituirse en el puente de contacto directo entre la técnica avanzada y las humanidades. El profesional debe incorporar disciplinas como la sociología del territorio, la ética ambiental, el derecho de aguas, la economía ecológica y la historia del ciclo hidro-social en la formulación de sus proyectos. Desconectar la infraestructura hidráulica del tejido social que la alberga genera obras técnicamente impecables, pero socialmente destructivas, como la privatización encubierta del espacio público o el agravamiento de inundaciones en comunidades vulnerables "aguas abajo".

La ingeniería del siglo XXI debe entender que el agua no es un mero vector numérico en una ecuación de continuidad o de Bernoulli, sino un soporte de vida, cultura e identidad. Abrazar las humanidades le permite al ingeniero ponderar la justicia distributiva y la equidad en el acceso a los recursos hídricos, asegurando que las soluciones tecnológicas respondan a las demandas reales de la sociedad globalizada y mitiguen los impactos de un planeta en crisis.

5. ALGUNAS RECOMENDACIONES DE POLÍTICA PÚBLICA HIDRÁULICA

Las recomendaciones que se presentan a continuación buscan orientar una política pública hidráulica acorde con los desafíos del siglo XXI en Chile. Frente al cambio climático, la creciente presión sobre los territorios y la necesidad de mayor resiliencia se propone avanzar hacia una gestión del agua más integrada, adaptativa y sostenible, capaz de articular infraestructura, ciencia, tecnología y participación social.

- Obsolescencia del Manual de Carreteras y Normas de Diseño: Se concluye que los manuales técnicos del MOP (como el Manual de Carreteras, Volumen 3) y las normativas de diseño hidráulico urbano vigentes en Chile están obsoletos. Al basarse en el principio de estacionariedad, subestiman severamente los caudales de diseño

actuales, exigiendo una transición urgente hacia metodologías de diseño resilientes al clima que consideren la incertidumbre hidrológica.

- Transición del Drenaje Gris a las Soluciones Basadas en la Naturaleza (SbN): La ingeniería hidráulica debe liderar el cambio de paradigma desde la "evacuación rápida" del agua mediante canales de hormigón, hacia la retención y gestión in situ a través de Sistemas de Drenaje Urbano Sostenible (SUDS) y la restauración de humedales urbanos. Esto disminuye los máximos de los hidrogramas de crecida y devuelve el agua a su ciclo natural.
- Redefinición Curricular Transdisciplinaria: Es un imperativo ético rediseñar las mallas curriculares de la mención de Hidráulica y Ambiental en las universidades chilenas. Se deben integrar las humanidades y la gestión comunitaria del agua de forma transversal para evitar la formación de técnicos desconectados del territorio e incapaces de dialogar con la sociedad civil.
- Descentralización de la Inversión en Hidro informática: El Estado debe priorizar el financiamiento de tecnologías hidro informáticas avanzadas con pertinencia territorial. Esto implica instalar sistemas de alerta temprana basados en radares meteorológicos y modelación bidimensional en tiempo real para quebradas propensas a aluviones en el norte, junto con modelos de dinámicas estuarinas complejos en las regiones del sur.
- Consolidación de una Gobernanza Integrada de Cuencas: La seguridad hídrica de Chile requiere que los ingenieros hidráulicos abandonen las soluciones puntuales y aisladas. Se debe transitar hacia una gobernanza transdisciplinaria institucionalizada (ejemplo: Consejos de Cuenca), donde el modelamiento hidráulico sirva como una herramienta de toma de decisiones transparente y participativa para resolver conflictos por el uso del agua.

6. CONCLUSIÓN

La muerte de la estacionariedad estadística y el colapso de las certezas del pasado nos obligan a entender que modelar el ciclo del agua es, en su raíz más profunda, modelar el destino y la dignidad de las comunidades. Chile, en su condición de laboratorio hidrológico global y frente a las severas amenazas climáticas que lo afectan, ya no puede sostener una ingeniería hidráulica aislada en la optimización económica o el control ciego de la naturaleza.

La tecnología de frontera, como los gemelos digitales, la teledetección con Machine Learning y la modelación hidrodinámica 2D/3D, es una defensa crítica indispensable, pero carece de valor si se limita a formar operadores técnicos ciegos ante la realidad territorial.

La misión urgente de la universidad y de la ingeniería hidráulica contemporánea es subordinar estas potentes herramientas hidro informáticas a un criterio ético, cultural y humanista. Cada defensa fluvial, cada asignación de caudal ecológico y cada diseño de

drenaje urbano no es un cálculo neutral; es un acto político y social que redistribuye el riesgo, la seguridad y el bienestar humano.

El futuro de la infraestructura civil no depende de fórmulas estáticas del siglo pasado, sino de nuestra capacidad para fusionar la precisión de la ciencia aplicada con la sociología, el derecho de aguas y la historia ambiental. Solo rompiendo la "barbarie del especialista hiperespecializado" y considerando la hidráulica como un bien social transdisciplinar, podremos construir un tejido urbano y rural verdaderamente sostenible y resiliente ante la crisis climática del siglo XXI.

REFERENCIAS

Centro de Ciencia del Clima y la Resiliencia [CR2]. (2026). *Informe a la Nación: Eventos hidrometeorológicos extremos y la urgencia de la resiliencia urbana en Chile*. Universidad de Chile.

Humboldt, W. von. (1999). *Obras escogidas: textos sobre filosofía de la educación y la universidad* (Ed. Crítica). Fondo de Cultura Económica.

Panel Intergubernamental sobre el Cambio Climático [IPCC]. (2025). *Séptimo Informe de Evaluación (AR7): Mitigación y adaptación en ecosistemas locales altamente vulnerables*. Organización de las Naciones Unidas.

Ministerio del Medio Ambiente [MMA]. (2024). *Estrategia Climática de Largo Plazo para la resiliencia hídrica de Chile*. Gobierno de Chile.

Ortega y Gasset, J. (1930). *Misión de la Universidad*. Espasa-Calpe.

ACERCA DEL AUTOR

José Vargas Baecheler es Ingeniero Civil y Doctor en Ciencias Ambientales por la Universidad de Concepción, donde fue académico de su Facultad de Ingeniería hasta 2022. Presidente de la Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica entre 2008 a 2021 y desde 2022 Director Honorario. Actualmente ejerce la consultoría en Ingeniería Hidráulica a través de JVB Ingeniería SpA.

DETECCIÓN, LOCALIZACIÓN Y ESTIMACIÓN DEL TAMAÑO DE FUGAS EN REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA BASADAS EN SVM

SEBASTIÁN AVENDAÑO[1,2], BORIS GÁRATE[1,3], ARIEL FERNÁNDEZ-FUENZALIDA[1,4], YOLANDA ALBERTO5 Y YARKO NIÑO[6]

[1] Centro Avanzado de Tecnologías del Agua (CAPTA), Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

[2] sebastian.avendano@ing.uchile.cl
ORCID: 0009-0007-9575-1745

[3] boris.garate.morales@gmail.com , [4] ariel.ff@icloud.com

[5] BGC Engineering, Vancouver, BC, Canadá.
yalbertoh@gmail.com
ORCID: 0000-0002-0207-8982

[6] Centro Avanzado de Tecnologías del Agua (CAPTA) y Centro de Tecnología Avanzada para la Minería (AMTC), Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
ynino@uchile.cl
ORCID: 0000-0002-0108-2656

RESUMEN

Chile enfrenta una severa megasequía que pone en riesgo el suministro mínimo de agua potable en diversas ciudades. Con una pérdida promedio nacional del 33,2% en las redes de agua potable, abordar la presencia generalizada de fugas se convierte en una necesidad esencial que exige intervenciones y medidas de remediación sistemáticas. Detectar y mitigar las fugas es crucial para garantizar una distribución sostenible del agua. Este estudio tiene como objetivo mejorar el uso de Máquinas de Vectores de Soporte (SVM) multiclase al hacer converger la detección y localización simultáneas de fugas con la estimación de su tamaño, aplicado a una red de distribución real y extensa dentro de un distrito urbano chileno. Los datos de entrenamiento se generan mediante la modelación de la red con el paquete WNTR de Python, considerando diversas fuentes de incertidumbre. Los parámetros óptimos de los algoritmos se determinan mediante validación cruzada con búsqueda en cuadrícula (*Grid Search Cross Validation*), mientras que las curvas de aprendizaje permiten visualizar las ventajas de considerar diferentes cantidades de escenarios. El algoritmo de detección basado en SVM alcanza una exactitud del 86,0%, destacando en zonas con abundante cantidad de ejemplos. En la cuantificación de fugas, se alcanzan exactitudes del 87,9% y 73,0% para SVC y SVR, respectivamente, presentando ambos modelos una tendencia a subestimar levemente la magnitud de las fugas.

Palabras clave: Detección de fugas; Redes de distribución de agua; Máquinas de Vectores de Soporte; WNTR; Modelación hidráulica.

1. INTRODUCCIÓN

Durante más de una década, la zona central de Chile ha enfrentado una megasequía prolongada, lo que ha derivado en una escasez crítica de recursos hídricos (Garreaud et al., 2020). Esta situación refleja condiciones análogas a las de la región norte de Chile, caracterizada por un clima seco y árido (Cáceres et al., 1992). Este escenario representa una amenaza directa para los niveles mínimos de consumo humano en varias ciudades. En particular, en la cuenca de Petorca, en la Región de Valparaíso, cerca del 20% de la población depende del abastecimiento mediante camiones aljibe, situación que se intensifica durante el verano (Muñoz et al., 2020). En respuesta a la creciente demanda de agua en el sector urbano de la región de Antofagasta, se han implementado plantas desalinizadoras, lo que, a su vez, ha generado inquietudes asociadas a la percepción de la calidad del agua, a la contaminación ambiental por descargas de salmuera al mar y a un elevado consumo energético (Ruffino et al., 2022).

Ante las circunstancias que experimentan estas y otras zonas vulnerables, tanto entidades públicas como privadas manifiestan preocupación por las pérdidas en las Redes de Distribución de Agua (RDA). De acuerdo con el informe de gestión de 2022 de la Superintendencia de Servicios Sanitarios de Chile (SISS, 2022), el promedio nacional de agua no facturada se sitúa en un 33,2%. Las fugas por sí solas pueden representar hasta el 70% de dicha cifra (Van Zyl y Clayton, 2007). Por ello, resulta fundamental detectar, reparar y reforzar la red para promover una distribución hídrica sostenible.

Las tecnologías destinadas a la detección de fugas se clasifican comúnmente en activas y pasivas. Los métodos activos contemplan el monitoreo en tiempo real de la red, mientras que los pasivos involucran inspecciones en terreno o seguimiento mediante inspección visual o sensores directos. De acuerdo con Zan et al. (2014), los métodos pasivos suelen requerir mucho tiempo, ser costosos y, en definitiva, ineficientes. En consecuencia, conviene enfocarse en tecnologías activas. Chan et al. (2019) clasifican las tecnologías activas en tres grupos: basadas en transitorios hidráulicos, orientadas a la detección de ondas de presión (Adedeji et al., 2017); basadas en modelos, que involucran la simulación de la red y su contraste con mediciones de sensores (Soldevilla et al., 2016); y basadas en datos, en las que se emplean desde índices de desempeño simples hasta sofisticados algoritmos de optimización (Mutikanga et al., 2013).

Los métodos basados en transitorios presentan inconvenientes debido a la inversión requerida en instrumentación de alta frecuencia y a su sensibilidad al ruido y a eventos operativos del entorno (Chan et al., 2019). Los métodos basados en modelos logran detectar y localizar fugas de forma aproximada mediante modelos hidráulicos, pero requieren desarrollo, calibración y mantenimiento continuos, lo que supone desafíos considerables en RDA reales

(Wu et al., 2018). En este contexto, los modelos basados en datos emergen como una alternativa atractiva, dado que no exigen un conocimiento exhaustivo de la física interna de la red para su implementación (Hu et al., 2021). Adicionalmente, la Inteligencia Artificial (IA) y el análisis estadístico de datos se posicionan fuertemente como herramientas para la detección de fugas (Li et al., 2015). No obstante, los métodos basados puramente en datos presentan limitaciones intrínsecas, tales como la necesidad de grandes volúmenes de datos históricos (usualmente escasos en las empresas sanitarias) y la vulnerabilidad ante fallas de sensores y ruido en los datos (Chan et al., 2019). Una línea de desarrollo reciente combina las fortalezas de ambas filosofías: el enfoque híbrido basado en modelos y guiado por datos (Hu et al., 2021). Una ventaja directa de este enfoque radica en que el software de modelación permite simular múltiples escenarios para entrenar clasificadores a partir de datos (Quiñones-Grueiro et al., 2018; Soldevila et al., 2016).

Hu et al. (2021) examinaron diversos métodos de clasificación empleados en esquemas híbridos basados en modelos y datos. Entre ellos se encuentran algoritmos de clasificación supervisada multietiqueta (Ferrandez-Gamot et al., 2015), k-vecinos más cercanos (k-NN) (Fereidooni et al., 2021; Soldevila et al., 2016), clasificación bayesiana (Fereidooni et al., 2021; Soldevila et al., 2017), análisis discriminante de Fisher (Romero-Tapia et al., 2018), redes neuronales convolucionales (CNN) (Javadiha et al., 2019), clasificadores lineales (Xie et al., 2019), clasificadores por ensamble aleatorio (*bagging*), redes neuronales artificiales basadas en DenseNet (Zhou et al., 2019), bosques aleatorios (Random Forest) (Fereidooni et al., 2021) y redes totalmente convolucionales multiescala (Hu et al., 2021).

Las Máquinas de Vectores de Soporte (SVM) se han consolidado como una metodología eficaz para la detección de fugas en tuberías, aportando ventajas como una rápida velocidad de inferencia y la no dependencia de un modelo estadístico explícito previo (Kammoun, 2022). Mashford et al. (2009) propusieron un método de detección de fugas en tuberías mediante SVM, simulando la red con EPANET, un software desarrollado por la Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos (EPA) para la modelación de redes de distribución de agua (Rossman et al., 2020). Salam et al. (2014) desarrollaron un programa basado en SVM y modelación hidráulica en EPANET para la detección de fugas en una red en Makassar, Indonesia. Por su parte, Candelieri et al. (2014) generaron múltiples escenarios de fuga en EPANET y aplicaron una combinación de clustering y SVM para localizarlos (Romero-Ben et al., 2023). Zhang et al. (2016) modelaron una red extensa en EPANET y utilizaron SVM multiclase para la detección y localización. Siguiendo la línea de trabajo de Salam et al. (2014), Kemba et al. (2017) emplearon SVM para detectar fugas en una RDA de Tsumeb, Namibia. Quiñones-Grueiro et al. (2018) modelaron una red en EPANET entrenando cuatro clasificadores, concluyendo que SVM presenta un rendimiento equivalente o superior frente a otros ante condiciones de incertidumbre. En el trabajo de Ares-Milián et al. (2021) se modeló matemáticamente una red mediante SVM multiclase para estimar una zona potencial de fuga y Evolución Diferencial Topológica (TDE) para precisar la fuga dentro del área acotada. Timbadiya et al. (2023) aplicaron Redes Neuronales

Artificiales (ANN) y SVM multiclase a la red de Hanoi modelada en EPANET, alcanzando una exactitud del 91,2%. Un resumen de las exactitudes reportadas en la literatura se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1. Resumen de desempeños de SVM en detección de fugas reportados en la literatura.

AUTORES	EXACTITUD SVM (%)
Mashford et al. (2009, 2012)	76,8
Salam et al. (2014)	76,1
Candelieri et al. (2014)	97,8
Zhang et al. (2016)	95,8
Kemba et al. (2017)	90,0
Quiñones-Grueiro et al. (2018)	99,9
Kothari y Balamurugan (2019)	91,7
Ares-Milián et al. (2021)	94,0
Cai et al. (2022)	97,7
Timbadiya et al. (2023)	91,2

Algunos de los trabajos de referencia abordaron también la predicción del caudal de fuga, como se aprecia en las investigaciones de Mashford et al. (2009, 2012) y Salam et al. (2012). En los primeros, se empleó un regresor SVR para predecir el coeficiente del emisor para un nodo específico, obteniendo un alto coeficiente de determinación (R^2) de 0,994. Por su parte, en el último estudio predijeron el tamaño de la fuga entre dos nodos identificados mediante SVM, alcanzando una exactitud de 85,68%.

El presente estudio tiene como propósito robustecer las metodologías existentes en la literatura al hacer converger la detección y la localización de fugas mediante SVM con la estimación de su tamaño, con el fin de entregar al usuario final información más integral y precisa. Hasta donde alcanzan los autores, no existen estudios previos que empleen SVM de forma simultánea para la detección, localización y estimación de magnitud en el marco de una red de distribución de agua real y de gran escala. El conjunto de datos proviene de una red ubicada en un distrito urbano de Chile, aspecto de especial relevancia dado el contexto hidrológico nacional.

2. METODOLOGÍA

Para alcanzar los objetivos propuestos, se estructuraron las siguientes etapas: generación de escenarios, preprocesamiento de datos, agrupamiento (*clustering*), entrenamiento de SVM

para la detección y localización, y entrenamiento de SVM para la estimación del tamaño de fuga. Estas fases permitieron concebir un algoritmo capaz de detectar, localizar y estimar la magnitud de eventos de fuga en una red de distribución urbana a escala real. Los modelos de aprendizaje automático se entrenaron en un computador de escritorio equipado con un procesador Intel Core i9-10300F de 10 núcleos y 32 GB de memoria RAM.

2.1. Creación y calibración del modelo de la red de distribución de agua

La información para esta etapa fue proporcionada por la empresa concesionaria sanitaria de una ciudad de Chile. Se recopilaron diversos antecedentes, incluyendo atributos de los componentes de la red (identificador de tubería, diámetro, longitud y material), información hidráulica (condiciones de borde y curvas de demanda sectorial) y la localización geográfica de los nodos, válvulas reductoras de presión (VRP), válvulas controladoras de flujo (VCF) y estanques. Posteriormente se utilizó OpenFlows WaterGEMS, un software comercial para la modelación y análisis de redes de agua potable (Romano et al., 2017). Esta herramienta permitió construir y calibrar el modelo hidráulico ajustado a las condiciones particulares del distrito bajo estudio.

2.2. Generación de conjuntos de datos de simulación para entrenamiento

Para la generación de los datos de entrenamiento se empleó el paquete de Python WNTR (Water Network Tool for Resilience). WNTR fue desarrollado por EPA para modelar la resiliencia de las redes de distribución de agua potable (Klise et al., 2017). En comparación con EPANET, WNTR ofrece la ventaja de permitir el modelado nativo de fugas (Rossman et al., 2020). Ambas herramientas resultan preferibles a WaterGEMS en esta etapa debido a su capacidad de ejecución sin interfaz gráfica (GUI), lo que facilita la automatización masiva de simulaciones.

Mediante WNTR, se selecciona aleatoriamente un nodo dentro de un universo de más de 5.000 alternativas para inyectar una fuga. Se configura una simulación de 24 horas con análisis de demanda dependiente de la presión (PDD). Se ejecutan múltiples escenarios de fuga y se registran las presiones en todos los nodos con frecuencia horaria. En paralelo, se modelan escenarios en condiciones normales (sin fugas).

Con el fin de incrementar la robustez de los modelos SVM, se incorporaron tres fuentes de incertidumbre, detalladas en la Tabla 2. En primer lugar, dado que el caudal promedio en las tuberías del modelo ronda los 80 1/s, la variabilidad de las fugas se fijó en torno al 3% de dicho valor. Como señalan Zhang et al. (2016), fugas de magnitudes superiores serían perceptibles en superficie para los transeúntes, lo que restaría valor al método propuesto, cuyo fin es identificar eventos no visibles de forma remota. Asimismo, el patrón diario de demanda base se perturba multiplicándolo por una variable aleatoria con distribución normal, con media de 1,00 y desviación estándar de 0,02. Finalmente, se asigna de manera aleatoria el patrón correspondiente a día hábil o fin de semana.

Tabla 2. Fuentes de incertidumbre consideradas en el modelo hidráulico.

ATRIBUTO	TIPO DE VARIACIÓN	PARÁMETROS O RANGO
Diámetro de fuga	Distribución uniforme	0,0075 – 0,012 m
Ponderador de demanda base	Distribución normal	Media: 1,00; Desv. Est.: 0,02
Patrón de consumo	Elección binaria aleatoria	Día laboral, Fin de semana

2.3. Agrupamiento mediante k-medias (k-Means)

El objetivo del algoritmo de *k*-medias (MacKay, 2002) consiste en agrupar N puntos de un espacio de I dimensiones en K clústeres. Cada clúster queda definido por un vector medio μ_j, con $j = 1, \ldots, K$.

El procedimiento comprende cuatro pasos fundamentales. En primer lugar, se posicionan los K centroides iniciales en el espacio mediante un método de inicialización predeterminado. En la fase de asignación, cada punto se vincula al centroide μ_j más cercano. En la biblioteca Scikit- learn (Buitinck et al., 2013; Pedregosa et al., 2011), la distancia se cuantifica mediante la inercia o suma de cuadrados intra-clúster:

$$\sum_{i=1}^{N} mín_{\mu j} \left(\|x_i - \mu_j\|^2 \right) \quad (1)$$

Posteriormente, en la fase de actualización, los centroides se recalculan promediando las coordenadas de los puntos asignados a cada grupo. Se calcula el desplazamiento entre los centroides anteriores y los nuevos; si la diferencia cae por debajo de un umbral establecido, el algoritmo converge; de lo contrario, se repiten las etapas de asignación y actualización. Finalmente, se fijan las posiciones definitivas de los centros de los conglomerados. Cabe destacar que habitualmente los centroides no coinciden con ningún punto real del conjunto muestral (Buitinck et al., 2013; Pedregosa et al., 2011).

En esta investigación se implementa *k*-medias utilizando las coordenadas espaciales georreferenciadas de los nodos de la red, lo que divide el sistema en 16 regiones distintas. Estas áreas corresponden a las zonas espaciales que el clasificador SVM intentará identificar ante la presencia de una fuga.

2.4. Detección y localización simultánea de fugas mediante SVM

Las Máquinas de Vectores de Soporte (SVM) son algoritmos de aprendizaje supervisado utilizados en clasificación y regresión. Para un conjunto de entrenamiento con vectores de entrada $x_i \in \mathbb{R}^n$ y etiquetas $y_i \in \{1, -1\}$, SVM busca determinar un hiperplano en $\mathbb{R}^n$ que discrimine las instancias positivas de las negativas, maximizando la distancia (margen) entre

dicho hiperplano y los puntos más próximos (Mashford et al., 2012). Si los datos no son perfectamente separables en el espacio original, se admite un grado de tolerancia al error mediante un esquema de margen blando (*soft-margin*) (Mammone et al., 2009).

Matemáticamente, la formulación primal de SVM con margen blando se expresa como:

$$\begin{aligned} &\min_{w,b,\xi} \frac{1}{2} w^T w \; + \; C \sum_{i=1}^{N} \xi_i \\ \text{s.a.} \quad & y_i(w^{\mathrm{T}} \phi(x_i) + b) \geq 1 - \xi_i, \quad \forall i = 1, \ldots, N \\ & \xi_i \geq 0, \qquad \forall i = 1, \ldots, N \end{aligned} \tag{2}$$

donde N representa las observaciones de entrenamiento, w y b determinan el hiperplano separador, C es el parámetro de regularización, ξ denota las variables de holgura que penalizan las violaciones al margen y ϕ es la transformación no lineal que proyecta el espacio $\mathbb{R}^n$ hacia una dimensión superior (Mashford et al., 2012; Nefedov, 2016).

El término C regula la compensación entre la amplitud del margen y el error de clasificación. Un valor elevado de C penaliza fuertemente las clasificaciones erróneas, lo que reduce el margen y aumenta el riesgo de sobreajuste (*overfitting*). En contraste, valores reducidos de C amplían el margen tolerando un mayor número de inconsistencias en el entrenamiento, lo que puede mermar la precisión predictiva global (Nefedov, 2016).

En lugar de evaluar directamente la función ϕ, resulta conveniente introducir una función de núcleo (kernel) que efectúe el producto interno implícito en el espacio transformado, procedimiento conocido como el "truco del kernel" (Nefedov, 2016):

$$K(x_i, x_j) \; = \; \phi(x_i)^T \phi(x_j) \tag{3}$$

Entre las opciones de funciones de núcleo destacan las lineales, polinomiales y de base radial (RBF). En este estudio se adoptó el kernel RBF, respaldado por su solidez en aplicaciones análogas de la literatura (Kemba et al., 2017; Mashford et al., 2009, 2012; Salam et al., 2014). Dicho núcleo se formula como:

$$K(x_i, x_j) \; = \; \exp\left(-\gamma \left\| x_i \; - \; x_j \right\|^2\right), \;\; \gamma \; > 0 \tag{4}$$

donde $\gamma = 1/(2\sigma^2)$define el radio de influencia de las muestras de soporte individuales; valores altos de γ delimitan radios de influencia más acotados (Albatal y Little, 2014).

La implementación se realizó con la biblioteca Scikit-learn (Buitinck et al., 2013; Pedregosa et al., 2011). Para abordar la naturaleza multiclase, se adopta el esquema uno-contra-uno (*one-vs- one*) acoplado a una votación por mayoría (*Max-Wins*). En este enfoque, para M clases, se estructuran $M(M-1)/2$ clasificadores binarios. Cada modelo emite un voto entre dos clases posibles; una vez concluidas las comparaciones pareadas, se asigna la muestra a la clase que acumula la mayor cantidad de sufragios (Duan y Keerthi, 2005).

El modelo se entrena con un subconjunto de simulaciones para discriminar las distintas condiciones de la red a partir de las fluctuaciones en los patrones de presión. Posteriormente, clasifica los escenarios independientes en normales y anómalos, indicando la ubicación de la falla (el grupo geográfico al que pertenece el nodo afectado). Se aplica la validación cruzada con búsqueda en cuadrícula (GS-CV) para determinar el valor óptimo del parámetro C.

2.5. Estimación del tamaño de fuga mediante SVM

En este trabajo se exploraron dos vías para aproximar la magnitud de las fugas: clasificación mediante Vectores de Soporte (SVC) y regresión mediante Vectores de Soporte (SVR). En la modalidad SVC, el algoritmo se entrena para catalogar el caudal de fuga en tres niveles discretos: Bajo, Medio o Alto. Los rangos se establecieron mediante particiones de muestras balanceadas. Esta rutina se ejecuta secuencialmente una vez confirmadas la fuga y su localización, incorporando la etiqueta de la zona como variable predictora. La optimización del parámetro C se realiza mediante GS-CV.

Por su parte, la regresión mediante Vectores de Soporte (SVR) permite estimar magnitudes de carácter continuo (Awad y Khanna, 2015). SVR instaura una región insensible denominada tubo-ε, dentro de la cual las desviaciones entre las predicciones y los valores verdaderos no se penalizan. Así, el objetivo consiste en hallar la función más plana posible que contenga la mayor densidad de puntos muestrales dentro del tubo. Dado que pueden existir observaciones periféricas, se admite un cierto grado de error, controlado por el parámetro de penalización C. Los puntos externos a los márgenes del tubo constituyen los vectores de soporte del regresor (Awad y Khanna, 2015).

El problema de optimización asociado se formula como:

$$\begin{aligned} &\min_{w,b,\xi,\xi^*} \frac{1}{2} w^T w + C \sum_{i=1}^{N} (\xi_i + \xi_i^*) \\ \text{s.a.} \quad & y_i - w^{\mathrm{T}} \phi(x_i) - b \leq \epsilon + \xi_i^*, \qquad \forall i = 1, \ldots, N \\ & w^{\mathrm{T}} \phi(x_i) + b - y_i \leq \epsilon + \xi_i, \qquad \forall i = 1, \ldots, N \\ & \xi_i, \xi_i^* \geq 0, \qquad \forall i = 1, \ldots, N \end{aligned} \tag{5}$$

donde ξ_i^* y ξ_i representan las variables de holgura superior e inferior fuera del margen ϵ, manteniendo los demás términos con definiciones análogas a las de SVC.

Para fines comparativos directos frente a SVC, los valores numéricos continuos predichos por SVR se postprocesaron mediante un mapeo a las categorías discretas: Bajo, Medio o Alto. Para compatibilizar este proceso con la búsqueda sistemática de hiperparámetros (GS-CV), se implementó un estimador personalizado que encapsula la regresión y discretiza sus salidas, y se evalúa la exactitud resultante frente a las clases reales. Mediante GS-CV se optimizó simultáneamente la tupla de parámetros (C, ϵ).

2.6. Evaluación del desempeño

El rendimiento predictivo se evalúa mediante métricas cuantitativas, diagramas de evolución de hiperparámetros y curvas de aprendizaje. Se reportan los mejores parámetros derivados de GS-CV teniendo la exactitud (*accuracy*) como métrica directriz. Asimismo, se inspeccionan las curvas de aprendizaje variando el volumen de datos de entrenamiento desde el 10% hasta el 100%, lo que permite dilucidar si incrementar los escenarios computados aporta mejoras significativas frente al esfuerzo computacional demandado.

Se analizan matrices de confusión para evaluar errores de clasificación cruzada, complementadas con métricas de precisión (*precision*), exhaustividad (*recall*) y valor-F1 (F1-*score*) (Sokolova et al., 2006; Visa, 2011). Tomando como referencia la Tabla 3 (Tharwat, 2018), donde la clase positiva denota la ocurrencia efectiva del evento evaluado y la clase negativa agrupa el resto de las condiciones, se tienen las formulaciones estándar:

$$Exactitud = \frac{TP + TN}{TP + FN + FP + TN} \tag{6}$$

$$Precisión = \frac{TP}{TP + FP} \tag{7}$$

$$Exhaustividad = \frac{TP}{TP + FN} \tag{8}$$

$$Puntaje\ F1 = 2\,\frac{Precisión \times Exhaustividad}{Precisión + Exhaustividad} \tag{9}$$

Dado el carácter multiclase del problema, se calculan los promedios ponderados (*weighted averages*) de estas métricas, ponderando el aporte de cada clase por su número de ocurrencias en el conjunto de prueba.

Tabla 3. Estructura general de una matriz de confusión binaria.

CONDICIÓN REAL / PREDICCIÓN	PREDICHO POSITIVO	PREDICHO NEGATIVO
Clase Positiva	Verdadero Positivo (TP)	Falso Negativo (FN)
Clase Negativa	Falso Positivo (FP)	Verdadero Negativo (TN)

3. APLICACIÓN: CASO DE ESTUDIO

3.1. Modelo hidráulico dinámico en WaterGEMS

El análisis hidráulico parte de la representación estática de la red de distribución del distrito, cuyas características y demandas se sintetizan en las Tablas 4 y 5.

Tabla 4. Componentes de la red de distribución de agua modelada.

ELEMENTO	UNIDAD	CANTIDAD
Nodos	N°	2.533
Tuberías	m	232.167
Válvulas Reductoras de Presión (VRP)	N°	27
Válvulas de Control de Flujo (VCF)	N°	69

Tabla 5. Demandas de caudal por sector.

TIPO DE RÉGIMEN	CAUDAL (l/s)
Caudal máximo horario	1.193,55
Caudal máximo diario	795,70
Caudal mínimo horario	362,88

La conversión a un esquema dinámico se basó en los registros de caudal efluente de los estanques de cabecera. Se dispusieron mediciones cada 15 minutos en 2017 y 2019, mientras que los registros piezométricos se correspondieron con agosto de 2020. Para armonizar estas fuentes temporales, se promediaron los caudales de agosto de los años históricos disponibles y se adoptaron como patrón de demanda base para agosto de 2020, diferenciando los perfiles entre días laborables y fines de semana. Las curvas resultantes normalizadas respecto al caudal máximo horario se ilustran en la Figura 1.

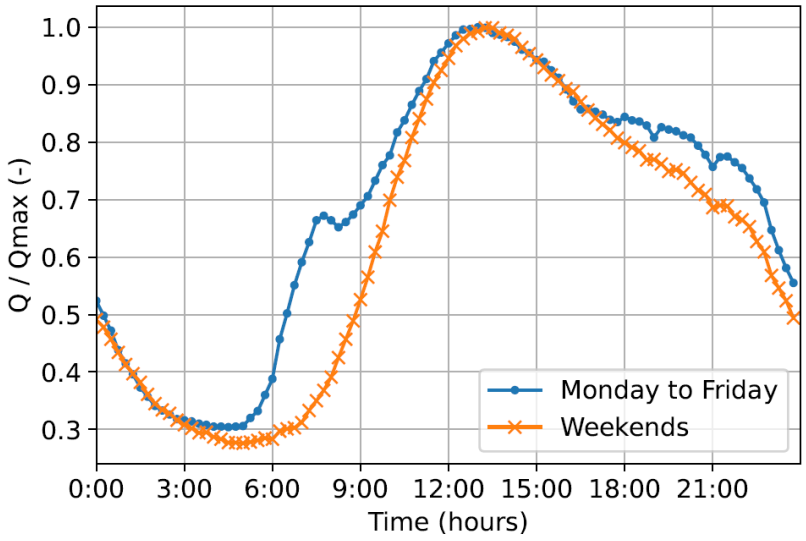


Figura 1. Patrón promedio de consumo en días laborales y fines de semana (agosto de 2020)

De forma análoga, se extrajeron las curvas temporales de operación de las Válvulas Reductoras de Presión (VRP). La presión de salida se normalizó para los días laborales y los fines de semana de agosto de 2020. En la Fig. 2 se muestra el comportamiento típico de consigna registrado en una VRP (correspondiente al nodo 19 de la Fig. 3).

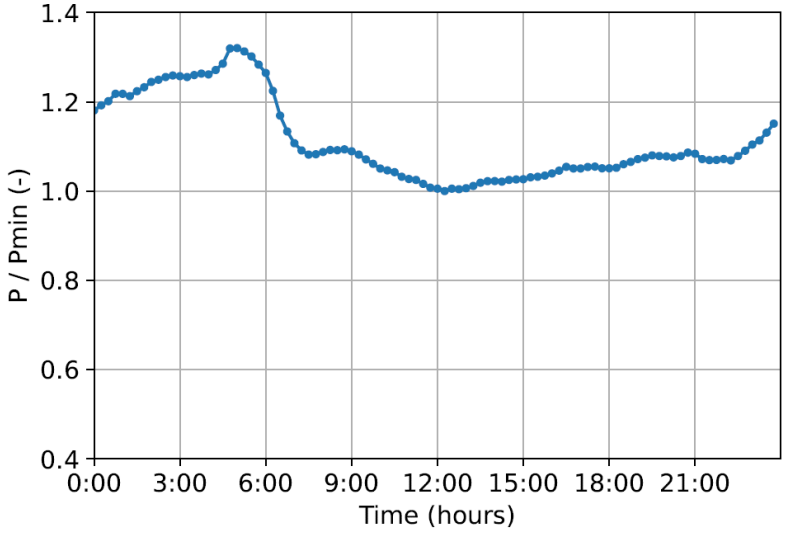


Figura 2. Patrón de presión de salida en un día laboral (agosto de 2020) correspondiente a la VRP del punto 19 (Fig. 3).

El sector urbano se encuentra estructurado en subsectores y microsectores hidráulicos para controlar las presiones piezométricas y prevenir sobrepresiones en cotas bajas. Este confinamiento opera mediante Válvulas de Control de Flujo (VCF), que configuran celdas abastecidas a partir de la matriz troncal.

Si bien se contó con el balance volumétrico macro de los estanques, la distribución espacial interna de los consumos presentó incertidumbres. En particular, la información asociada a edificaciones en altura era incompleta, por lo que fue necesario asimilar curvas de demanda tipificadas de otros distritos comparables**.**

3.2. Calibración del modelo dinámico

Se recopilaron mediciones telemétricas de presión a intervalos de 15 minutos en puntos estratégicos distribuidos a lo largo de la red Fig. 3). La contrastación se centró en agosto de 2020. Inicialmente, el modelo reprodujo las lecturas de los manómetros con un 57,57% de exactitud. Se consideró admisible una discrepancia absoluta entre la presión modelada y la real inferior a 3,5 metros de columna de agua (mca), umbral estipulado por los estándares de la sanitaria operadora.

3.2.1. Calibración a nivel macro

Para subsanar el bajo ajuste inicial, se realizó una calibración a nivel macro, ajustando los patrones de consumo en edificios y programando el cierre nocturno de ciertas VRP, de

acuerdo con las prácticas operativas de la red. Tras esta adecuación macroscópica, la concordancia en las presiones de entrada y salida de las VRP subió a un 73,59%.

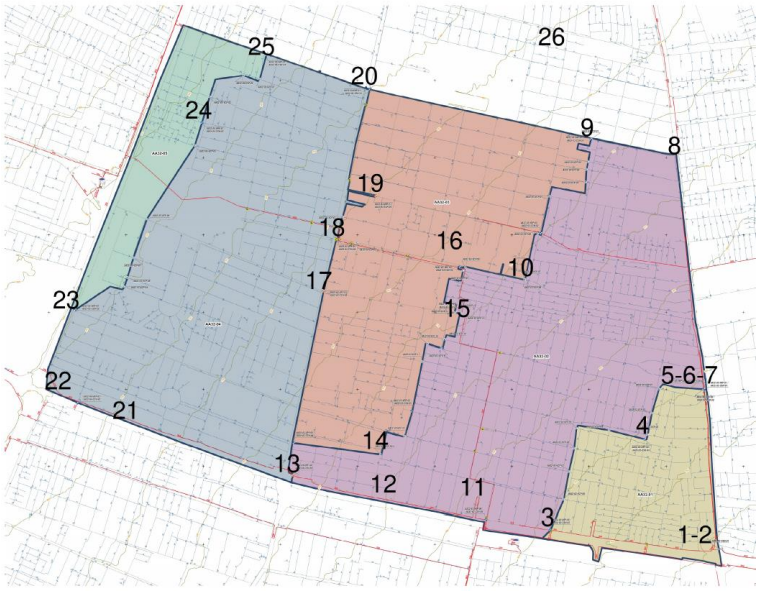


Figura 3. Puntos de monitoreo telemétrico en la red

3.2.2. Análisis de sensibilidad

Se evaluó la sensibilidad del modelo perturbando sistemáticamente la presión de salida de la VRP principal en ±3 mca, con pasos de 0,5 mca, obteniéndose la curva de respuesta de la Fig. 4. El ajuste describe un perfil cóncavo con su valor óptimo sin modificaciones artificiales (error mínimo centrado). Variaciones de ±3 mca provocan un detrimento de aproximadamente un 10% en el índice de exactitud.

De modo similar, se examinó la respuesta ante modulaciones proporcionales de los caudales base de la Tabla 5 (Fig. 5). La exactitud global permaneció prácticamente insensible, con variaciones menores al 1%, alcanzando un máximo marginal en 0,925 veces el caudal nominal. Al no existir justificación técnica para forzar dicho desfase, se resolvió conservar las asignaciones de consumo originales.

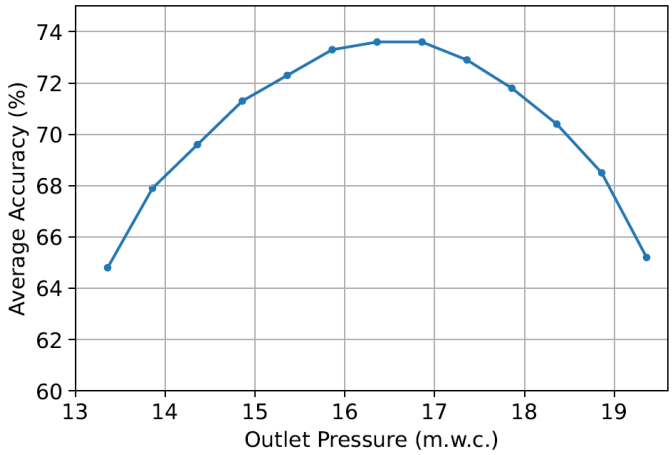


Figura 4. Análisis de sensibilidad ante variaciones de presión de consigna de entrada

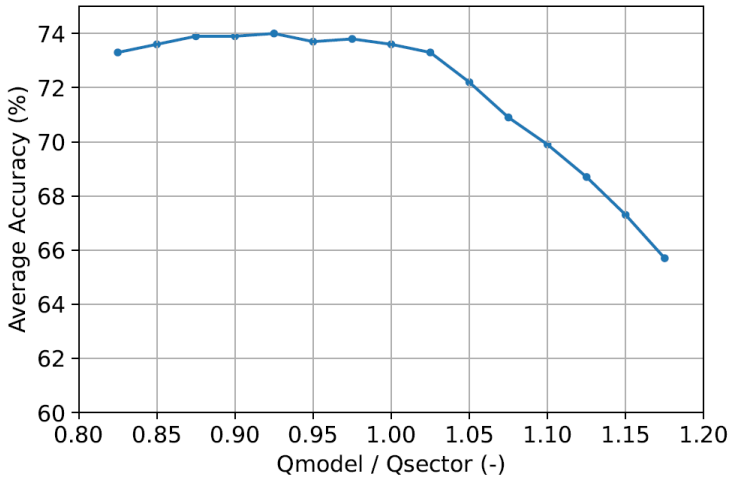


Figura 5. Análisis de sensibilidad ante modificaciones en la demanda global

3.2.3. Calibración a nivel micro

Se intentó realizar una calibración a microescala ajustando el coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams (C_{HW}) en las tuberías. Sin embargo, para forzar un incremento en la precisión teórica, fue necesario elevar el coeficiente en tuberías de PVC por encima de los valores de diseño para materiales nuevos sin uso, lo cual carece de sustento físico dado que la rugosidad efectiva aumenta con los años de servicio (Lee et al., 2018). Ante esto, se decidió descartar dichos ajustes artificiales y conservar el modelo con la calibración macro alcanzada (73,59%).

3.2.4. Balance de la calibración

En contraste con estudios afines como el de Alves et al. (2014), donde se reportó un error medio absoluto de 1,05 mca (cerca de un 1,7% respecto a la media de lecturas), el presente modelo arrojó un error medio absoluto de 4,06 mca, equivalente a una discrepancia relativa de aproximadamente el 13%. Pese a esta diferencia, atribuible a la escala y la heterogeneidad del sector real, se prosiguió con la fase de simulación de los algoritmos de aprendizaje, considerando este margen de tolerancia.

3.3. Detección y estimación de fugas mediante SVM

3.3.1. Generación de escenarios

Con el paquete WNTR se seleccionó aleatoriamente un nodo entre los más de 5.000 existentes en la topología para inducir una fuga, simulando 24 horas continuas con la formulación PDD. Se registraron los estados de presión horarios en toda la red, lo que derivó en 25 lecturas por punto en cada iteración. Se computaron 900 simulaciones de rotura, que aportaron 22.500 vectores con fuga, a los que se sumaron las incertidumbres de la Tabla 2.

Complementariamente, se integraron 100 simulaciones bajo régimen normal (sin fuga), sujetas a variabilidad de consumo base (distribución normal con media 1,00 y varianza 0,02), lo que aportó 2.500 observaciones adicionales. El conjunto consolidado totalizó 25.000 muestras horarias.

Durante las simulaciones se compilaron, además de las presiones zonales, el nodo emisor, el orificio equivalente de rotura y la presión en el punto de descarga.

3.3.2. Agrupamiento con k-medias

A partir de las coordenadas nodales geográficas, el algoritmo de *k*-medias distribuyó la infraestructura en 16 agrupaciones espaciales, como se muestra en la Fig. 6.

Debido a la morfología irregular del trazado urbano, el número de nodos por sector varía; por ejemplo, las zonas 3, 13 y 14 presentan un número reducido de nodos debido a estrangulamientos en la geometría de la red en dichos sectores.

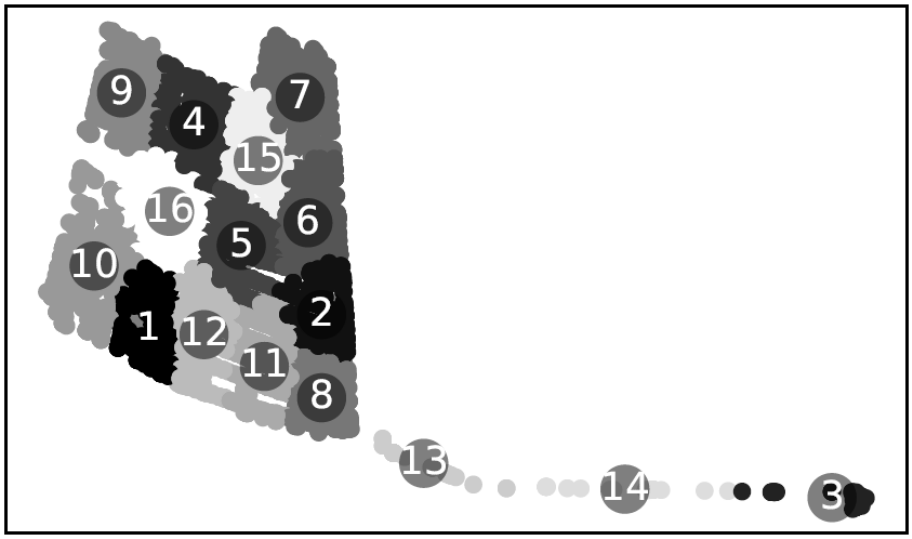


Figura 6. Distribución espacial de las 16 zonas resultantes del agrupamiento de *k*-medias

3.3.3. Preprocesamiento

La pertenencia geográfica, determinada mediante *k*-medias, se asignó como etiqueta de clase a cada muestra. Para los escenarios normales, se asignó el identificador numérico 0.

Con miras a reproducir un entorno operativo real, entre todos los nodos simulados se seleccionaron únicamente los 26 puntos coincidentes con los sensores telemétricos instalados en terreno (Fig. 3).

Para el clasificador de detección espacial, la variable objetivo fue la etiqueta de zona (0 para condición normal y de 1 a 16 para fugas), y se descartaron las columnas de caudal de fuga (25.000 muestras en total). Para la cuantificación de magnitud, la etiqueta de área se incorporó como variable de entrada adicional, suponiendo que la zona ya ha sido

diagnosticada, lo que restringió el entrenamiento a las 22.500 observaciones con eventos activos de fuga. La Tabla 6 muestra el arreglo de datos procesado, mientras que la Tabla 7 resume los rangos de descarga asignados a los niveles Bajo, Medio y Alto.

Tabla 6. Estructura de las variables preprocesadas.

MUESTRA	PRESIÓN SENSOR 1	⋯	PRESIÓN SENSOR 26	ETIQUETA DE ZONA	CAUDAL DE FUGA (l/h)
1	33,2	. . .	39,5	12	3950,6
2	33,7	. . .	40,5	12	3987,9
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
24999	32,5	. . .	37,9	11	5237,2
25000	32,8	. . .	39,5	11	5296,6

Tabla 7. Umbrales para la categorización del caudal de fuga.

NIVEL DE FUGA	RANGO DE CAUDAL (l/h)
Bajo	0 – 3.960,9
Medio	3.960,9 – 5.407,5
Alto	> 5.407,5

3.3.4. Validación cruzada con búsqueda en cuadrícula (GS-CV)

Siguiendo las pautas de Hsu et al. (2003), los hiperparámetros se exploraron en pasos exponenciales de base 2. En SVC se calibró el parámetro de regularización C, mientras que en SVR se ajustaron conjuntamente C y ϵ. Las mallas de búsqueda se describen en la Tabla 8, donde se registran los tiempos de cómputo y la exactitud media obtenida. La Tabla 9 resume las mejores configuraciones identificadas.

Tabla 8. Espacio de búsqueda para la validación cruzada (GS-CV)

PROPÓSITO	ALGORITMO	PARÁMETRO	RANGO EXPLORADO
Detección	SVC	C	$2^{-1}, 2^{0}, \ldots, 2^{25}$
Cuantificación	SVC	C	$2^{-1}, 2^{0}, \ldots, 2^{25}$
Cuantificación	SVR	C	$2^{-1}, 2^{0}, \ldots, 2^{9}$
Cuantificación	SVR	ϵ	$2^{-20}, \ldots, 2^{-11}$

Tabla 9. Mejores hiperparámetros derivados de GS-CV para detección y cuantificación

PROPÓSITO	ALGORITMO	PARÁMETRO	ÓPTIMO (2^x)	EXACTITUD	TIEMPO (s)
Detección	SVC	C	20	86,0%	218,7
Cuantificación	SVC	C	20	87,9%	3116,4
Cuantificación	SVR	(C, ϵ)	(7, -14)	73,0%	333,2

En la Fig. 7 se aprecia el comportamiento de la exactitud de detección frente al pará-metro C. La curva presenta un incremento monótono hasta alcanzar una meseta y posterior descenso. Dado el barrido logarítmico, se descarta que corresponda a un óptimo puramente local en rangos prácticos, destacando que valores mayores de C aumentan exponencialmente la carga computacional sin aportar mejoras.

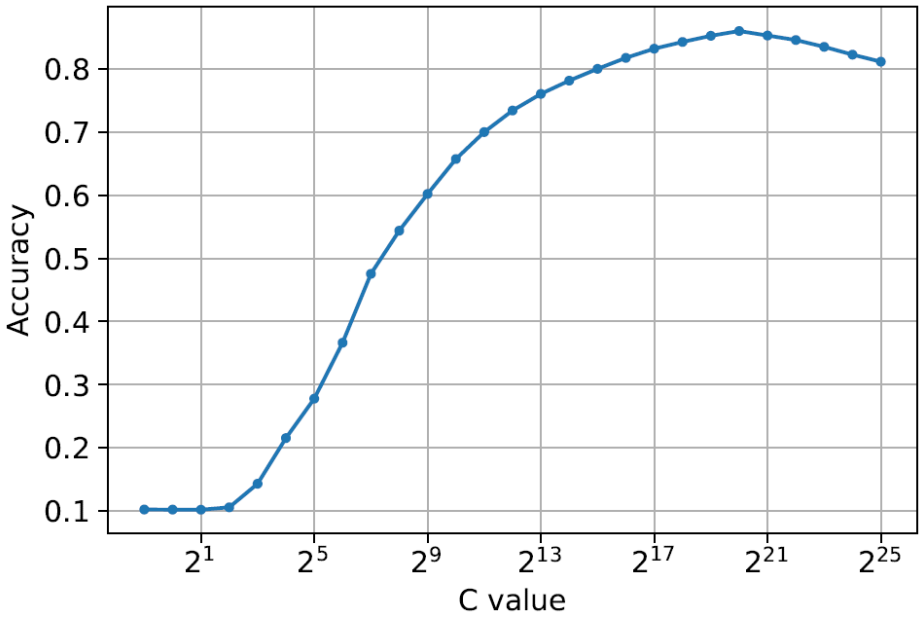


Figura 7. Exactitud del modelo de detección SVC en función del parámetro C.

Las precisiones para la cuantificación mediante SVC y SVR en función de C se muestran en la Fig. 8. SVR alcanza su rendimiento máximo con valores moderados de C, mientras que SVC aprovecha valores de regularización más elevados, superando a SVR en cerca de 15 puntos porcentuales de exactitud. No obstante, SVC demandó un tiempo de entrenamiento diez veces mayor (Tabla 9). La Fig. 9 presenta, complementariamente, el comportamiento de SVR frente al margen ϵ.

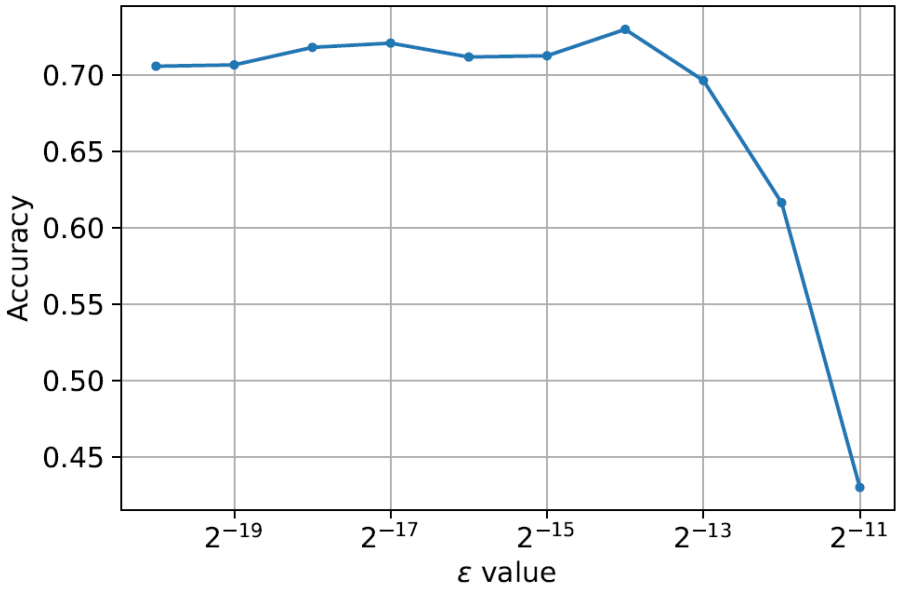


Figura 8. Exactitud de la cuantificación según el valor de C en SVC y SVR.

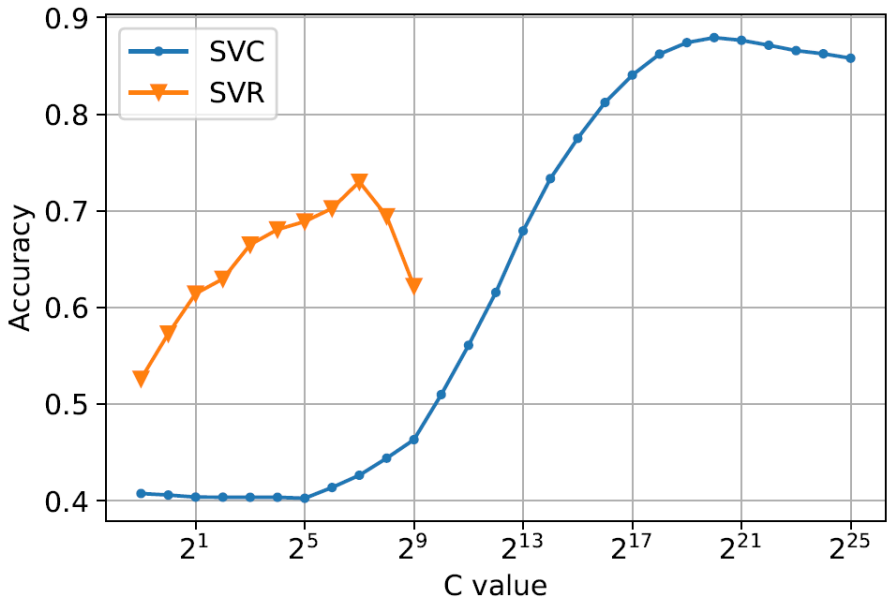


Figura 9. Exactitud de la cuantificación mediante SVR en función del parámetro ϵ.

3.3.5. Curvas de aprendizaje

Con el fin de verificar si el volumen de escenarios simulados era suficiente para garantizar la representatividad estadística, se construyeron curvas de aprendizaje utilizando las mejores parametrizaciones identificadas en la etapa de GS-CV, variando la fracción de datos de entrenamiento entre el 10% y el 100%.

Las Figs. 10 y 11 ilustran las trayectorias de aprendizaje para la detección y la cuantificación. En ambos esquemas de clasificación con SVC se observa un ascenso pronunciado en las etapas iniciales; sin embargo, al superar las 20.000 observaciones, la tasa de ganancia desciende por debajo de 0,01 puntos. Esto evidencia que incorporar un mayor volumen de simulaciones no aportaría mejoras sustanciales que justifiquen el costo computacional adicional.

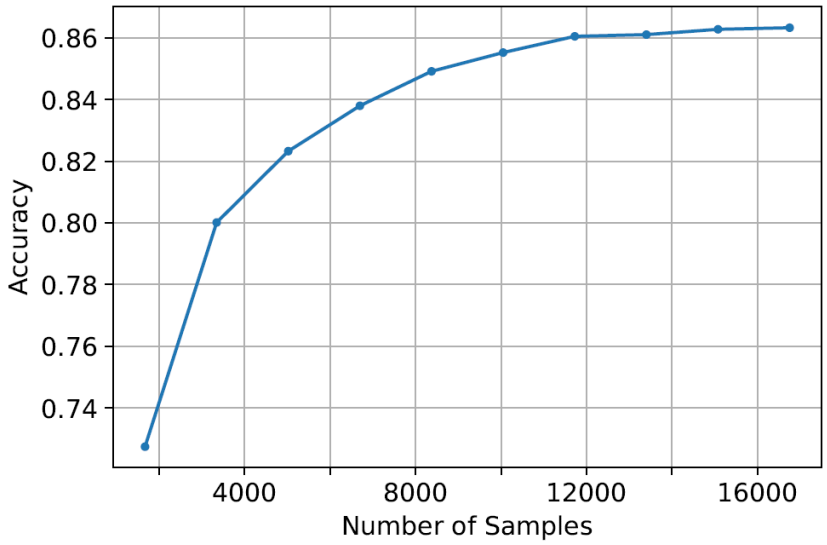


Figura 10. Curva de aprendizaje del modelo SVC de detección de fugas.

En la regresión SVR (Fig. 11) se advierte una leve oscilación en el extremo de alta densidad muestral, atribuible al efecto de frontera introducido por la discretización categórica posterior requerida para clasificar los caudales continuos.

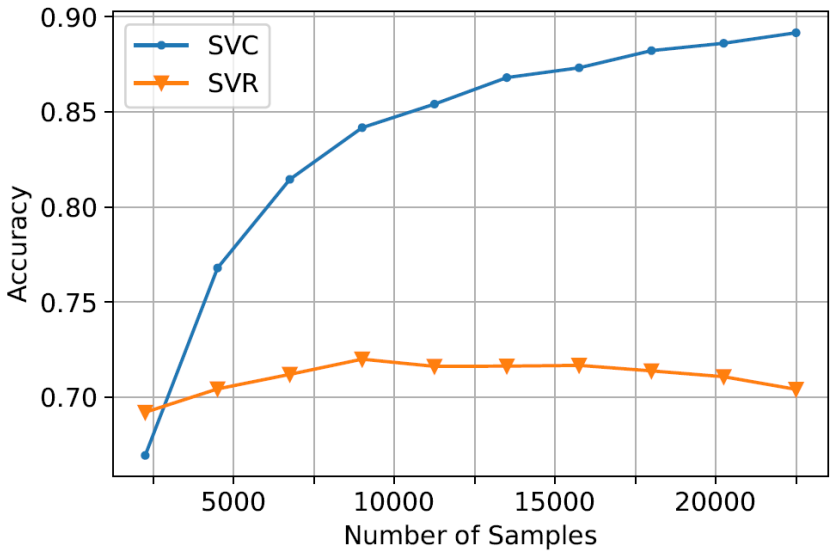


Figura 11. Curva de aprendizaje del modelo de cuantificación de fugas.

3.3.6. Desempeño en detección y localización de fugas

La capacidad de clasificación espacial se evaluó en un conjunto de prueba independiente mediante la matriz de confusión de la Fig. 12, utilizando el modelo con $C = 2^{20}$.

Se observa una marcada concentración de valores en la diagonal principal. Conforme a lo previsto por la topología (Fig. 6), las zonas 3, 13 y 14 presentan tasas de acierto más bajas. Estas áreas, caracterizadas por una baja cantidad de nodos y una mayor distancia física respecto a los sensores y al VRP, generan perturbaciones de presión leves que el algoritmo tiende a confundir con condiciones normales de operación sin fugas (clase 0). Desde la perspectiva de los datos, la menor cantidad de ejemplos de entrenamiento en estas clases hace que el clasificador los asimile a fluctuaciones aleatorias de demanda más que a eventos de fuga en dichos sectores.

Las métricas consolidadas en la Tabla 10 confirman valores equivalentes entre precisión, exhaustividad y puntaje F1 (0,86–0,87), lo que demuestra la ausencia de sesgos hacia falsos positivos o falsos negativos y valida la exactitud global del 86,0% como métrica representativa del desempeño del modelo.

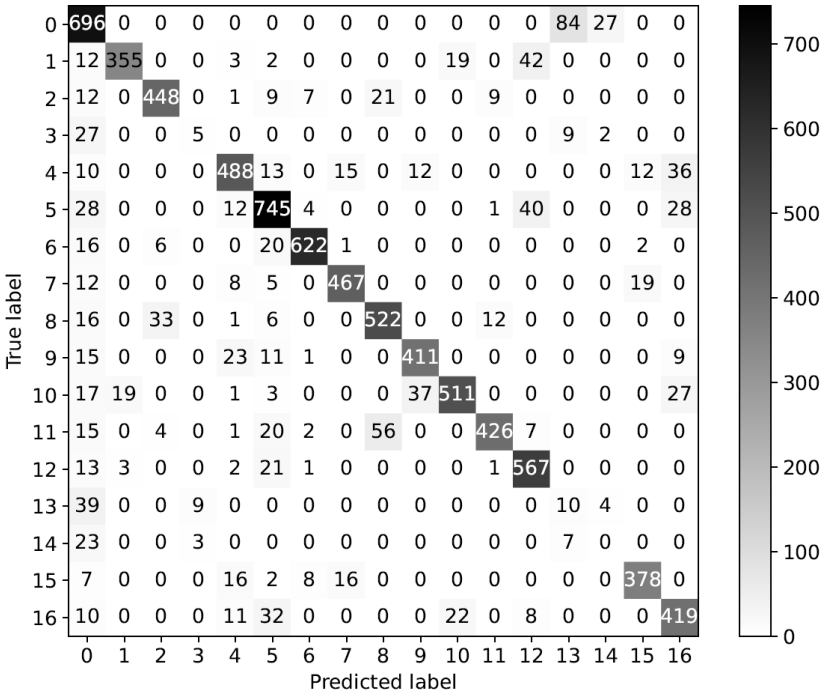


Figura 12. Matriz e confusión del modelo SVC de detección espacial con el parámetro óptimo.

Tabla 10. Métricas de evaluación del modelo SVC aplicado a la detección de fugas

MÉTRICA	PRECISIÓN	EXHAUSTIVIDAD	PUNTAJE F1	MUESTRAS DE PRUEBA
Promedio ponderado	0,87	0,86	0,86	8.250

3.3.7. Desempeño en la estimación del tamaño de fuga

Para la cuantificación de caudal, las matrices de confusión asociadas a las parametrizaciones óptimas ($C = 2^{20}$ en SVC y $C = 2^{7}, \epsilon = 2^{-}14$ en SVR) se muestran en las Figs. 13 y 14.

El clasificador SVC muestra una concentración más nítida a lo largo de la diagonal en comparación con SVR, lo cual concuerda con las métricas resumidas en la Tabla 11. Ambos modelos muestran simetría interna entre precisión y exhaustividad, lo que confirma la ausencia de distorsiones sistemáticas en las clases extremas.

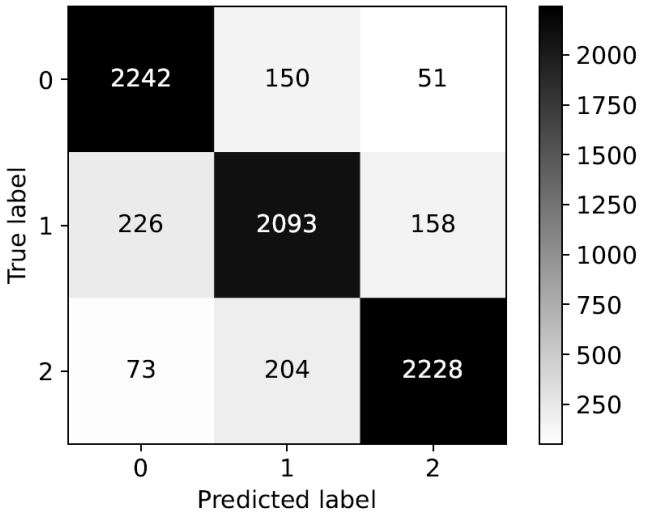


Figura 13. Matriz de confusión para la cuantificación de fuga con SVC (C óptimo)

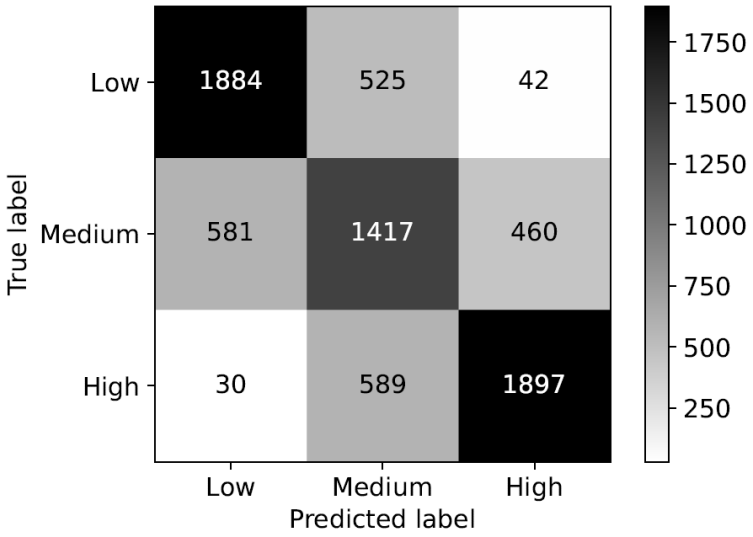


Figura 14. Matriz de confusión para la cuantificación de fuga con SVR (C y ϵ óptimos)

Tabla 11. Métricas ponderadas para estimar el tamaño de fuga

ALGORITMO	PRECISIÓN	EXHAUSTIVIDAD	PUNTAJE F1	MUESTRAS DE PRUEBA
SVC	0,88	0,88	0,88	7.425
SVR	0,70	0,70	0,70	7.425

No obstante, cuando los algoritmos cometen errores, se observa una tendencia a clasificar la fuga en una categoría inferior a la real. Este comportamiento se relaciona con la asimetría positiva en la distribución de caudales generada por el modelo hidráulico (Fig. 15), donde se observa una mayor densidad de eventos en rangos moderados y bajos.

En términos cuantitativos, la exactitud alcanzada fue del 87,9 % mediante SVC y del 73,0 % mediante SVR (Tabla 8), lo que confirma que la formulación por clasificación directa resulta más efectiva para discriminar la severidad del caudal en este esquema.

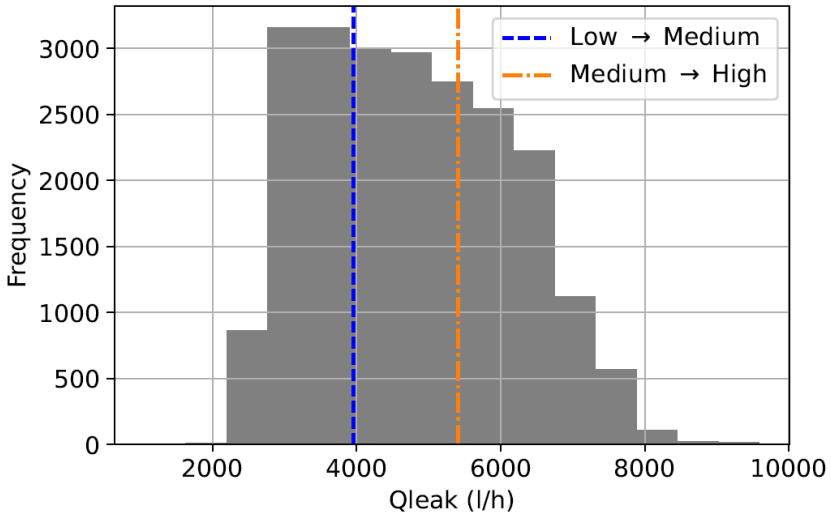


Figura 15. Distribución de frecuencias de los caudales de fuga simulados en la red.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se validó el desempeño de algoritmos de aprendizaje supervisado basados en Máquinas de Vectores de Soporte (SVC y SVR) para la detección, localización y estimación del tamaño de fugas en una red de distribución de agua real y de gran escala. Si bien la literatura previa evidenciaba resultados prometedores en redes de diversas dimensiones (Tabla 1), la estimación de magnitudes solía limitarse a nodos previamente prefijados (Mashford et al., 2009, 2012; Salam et al., 2014). En este estudio se logró articular un procedimiento integrado que permite detectar anomalías, delimitar el sector hidráulico afectado y clasificar la severidad de la descarga en cualquier nodo de una red con más de 5.000 uniones.

El algoritmo de clasificación SVC para localización espacial alcanzó una exactitud del 86,0%. Al contrastar este resultado con trabajos como el de Zhang et al. (2016), quienes reportaron un 95,8% de exactitud al delimitar 15 sectores en una red con cerca de 2.500 nodos y variando únicamente el coeficiente de emisor en EPANET, la diferencia se explica por la mayor dimensión del sistema aquí estudiado (más del doble de nodos) y por la inclusión de tres fuentes de incertidumbre simultáneas (diámetro, modulación del consumo y estacionalidad). Esta mayor variabilidad conduce a una leve disminución de la exactitud teórica, pero otorga al modelo una mayor robustez frente a las fluctuaciones reales de la red.

Las áreas 3, 13 y 14 presentaron desempeños locales inferiores, atribuibles a su menor densidad de nodos y a la distancia física respecto a los puntos de medición. Una línea de mejora futura consiste en desacoplar dichas regiones minoritarias en una etapa jerárquica diferenciada o evaluar la conveniencia técnica de densificar la instrumentación telemétrica en esos sectores específicos, según los recursos y prioridades operativas de la empresa sanitaria.

En cuanto a la cuantificación del caudal de fuga, se logró una exactitud máxima del 87,9% mediante SVC. A diferencia de las aproximaciones de regresión continua acotadas a puntos conocidos de la red, la metodología propuesta predice la categoría de caudal (Bajo, Medio o Alto) en cualquier nodo del sistema, lo que aporta un valor práctico inmediato a los equipos de mantenimiento. La asimetría positiva en la distribución de caudales condiciona que, en caso de error, el algoritmo tienda a subestimar levemente la magnitud del evento antes que a sobreestimarla.

Las métricas de precisión, exhaustividad y puntaje F1 mostraron valores equilibrados y congruentes con la exactitud global en todos los casos, lo que evidencia que los modelos no presentan sesgos hacia falsos positivos ni falsos negativos. Asimismo, las curvas de aprendizaje demostraron que el volumen de 25.000 muestras horarias fue adecuado para alcanzar la estabilidad del entrenamiento sin incurrir en costos computacionales innecesarios.

Respecto a la modelación hidráulica en WaterGEMS, la calibración de redes extensas requiere un volumen considerable de información operacional que no siempre se encuentra disponible con el nivel de desagregación requerido, lo que explica que el ajuste de presiones no haya superado el 73,59%.

Considerando los tiempos de ejecución registrados con los hiperparámetros optimizados, la metodología propuesta resulta plenamente factible para su aplicación operativa diaria mediante la actualización periódica de la base de datos de escenarios. Dado que la inferencia computacional de los modelos entrenados toma fracciones de segundo, la detección y el diagnóstico podrían operar en tiempo casi real, limitados únicamente por la frecuencia de transmisión de los instrumentos de telemetría, en línea con aproximaciones previas basadas en redes neuronales (Mounce et al., 2010).

Como trabajos futuros, se plantea extender el marco hacia la presencia de fugas múltiples simultáneas, evaluar la optimización de la ubicación de nuevos sensores de presión y explorar modelos de regresión ordinal basados en SVM (tales como SVMOP, SVOREX o SVORIM), los cuales han demostrado ventajas en problemas de discretización categórica frente a los clasificadores estándar (Gutiérrez et al., 2016).

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Parte o la totalidad de los datos, modelos o códigos que respaldan los resultados de este estudio están disponibles previa solicitud razonable al primer autor de este artículo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo del Centro Avanzado de Tecnologías del Agua (CAPTA) financiado por CORFO, Chile, al Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile, al Centro de Tecnología Avanzada para la Minería (AMTC) de la Universidad de Chile y al Proyecto ANID CIA250010. Sebastián Avendaño agradece el financiamiento para estudios de doctorado otorgado por la Subdirección de Capital Humano de ANID mediante la Beca de Doctorado Nacional 2023/21232179.

REFERENCIAS

Adedeji, K. B., Hamam, Y., Abe, B. T., & Abu-Mahfouz, A. M. (2017). Leakage detection and estimation algorithm for loss reduction in water piping networks. Water, 9(10), 773.

Albatal, R., & Little, S. (2014). Empirical exploration of extreme SVM-RBF parameter values for visual object classification. LNCS, 8326, 299–306.

Alves, Z., Muranho, J., Albuquerque, T., & Ferreira, A. (2014). Water distribution network's modeling and calibration. Procedia Engineering, 70, 31–40.

Ares-Milián, M. J., Quiñones-Grueiro, M., Verde, C., & Llanes-Santiago, O. (2021). A leak zone location approach in water distribution networks combining data-driven and model-based methods. Water, 13(20), 2924.

Awad, M., & Khanna, R. (2015). Support Vector Regression. In Efficient Learning Machines (pp. 67–80). Apress, Berkeley, CA.

Buitinck, L., et al. (2013). API design for machine learning software: experiences from the scikit-learn project.

Caceres V., L., Gruttner D., E., & Contreras N., R. (1992). Water recycling in arid regions: Chilean case. Ambio, 21(2), 138–144.

Cai, Z., Dziedzic, R., & Li, S. S. (2022). Leak Detection Using Support Vector Machines. CSCE Annual Conference 2021.

Candelieri, A., Soldi, D., Conti, D., & Archetti, F. (2014). Analytical Leakages Localization in Water Distribution Networks through Spectral Clustering and Support Vector Machines. Procedia Engineering, 89, 1080–1088.

Chan, T. K., Chin, C. S., & Zhong, X. (2019). Review of Current Technologies and Proposed Intelligent Methodologies for Water Distributed Network Leakage Detection. IEEE Access, 6, 78846–78867.

Duan, K. B., & Keerthi, S. S. (2005). Which is the best multiclass SVM method? An empirical study. LNCS, 3541, 278–285.

Fereidooni, Z., Tahayori, H., & Bahadori-Jahromi, A. (2021). A hybrid model-based method for leak detection in large scale water distribution networks. J. Amb. Intell. Hum. Comput., 12(2), 1613–1629.

Ferrandez-Gamot, L., et al. (2015). Leak Localization in Water Distribution Networks using Pressure Residuals and Classifiers. IFAC-PapersOnLine, 48(21), 220–225.

Garreaud, R. D., et al. (2020). The Central Chile Mega Drought (2010–2018): A climate dynamics perspective. Int. J. Climatol., 40(1), 421–439.

Gutiérrez, P. A., et al. (2016). Ordinal Regression Methods: Survey and Experimental Study. IEEE TKDE, 28(1), 127–146.

Hsu, C. W., Chang, C. C., & Lin, C. J. (2003). A practical guide to support vector classification.

Hu, X., et al. (2021). Novel leakage detection and water loss management of urban water supply network using multiscale neural networks. J. Clean. Prod., 278, 123611.

Hu, Z., Tan, D., Chen, B., Chen, W., & Shen, D. (2021). Review of model-based and data-driven approaches for leak detection and location in water distribution systems. Water Supply, 21(7), 3282–3306.

Javadiha, M., Blesa, J., Soldevila, A., & Puig, V. (2019). Leak localization in water distribution networks using deep learning. IEEE CoDIT 2019, 1426–1431.

Kammoun, M. (2022). Intelligent Learning Technique for Leak Detection and Location in Water Distribution Network (PhD thesis, University of Sfax).

Kemba, J., Gideon, K., & Nyirenda, C. N. (2017). Leakage detection in Tsumeb east water distribution network using EPANET and support vector regression. IST-Africa 2017.

Klise, K. A., Bynum, M., Moriarty, D., & Murray, R. (2017). A software framework for assessing the resilience of drinking water systems. Environ. Model. Softw., 95, 420–431.

Kothari, A., & Balamurugan, M. (2019). An efficient scheme for water leakage detection using support vector machines (SVM)-Zig. IJRTE, 7(6), 39–46.

Lee, S., Yoo, D. G., Jung, D., & Kim, J. H. (2018). Application of life cycle energy analysis for designing a water distribution network. Int. J. Life Cycle Assess., 23(6), 1174–1191.

Li, R., Huang, H., Xin, K., & Tao, T. (2015). A review of methods for burst/leakage detection and location in water distribution systems. Water Supply, 15(3), 429–441.

MacKay, D. J. C. (2002). Information Theory, Inference and Learning Algorithms. Cambridge University Press.

Mammone, A., Turchi, M., & Cristianini, N. (2009). Support vector machines. WIREs Comput. Stat., 1(3), 283–289.

Mashford, J., De Silva, D., Marney, D., & Burn, S. (2009). An approach to leak detection in pipe networks using analysis of monitored pressure values by support vector machine. IEEE NSS 2009, 534–539.

Mashford, J., De Silva, D., Burn, S., & Marney, D. (2012). Leak detection in simulated water pipe networks using SVM. Appl. Artif. Intell., 26(5), 429–444.

Mounce, S. R., Boxall, J. B., & Machell, J. (2010). Development and Verification of an Online Artificial Intelligence System for Detection of Bursts. J. Water Resour. Plann. Manage., 136(3), 309–318.

Muñoz, A. A., et al. (2020). Water Crisis in Petorca Basin, Chile: The Combined Effects of a Mega-Drought and Water Management. Water, 12(3), 648.

Mutikanga, H. E., Sharma, S. K., & Vairavamoorthy, K. (2013). Methods and Tools for Managing Losses in Water Distribution Systems. J. Water Resour. Plann. Manage., 139(2), 166–174.

Nefedov, A. (2016). Support Vector Machines: A Simple Tutorial.

Pedregosa, F., et al. (2011). Scikit-learn: Machine Learning in Python. JMLR, 12, 2825–2830.

Quiñones-Grueiro, M., et al. (2018). Comparison of Classifiers for Leak Location in Water Distribution Networks. IFAC-PapersOnLine, 51(24), 407–413.

Rayaroth, R., & Sivaradje, G. (2019). Random Bagging Classifier and Shuffled Frog Leaping

Romano, M., Kapelan, Z., & Savić, D. A. (2014). Automated Detection of Pipe Bursts and Other Events in Water Distribution Systems. J. Water Resour. Plann. Manage., 140(4), 457–467.

Romero-Ben, L., et al. (2023). Leak detection and localization in water distribution networks: Review and perspective. Annu. Rev. Control, 55, 392–419.

Romero-Tapia, G., Fuente, M. J., & Puig, V. (2018). Leak Localization in Water Distribution Networks using Fisher Discriminant Analysis. IFAC-PapersOnLine, 51(24), 929–934.

Rossman, L., et al. (2020). EPANET 2.2 User Manual. U.S. Environmental Protection Agency, Cincinnati, OH.

Ruffino, B., et al. (2022). Drinking Water Supply in the Region of Antofagasta (Chile): A Challenge between Past, Present and Future. IJERPH, 19(21), 14406.

Salam, A. E. U., Tola, M., Selintung, M., & Maricar, F. (2014). A leakage detection system on the Water Pipe Network through Support Vector Machine method. IEEE MICEEI 2014, 161–165.

SISS. (2022). Informe de Gestión del Sector Sanitario 2022. Superintendencia de Servicios Sanitarios, Santiago, Chile.

Sokolova, M., Japkowicz, N., & Szpakowicz, S. (2006). AI 2006: Advances in Artificial Intelligence. Proceedings AI 2006, 1015–1021.

Soldevila, A., et al. (2016). Leak localization in water distribution networks using a mixed model-based/data-driven approach. Control Eng. Pract., 55, 162–173.

Soldevila, A., et al. (2017). Leak localization in water distribution networks using Bayesian classifiers. J. Process Control, 55, 1–9.

Tharwat, A. (2018). Classification assessment methods. Appl. Comput. Informatics, 17(1), 168–192.

Timbadiya, P. V., Sourabh, N., & Patel, P. L. (2023). Leak detection in water distribution network using machine learning techniques. ISH J. Hydraul. Eng.

Van Zyl, J. E., & Clayton, C. R. I. (2007). The effect of pressure on leakage in water distribution systems. Proc. ICE Water Manage., 160(2), 109–114.

Visa, S., et al. (2011). Confusion Matrix-based Feature Selection. J. Comput. Sci., 710, 8.

Wu, Y., Liu, S., Smith, K., & Wang, X. (2018). Using Correlation between Data from Multiple Monitoring Sensors to Detect Bursts. J. Water Resour. Plann. Manage., 144(2).

Xie, X., Hou, D., Tang, X., & Zhang, H. (2019). Leakage Identification in Water Distribution Networks with Error Tolerance Capability. Water Resour. Manage., 33(3), 1233–1247.

Zan, T. T. T., Lim, H. B., Wong, K. J., Whittle, A. J., & Lee, B. S. (2014). Event detection and localization in urban water distribution network. IEEE Sensors J., 14(12), 4134–4142.

Zhang, Q., Wu, Z. Y., Zhao, M., Qi, J., Huang, Y., & Zhao, H. (2016). Leakage Zone Identification in Large-Scale Water Distribution Systems Using Multiclass Support Vector Machines. J. Water Resour. Plann. Manage., 142(11).

Zhou, X., et al. (2019). Deep learning identifies accurate burst locations in water distribution networks. Water Research, 166, 115058.

CONDICIÓN DE INESTABILIDAD GENERALIZADA PARA EL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO EN UN CANAL ANCHO POR MEDIO DE DOS MÉTODOS DE PERTUBACIONES

RODRIGO GONZÁLEZ[1], ALDO TAMBURRINO[2]

[1]Egresado del Programa de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería mención Fluidodinámica,
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile
rodrigojgonzalezh@ing.uchile.cl
ORCID: 0000-0002-0253-2129
[2]Deparmento de Ingeniería Civil Engineering y Advanced Mining Technology Center,
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile
atamburr@ing.uchile.cl
ORCID: 0000-0001-5406-370X

RESUMEN

Se determina la condición de estabilidad para el flujo gradualmente variado en un canal con ley de resistencia generalizada, tanto para el régimen laminar como para el turbulento, mediante dos metodologías de perturbaciones lineales —expansión en el frente de onda y aproximación WKBJ—, con el fin de obtener una expresión generalizada para dicha condición. Asimismo, se comparan los resultados entregados por ambos métodos con los criterios de estabilidad clásicos disponibles en la literatura.

Palabras claves: Flujo gradualmente variado**,** perturbaciones, análisis de estabilidad, expansión en el frente de onda, aproximación WKBJ.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

El estudio de la estabilidad en canales abiertos es fundamental para el diseño hidráulico, especialmente ante la aparición de ondas rodantes que pueden comprometer la seguridad de las estructuras. Si bien la literatura clásica ha abordado extensamente este fenómeno bajo condiciones de flujo uniforme turbulento, los escenarios reales suelen presentar perfiles gradualmente variados o requerir el régimen laminar. El objetivo de este artículo es presentar un análisis de estabilidad para el flujo gradualmente variado en un canal ancho, que sea aplicable tanto al régimen laminar y turbulento, a través de las ecuaciones de Saint-Venant y leyes de resistencia generalizadas mediante dos métodos de perturbación distintos.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

El problema presentado en este estudio corresponde a un análisis de estabilidad para el flujo gradualmente variado en un canal ancho. Para el flujo con superficie libre, las ecuaciones fundamentales son las de continuidad y de cantidad de movimiento en una dimensión, determinadas por Barré de Saint-Venant (1871), las cuales corresponden a las ecuaciones de conservación promediadas en el eje vertical. Como se busca obtener resultados válidos tanto en el régimen laminar como en el turbulento, el coeficiente de Boussinesq debe ser empleado en las ecuaciones. Además, es necesario incorporar una ley de resistencia generalizada similar a la empleada por Dressler & Pohle (1953).

2.1 Ondas rodantes y criterio de estabilidad

Para el flujo en canales, se pueden formar ondas en la superficie libre tanto en el flujo uniforme o normal como en el flujo gradualmente variado. Estas perturbaciones se conocen usualmente como ondas rodantes y tienen un impacto significativo en el diseño hidráulico. La aparición de estas ondas ocurre cuando el flujo se torna inestable, dando origen a trenes de ondas que pueden exceder la altura del flujo base (Hager, 2002), de ahí su importancia en el diseño hidráulico.

La aparición de estas ondas está determinada por las características del flujo y es de carácter condicional; es decir, no siempre es posible observar ondas. Este fenómeno se puede estudiar por medio de perturbaciones infinitesimales sobre la velocidad y la altura del flujo. Esto permite obtener relaciones matemáticas que determinan la naturaleza estable o inestable de las perturbaciones, identificando la condición límite para la cual el flujo transiciona de un estado estable a uno inestable, donde se presentan las ondas rodantes. Usualmente, los análisis de estabilidad emplean una condición base como el flujo uniforme; sin embargo, considerando métodos adecuados (como los que se presentan en este artículo), es posible agregar los efectos del flujo gradualmente variado.

La primera descripción de las ondas rodantes en canales fue presentada por Forchheimer en 1903, con base en observaciones de un canal de laboratorio. Posteriormente, Cornish documentó en varias publicaciones (1907, 1910, 1914) observaciones en terreno de las ondas rodantes, donde destacan las fotografías de las ondas rotantes observadas en el conducto Grünnbach.

Jeffreys (1925) fue el primero en presentar un análisis teórico de la generación de ondas rodantes en canales como un problema de estabilidad. Este autor aplicó el método de análisis de modos normales —es decir, perturbaciones infinitesimales de la forma $\exp(ik - \omega t)$ donde se obtiene una relación de dispersión para la frecuencia ω que típicamente es función del número de onda k. Al aplicar este método a un flujo uniforme turbulento en un canal rectangular con una ley de resistencia tipo Chézy, Jeffreys obtuvo la siguiente condición para la cual el flujo transiciona de estable a inestable:

$$\tan\alpha = 4C \tag{1}$$

donde $\tan\alpha$ es la pendiente del canal y C es el coeficiente de fricción de Chézy. Luego, las perturbaciones se vuelven inestables si:

$$\tan\alpha > 4C \tag{2}$$

Como el flujo base es uniforme o normal, existe equilibrio entre la fuerza resistiva que se opone al movimiento y la fuerza motriz, asociada a la componente del peso en la dirección del flujo, resultando $i = J$. Luego, es posible reescribir la expresión anterior en términos del número de Froude del flujo ($\mathbb{Fr}^2$) y la ley de resistencia tipo Chézy como:

$$\sin\alpha = C\ \mathbb{Fr}^2 \tag{3}$$

Combinando ambas expresiones y suponiendo un ángulo pequeño, se obtiene el resultado clásico para la condición de inestabilidad en un canal con flujo uniforme turbulento:

$$\mathbb{Fr} > 2 \tag{4}$$

Posteriormente, Vedernikov (1945) generalizó este análisis de estabilidad lineal considerando otras geometrías para la sección del canal y otras leyes de resistencia, recuperando el resultado de Jeffreys y presentando un análisis más general con base en lo que hoy se denomina el número de Vedernikov, el cual se construye a partir de la relación de resistencia empleada y la geometría del canal (perímetro mojado, área mojada y radio hidráulico), resultando en una condición inestable si este número supera la unidad.

Dressler & Pohle (1953) consideraron flujo turbulento y una ley de resistencia generalizada de la forma:

$$J = \frac{\lambda}{g}\frac{U^n}{h^m} \tag{5}$$

donde U es la velocidad media del flujo, h la altura y g la aceleración gravitacional. Los componentes λ, n y m son los coeficientes de la relación de resistencia. Estos autores obtuvieron la siguiente condición de inestabilidad por medio de un análisis de modos normales para el flujo uniforme o normal:

$$\mathbb{Fr} > (n/m)\ \sqrt{\cos\alpha} \tag{6}$$

donde $\mathbb{Fr} = U/\sqrt{gh}$ es el Froude del flujo uniforme. Está fomulación es consistente con los resultados presentados por Vedernikov (1945) e independientemente por Craya (1951). Si se considera una ley de resistencia tipo Chézy ($n = 2\ ,\ m = 1$), se recupera el resultado obtenido por Jeffreys (1925) y Robertson & Rouse (1941):

$$\mathbb{Fr} > 2\ \sqrt{\cos\alpha} \tag{7}$$

Si se considera una ley de resistencia tipo Manning ($n = 2\ ,\ m = 4/3$), la condición resulta en:

$$\mathbb{Fr} > 1.5\ \sqrt{\cos\alpha} \tag{8}$$

la cual es consistente con lo obtenido por Keulegan & Patterson (1940). Si se aplica la misma metodología de análisis de modos normales, pero considerando flujo laminar, la condición de inestabilidad obtenida corresponde a:

$$\mathbb{F}\mathrm{r} > (1/3)\sqrt{\cos\alpha} \tag{9}$$

El resultado anterior es consistente con el obtenido para flujo laminar por Ishihara et al. (1952), Benjamin (1957) y Yih (1963). Algunos de estos autores presentan la condición de inestabilidad en términos del número de Reynolds, el que para flujo laminar uniforme se relaciona con el número de Froude a través de la relación $\mathbb{F}\mathrm{r}^2 = (1/3)\mathbb{R}\mathrm{e}\,\sin\alpha$. Existen múltiples publicaciones que han estudiado la formación de ondas rodantes desde distintos enfoques.

2.2 Selección de estudios teóricos de las ondas rodantes

Como se ha mencionado anteriormente, la literatura respecto a las ondas rodantes y la estabilidad del flujo es extensa, por lo que en esta sección y en las siguientes se presenta una selección de publicaciones. Dressler (1949) estudió la inestabilidad en canales para flujo turbulento, demostrando la existencia de ondas viajeras inestables discontinuas. Por su parte, Iwasa (1954) analizó el efecto de distintos factores que controlan el punto de transición de estable a inestable, tales como el tipo de ley de resistencia, la geometría y el factor de forma de la distribución de velocidad. Dracos & Glenne (1967) obtuvieron un criterio de estabilidad para el caso turbulento uniforme y gradualmente variado por medio del método de expansión en el frente de onda.

Topper & Kawahara (1978) estudiaron la aparición de ondas rodantes considerando las tres dimensiones espaciales del flujo, la tensión superficial y los efectos disipativos. Berlamont & Vanderstappen (1981) analizaron la relación del número de Froude del flujo con el factor de fricción en régimen turbulento y la importancia de ambos para definir el valor límite de la transición de flujo estable a inestable, además de estudiar el efecto del ancho del canal. Needham & Merkin (1984) extendieron el trabajo de Dressler (1949) al considerar la disipación energética debida al corte en la dirección normal a las paredes del canal, y observaron que este término no modifica el valor del número de Froude para el cual se produce la transición entre flujo estable e inestable.

Julien & Hartley (1986) estudiaron la formación de ondas rodantes en láminas delgadas de fluido (*sheet flows*) en regímenes laminar y subcrítico, validando sus resultados teóricos mediante experimentos. Hwang & Chang (1987) analizaron, por medio de una conversión al espacio de fases, las singularidades y las zonas estables e inestables de las ecuaciones de flujo en un canal, combinando un estudio teórico y numérico.

Kranenburg (1990) analizó la estabilidad de las ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales para el flujo gradualmente variado turbulento con una ley de resistencia tipo Chézy (sin limitarse al caso base del flujo permanente uniforme), recuperando también el criterio de estabilidad para el flujo uniforme obtenido por Vedernikov (1945).

Chen (1993) estudió una discrepancia en el valor del número de Froude donde se produce la inestabilidad en láminas de fluido. Para ello, realizó un análisis a partir de la ecuación de Orr-Sommerfeld y lo comparó con un análisis que emplea las ecuaciones promediadas en la sección del canal. Concluyó que las ecuaciones promediadas dependen del punto de referencia y, tras analizar esta deficiencia, logró corregir la discrepancia del segundo método respecto al primero, recuperando para ambos el resultado de Ishihara et al. (1952) y Benjamin

(1957). En un artículo posterior, Chen (1995) analizó el efecto de la distribución de velocidad sobre la celeridad de las ondas cinemáticas y dinámicas, considerando la transición de estable a inestable y la aparición de ondas rodantes, con el fin de incorporar el efecto de la forma de dicha distribución al criterio de estabilidad.

Frenkel & Indireshkumar (1999) analizaron el flujo de una capa delgada de fluido en un plano inclinado, determinando una ecuación que describe la evolución de la altura de la capa y considerando perturbaciones iterativas (así como los efectos de la tensión superficial debido al escaso espesor). Boudlal & Liapidevskii (2002) realizaron un análisis no lineal de la inestabilidad y la aparición de ondas rodantes para geometrías arbitrarias, tales como canales cilíndricos o triangulares. Yu & Yang (2003) estudiaron el comportamiento asintótico de las perturbaciones en un canal con condiciones de frontera periódicas que evolucionan en ondas rodantes asociadas a una condición de inestabilidad; su estudio incluyó además una solución numérica para validar el resultado teórico asintótico.

Balmforth & Mandre (2004) consideraron la topografía del lecho y las irregularidades de este sobre la inestabilidad en la aparición de ondas rodantes. Obtuvieron que, a bajas amplitudes en las irregularidades del lecho, las ondas rodantes tienden a desestabilizarse en el caso turbulento, observándose ondas para valores del número de Froude menores que los indicados por criterios previos como el de Vedernikov (1945). En cambio, para amplitudes grandes, el comportamiento cambia y las perturbaciones se estabilizan. En el caso intermedio, se obtuvieron ondas rodantes con valores de Froude menores a los esperados y la aparición de resaltos. Mediante soluciones numéricas, los autores también estudiaron los efectos no lineales sobre las ondas rodantes, observando trenes de onda que se vuelven más escarpados y tienden a unificarse, aunque este no es siempre el resultado final.

Di Cristo & Vacca (2005) analizaron las ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales mediante un análisis de valores propios y del número de onda, identificando las singularidades de la relación de dispersión obtenida, la condición de inestabilidad y el comportamiento de la amplitud. Los autores demostraron que un análisis que considera únicamente el número de Froude y la escala longitudinal del problema puede sobreestimar la amplificación espacial de la perturbación. Por su parte, Noble (2007), al considerar un fondo con una pequeña ondulación periódica en el plano inclinado, obtuvo ondas rodantes de comportamiento pulsante cuya celeridad oscila en torno a un valor promedio. Posteriormente, Di Cristo et al. (2008) estudiaron la distancia mínima para la formación y aparición de ondas rodantes, constatando que el resultado de Vedernikov (1945) sobreestima su crecimiento.

Di Cristo et al. (2010), mediante un estudio teórico y numérico, analizaron la variabilidad del coeficiente de resistencia en las ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales y su impacto en el desarrollo espacial de las ondas rodantes. Observaron que asumir coeficientes de rugosidad constantes induce a una subestimación del crecimiento espacial de las perturbaciones, debido a la fuerte dependencia de este comportamiento respecto a dicha variabilidad. Finalmente, Thual et al. (2010) consideraron la dependencia del factor de fricción (interpretado como un coeficiente de arrastre) con respecto a la altura y la velocidad del flujo, identificando el efecto directo que genera esta dependencia sobre la estabilidad y la aparición de las ondas rodantes.

2.3 Selección de estudios experimentales de las ondas rodantes

Al igual que los estudios de carácter teórico, existe una gran cantidad de investigaciones experimentales. Mayer (1959) realizó un estudio experimental de las ondas rodantes en un canal inclinado, comparando las observaciones con los resultados teóricos. Rouse et al. (1963) estudiaron el efecto del número de Froude y, en particular, del factor de fricción (y de los parámetros que lo controlan) sobre la inestabilidad y, por ende, la aparición de ondas rodantes en canales.

Koloseus & Davidian (1966) compilaron una gran cantidad de observaciones experimentales sobre la inestabilidad en canales con distintas rugosidades (lo que afecta el factor de fricción) y la formación de ondas rodantes. Brock (1967, 1969, 1970), en su tesis doctoral y posteriores publicaciones, realizó un amplio análisis experimental de las ondas rodantes en un canal rectangular, evaluando su dependencia con la pendiente del canal y el número de Froude. Asimismo, estudió la evolución de las ondas (crecimiento) y sus velocidades, sugiriendo modificaciones a la teoría para incluir el efecto del frente de onda.

Krantz & Goren (1971) estudiaron el comportamiento de ondas en láminas delgadas de fluido sobre un plano inclinado para bajos valores del número de Reynolds, con el fin de comparar las observaciones experimentales de la estabilidad del flujo con las predicciones teóricas a esta escala. Dado que se trata de láminas delgadas, el efecto de la tensión superficial cobra importancia debido a los pequeños valores de la altura del flujo. Julien & Hartley (1986), como se mencionó en los antecedentes teóricos, incluyeron experimentos en su estudio de láminas delgadas de fluido, donde observaron ondas rodantes para valores subcríticos del número de Froude.

Rosso et al. (1990) analizaron de forma experimental el factor de fricción en canales bajo condiciones inestables, observando que existe una dependencia de la inestabilidad respecto al número de Froude y al Froude crítico, los cuales a su vez dependen de la rugosidad y del ancho del canal. Estos autores sugirieron una fórmula general para el cálculo del factor de fricción tanto en canales lisos como rugosos. Ponce & Maisner (1993) realizaron una validación experimental de la formación de ondas rodantes empleando los datos de Brock (1967), y analizaron si estas se atenúan o amplifican en función de los valores del número de onda.

Fiorot et al. (2015) realizaron un estudio experimental de las ondas rodantes en flujos laminares con fluidos distintos al agua mediante una nueva metodología, empleando la intensidad lumínica para una mejor medición de las características de la superficie libre donde se observan dichas ondas.

2.4 Selección de estudios numéricos de las ondas rodantes

Evidentemente, los estudios numéricos dependen de la capacidad de cálculo y del acceso a herramientas computacionales, algo que no era posible cuando Jeffreys presentó su trabajos sobre las ondas rodantes, por lo que estas investigaciones son de carácter más contemporáneo.

Frenkel & Indireshkumar (1996) realizaron simulaciones numéricas para analizar las inestabilidades en láminas delgadas de fluido, verificando diversas predicciones teóricas. Jin

& Kim (2001) estudiaron una aproximación numérica para un modelo de ondas rodantes que considera la aparición de inestabilidades, las cuales generan errores numéricos que también son objeto de análisis en su publicación.

Zanuttigh & Lamberti (2002) simularon ondas rodantes mediante las ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales en un canal rectangular, buscando replicar las condiciones y los resultados de Brock (1967, 1969). Liu et al. (2005) también llevaron a cabo una resolución numérica de las ondas rodantes y la contrastaron con los resultados de Brock (1970), observando que los esfuerzos de corte sobre el lecho aumentan una vez que estas se producen. Que & Xu (2006) resolvieron las ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales empleando un esquema numérico (aplicado en la cinética de gases) para modelar las ondas rodantes, verificando así los resultados teóricos de Dressler.

Cao et al. (2014) realizaron un análisis mediante las ecuaciones de Saint-Venant y un modelo para la componente turbulenta, con el fin de estudiar el impacto de la turbulencia en las ondas rodantes y validar sus resultados con los datos experimentales de Brock (1967). Campomaggiore et al. (2016) estudiaron de manera teórica y numérica el efecto de los perfiles de velocidad de variación gradual (en regímenes supercrítico y subcrítico) sobre el desarrollo de las ondas rodantes, empleando las ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales en régimen turbulento.

2.5 Ondas rodantes en flujos gradualmente variados

Un buen porcentaje de los estudios mencionados anteriormente considera como condición base o no perturbada un flujo con altura uniforme y caudal constante. No obstante, existen unos pocos estudios que consideran el efecto de la variación de la altura a lo largo del canal, como ocurre en las soluciones de la ecuación del eje hidráulico. Entre los citados anteriormente, quienes abordan este efecto son Dracos & Glenne (1967) y Kranenburg (1990), al estudiar la estabilidad para el flujo gradualmente variado mediante las ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales con una ley de resistencia tipo Chézy. Por su parte, Campomaggiore et al. (2016) estudiaron de manera teórica y numérica la inestabilidad en el caso gradualmente variado de los perfiles de velocidad, tanto para el régimen subcrítico como para el supercrítico.

Shoemaker (1976) realizó un amplio estudio teórico sobre la estabilidad en canales prismáticos considerando flujo permanente y gradualmente variado, obteniendo los límites de estabilidad para las soluciones de la ecuación del eje hidráulico en pendientes fuerte y suave, respectivamente, e identificando la aparición de ondas rodantes. Storesletten (1982) también llevó a cabo un análisis teórico de la estabilidad en flujos uniformes y gradualmente variados con una ley de resistencia tipo Chézy.

Mendoza & Ponce (1983) realizaron un análisis teórico y obtuvieron un criterio de estabilidad para cuando se presenta una curvatura importante en el fondo del canal, considerando una ley de resistencia tipo Chézy. Georgiou & Eagles (1985) también estudiaron de manera teórica la estabilidad en canales (en régimen laminar) considerando una curvatura pequeña en los muros, y determinaron los valores del número de Reynolds para los cuales se produce la transición de estable a inestable.

Aparte de las variaciones en la geometría del canal a lo largo de su recorrido, otra componente que puede cambiar es el caudal unitario, como ocurre al considerar un aporte lateral de caudal o precipitación. Morris (1980) realizó un análisis teórico de las perturbaciones en un canal con aporte lateral de caudal, considerando las ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales con una ley de resistencia tipo Chézy; bajo estas condiciones, determinó el número de Froude crítico para la estabilidad, además de estudiar la celeridad y la amplitud de las ondas producidas en función del número de onda. Finalmente, Tamburrino (1986) realizó un análisis de estabilidad mediante perturbaciones en un canal con incremento de caudal debido a la lluvia, empleando una ley de resistencia corregida para incorporar dicho efecto y determinando cuándo aparecen las ondas rodantes (transición de estable a inestable).

3. CRITERIOS DE ESTABILIAD PARA EL FLUJO EN UN CANAL ANCHO POR DOS METODOS DE PERTUBACIONES

3.1 Ecuaciones fundamentales y características

Para un flujo en un canal muy ancho cuyo lecho tiene forma un ángulo ϕ con la horizontal y superficie libre con altura $h(x,t)$ y velocidad media $U(x,t)$, en la dirección del eje x, se tiene un sistema de ecuaciones en derivadas parciales formado por las siguientes ecuaciones:

Ecuación de continuidad del fluido:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U\frac{\partial h}{\partial x} + h\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \tag{10}$$

Ecuación de momentum del fluido (ecuación de Saint-Venant en una dimensión):

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (2\beta - 1)U\frac{\partial U}{\partial x} + \left((\beta - 1)\frac{U^2}{h} + g\cos\phi\right)\frac{\partial h}{\partial x} + gJ - g\sin\phi = 0 \tag{11}$$

Donde β es el coeficiente de Boussinesq, J es la pendiente de la pérdida de carga, la cual es una función de la velocidad $U(x,t)$ y la altura $h(x,t)$ y depende del régimen del flujo, reología del fluido, tipo de pared, etc. Evidentemente en la ecuación de momentum, se remplazó el término asociado al esfuerzo de corte por la pérdida de carga empleando la relación en un canal ancho $\tau_b = \rho g h J$, donde τ_b es el esfuerzo de corte y ρ la densidad del fluido.

Para dar un carácter general a las ecuaciones (la presencia del coeficiente de Boussinesq permite incluir tanto régimen laminar como turbulento), se emplea una relación para la pérdida de carga similar a la empleada por Dressler & Pohle (1953):

$$J = \frac{\lambda}{g}\frac{U^n}{h^m} \tag{12}$$

donde U es la velocidad media del flujo, h la altura y g la aceleración gravitacional. Los componentes λ, n y m son los coeficientes de la relación de resistencia. Luego, el sistema de ecuaciones diferenciales para el flujo en un canal muy ancho queda determinado por:

Ecuación de continuidad del fluido:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U\frac{\partial h}{\partial x} + h\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \tag{13}$$

Ecuación de momentum del fluido:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (2\beta - 1)U\frac{\partial U}{\partial x} + \left((\beta - 1)\frac{U^2}{h} + g\cos\phi\right)\frac{\partial h}{\partial x} + g\left(\frac{\lambda}{g}\frac{U^n}{h^m} - \sin\phi\right) = 0 \tag{14}$$

Es posible aplicar el método de las características al sistema dado por las ecuaciones (13) y (14), multiplicando la ecuación (13) por un parámetro $\mathcal{L}$ a determinar y sumando esta a la ecuación (14):

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} + (2\beta - 1)U\frac{\partial U}{\partial x} + \left((\beta - 1)\frac{U^2}{h} + g\cos\phi\right)\frac{\partial h}{\partial x} + g\left(\frac{\lambda}{g}\left(\frac{U^n}{h^m}\right) - \sin\phi\right) \\ + \mathcal{L}\frac{\partial h}{\partial t} + \mathcal{L}U\frac{\partial h}{\partial x} + \mathcal{L}h\frac{\partial U}{\partial x} = 0\end{aligned} \tag{15}$$

Reordenando términos:

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial U}{\partial t} + \left((2\beta - 1)U + \mathcal{L}h\right)\frac{\partial U}{\partial x}\right] + \mathcal{L}\left[\frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{1}{\mathcal{L}}(\beta - 1)\frac{U^2}{h} + \frac{1}{\mathcal{L}}g\cos\phi + U\right)\frac{\partial h}{\partial x}\right] \\ + g\left(\frac{\lambda}{g}\left(\frac{U^n}{h^m}\right) - \sin\phi\right) = 0\end{aligned} \tag{16}$$

Luego, es posible formar derivadas totales en los paréntesis de corchete si se cumple la siguiente relación:

$$(2\beta - 1)U + \mathcal{L}h = \frac{1}{\mathcal{L}}(\beta - 1)\frac{U^2}{h} + \frac{1}{\mathcal{L}}g\cos\phi + U \tag{17}$$

De donde se obtiene la expresión para el parámetro $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = -(\beta - 1)\frac{U}{h} \pm \sqrt{\beta(\beta - 1)\frac{U^2}{h^2} + \frac{g}{h}\cos\phi} \tag{18}$$

Por lo tanto, las características están dadas por:

$$\frac{dx}{dt} = (2\beta - 1)U + \mathcal{L}h \tag{19}$$

Remplazando:

$$\frac{dx}{dt} = \beta U \pm \sqrt{\beta(\beta-1)U^2 + gh\cos\phi} \tag{20}$$

Que define dos características, una positiva y otra negativa.

El resultado anterior corresponde a la expresión clásica para la velocidad de propagación en canales, aunque usualmente, debido al supuesto de flujo turbulento ($\beta \approx 1$), la expresión presentada corresponde a:

$$\frac{dx}{dt} = U \pm \sqrt{gh\cos\phi} \tag{21}$$

Donde es posible obtener la expresión clásica para la celeridad de ondas en canales y caracterizar los regímenes subcríticos y supercríticos, además de su relación con el número de Froude.

3.2 Condición base o flujo no perturbado

Suponiendo que la condición base se encuentra dada por un flujo permanente gradualmente variado con caudal unitario q constante, con una velocidad $U = U_0(x)$ y altura $h = h_0(x)$, las ecuaciones del flujo permanente no perturbado son las siguientes:

Ecuación de continuidad del fluido:

$$U_0\frac{\partial h_0}{\partial x} + h_0\frac{\partial U_0}{\partial x} = 0 \tag{22}$$

Ecuación de momentum del fluido:

$$(2\beta-1)U_0\frac{\partial U_0}{\partial x} + \left((\beta-1)\frac{U_0^2}{h_0} + g\cos\phi\right)\frac{\partial h_0}{\partial x} + g\left(\frac{\lambda}{g}\frac{U_0^n}{h_0^m} - \sin\phi\right) = 0 \tag{23}$$

La ecuación de continuidad y el caudal unitario constante permiten obtener la relación entre la velocidad y la altura, dada por $U_0 h_0 = q$. Reemplazando con esta relación se obtiene la denominada ecuación del eje hidráulico, que corresponde a la ecuación diferencial para la altura del flujo no perturbado:

$$\frac{\partial h_0}{\partial x} = \frac{\left(\sin\phi - \frac{\lambda}{g}\frac{q^n}{h_0^{m+n}}\right)}{\left(\cos\phi - \beta\frac{q^2}{g{h_0}^3}\right)} \tag{24}$$

La ecuación diferencial anterior queda completamente determinada si se agrega una condición de borde. La ubicación de esta condición de borde condiciona el carácter supercrítico o subcrítico del flujo.

3.3 Expansión de las ecuaciones en la vecindad de la primera característica o expansión en el frente de onda

Si se produce una perturbación y, por ende, una evolución temporal sobre el flujo base, la separación entre el flujo permanente y el transitorio está dada en el límite de la primera característica, donde se cumple que $U = U_0$ y $h = h_0$. Se define la velocidad de propagación de la perturbación a partir de la expresión obtenida para las características en la ecuación (20):

$$\frac{dx}{dt} = \beta U \pm \sqrt{\beta(\beta-1)U^2 + gh\cos\phi} \tag{25}$$

Definiendo la celeridad en la primera característica en la separación del flujo permanente y el transitorio como:

$$\left.\frac{dx}{dt}\right|_0 = \beta U_0 \pm c_0 \tag{26}$$

Con $c_0 = \sqrt{\beta(\beta-1)U_0^2 + gh_0\cos\phi}$.

Realizando la siguiente transformación para las coordenadas, presentada primeramente por Stoker (1957) y posteriormente empleada por Dracos & Glenne (1967) y Whitham (1974):

$$\xi = x\ ;\ \tau = (\beta U_0 \pm c_0)t - x \tag{27}$$

Como se ha mencionado anteriormente, el subíndice cero indica componentes ubicados en la región no perturbada del flujo. El eje definido por la transformación cuando $\tau = 0$ coincide con la primera característica, donde el flujo se vuelve transitorio debido a la perturbación. Debido a lo anterior, solo valores positivos de τ son relevantes. El eje ξ es positivo en la dirección en que se propaga la onda. La velocidad de propagación de la onda está dada por $\beta U_0 + c_0$ (hacia aguas abajo, supercrítico) o $\beta U_0 - c_0$ (hacia aguas arriba, subcrítico) según el régimen de flujo Por simplicidad, el signo $\pm$ se omite en el resto del desarrollo.

Por medio del cambio en el sistema de coordenadas, las ecuaciones de continuidad y momentum quedan:

Ecuación de continuidad:

$$(\beta U_0 + c_0)\frac{\partial h}{\partial \tau} + U\frac{\partial h}{\partial \xi} - U\frac{\partial h}{\partial \tau} + h\frac{\partial U}{\partial \xi} - h\frac{\partial U}{\partial \tau} = 0 \tag{28}$$

Ecuación de momentum:

$$\begin{aligned}(\beta U_0 + c_0)\frac{\partial U}{\partial \tau} + (2\beta-1)U\frac{\partial U}{\partial \xi} - (2\beta-1)U\frac{\partial U}{\partial \tau} + \left((\beta-1)\frac{U^2}{h} + g\cos\phi\right)\frac{\partial h}{\partial \xi} \\ - \left((\beta-1)\frac{U^2}{h} + g\cos\phi\right)\frac{\partial h}{\partial \tau} + g\left(\frac{\lambda}{g}\left(\frac{U^n}{h^m}\right) - \sin\phi\right) = 0\end{aligned} \tag{29}$$

En la vecindad de la primera característica, que corresponde al frente de onda, τ es pequeño; luego, es posible reescribir la velocidad y altura perturbadas como expansiones en series de τ:

$$U = U_0(\xi) + U_1(\xi)\tau + U_2(\xi)\tau^2 + \mathcal{O}(\tau^3) \tag{30}$$

$$h = h_0(\xi) + h_1(\xi)\tau + h_2(\xi)\tau^2 + \mathcal{O}(\tau^3) \tag{31}$$

Dadas las expansiones anteriores, se puede reescribir la componente resistiva como:

$$\frac{\lambda}{g}\left(\frac{U^n}{h^m}\right) = \frac{\lambda}{g}\left(\frac{{U_0}^n}{{h_0}^m}\right)\left(1 + \left(n\frac{U_1}{U_0} - m\frac{h_1}{h_0}\right)\tau\right) + \mathcal{O}(\tau^2) \tag{32}$$

Reemplazando con las expansiones en las ecuaciones de continuidad y momentum, resultan las siguientes ecuaciones a partir de las componentes de orden cero en τ, es decir, $\mathcal{O}(\tau^0)$:

$$U_1 = \frac{1}{h_0}\big((\beta - 1)U_0 + c_0\big)h_1 \tag{33}$$

$$h_1\left[c_0^2 - \beta(\beta - 1){U_0}^2 - gh_0\cos\phi\right] = 0 \tag{34}$$

Si bien la primera ecuación entrega una relación entre la componente de primer orden para la velocidad y la altura, la segunda ecuación recupera el resultado obtenido por el método de las características, siendo la otra solución el resultado trivial $h_1 = 0$. Luego, es necesario analizar las ecuaciones de primer orden en τ $(\mathcal{O}(\tau^1))$ para determinar la evolución de la primera componente de la perturbación de la altura dada por h_1.

Al combinar las ecuaciones de continuidad y momentum de orden $\mathcal{O}(\tau^1)$, , además de emplear la relación obtenida para U_1 respecto a h_1 (ecuación 33) y teniendo en cuenta que c_0 es una función de ξ al momento de aplicar derivadas, se obtiene una ecuación diferencial para h_1 de la forma:

$$\mathcal{A}\frac{\partial h_1}{\partial \xi} + \mathcal{B}{h_1}^2 + \mathcal{C}h_1 + \mathcal{D} = 0 \tag{35}$$

Donde los coeficientes $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ son funciones del flujo no perturbado, por lo tanto funciones de ξ, y están dados por:

$$\mathcal{A} = 2{c_0}^2\left(\beta\frac{U_0}{c_0} + 1\right) \tag{36}$$

$$\mathcal{B} = \frac{1}{h_0}\left(\beta(\beta - 1)(3 - 2\beta){U_0}^2 - 4\beta(\beta - 1)c_0U_0 - (2\beta + 1){c_0}^2\right) \tag{37}$$

$$\mathcal{C} = \left({c_0}^3 - 5\beta {c_0}^2 U_0 + (-13\beta^2 + 21\beta - 8) c_0 {U_0}^2 - \beta^2(\beta - 1){U_0}^2 - 2\beta^2(\beta - 1){U_0}^3\right)\frac{1}{2c_0}\frac{1}{h_0}\frac{\partial h_0}{\partial \xi} + \lambda\left(\frac{{U_0}^n}{{h_0}^m}\right)\left(n\left(\frac{(\beta - 1)U_0 + c_0}{U_0}\right) - m\right) \tag{38}$$

$$\mathcal{D} = 0 \tag{39}$$

Dracos & Glenne (1967) demostraron que la ecuación diferencial obtenida (ecuación 35) tiene soluciones analíticas implícitas, y el crecimiento de la perturbación queda plenamente determinado por el signo de los coeficientes $\mathcal{B}$ y $\mathcal{C}$. Estos autores obtienen que h_1 crece (y, la perturbación se vuelve inestable) en dos escenarios:

$$\mathcal{C} > 0\ ;\ \mathcal{B} > 0 \tag{40}$$

$$\mathcal{C} < 0\ ;\ \mathcal{B} < 0 \tag{41}$$

Sin embargo, analizando el término $\mathcal{B}$, dado que el coeficiente de Boussinesq es $\beta \geq 1$ para el flujo no perturbado, sigue que la condición que garantiza que h_1 crezca (y que el flujo sea inestable) se encuentra dada por $\mathcal{C} < 0$, lo que se traduce en la siguiente expresión:

$$\left({c_0}^3 - 5\beta {c_0}^2 U_0 + (-13\beta^2 + 21\beta - 8) c_0 {U_0}^2 - \beta^2(\beta - 1){U_0}^2 - 2\beta^2(\beta - 1){U_0}^3\right)\frac{1}{2c_0}\frac{1}{h_0}\frac{\partial h_0}{\partial \xi} + \lambda\left(\frac{{U_0}^n}{{h_0}^m}\right)\left(n\left(\frac{(\beta - 1)U_0 + c_0}{U_0}\right) - m\right) < 0 \tag{42}$$

Siendo la condición neutra o de transición de flujo estable a inestable cuando $\mathcal{C} = 0$.

Este resultado subraya la principal ventaja práctica del método de expansión de frente de onda. Al evaluar la estabilidad puramente en términos de las condiciones locales del flujo no perturbado en cada coordenada espacial (ya que se ubica en el frente de onda), resulta un criterio de estabilidad significativamente más sencillo que un análisis de modos normales tradicional, donde se requieren frecuencias y números de onda. En consecuencia, evita las complicaciones analíticas asociadas con el modelado de un flujo de fondo global, favoreciendo en su lugar un análisis de estabilidad localizado.

Sin embargo, esta simplificación matemática conlleva un compromiso deliberado con respecto a la morfología de la onda. Debido a que el sistema de coordenadas se centra estrictamente en la vecindad inmediata de la primera característica ($\tau = 0$), el método cambia una relación de dispersión tradicional, que relaciona las frecuencias con las longitudes de onda, por un umbral de estabilidad directo y de forma cerrada. Por lo tanto, no se genera ninguna ecuación de dispersión, lo que significa que se pierde la información relativa a la velocidad de fase, la velocidad de grupo o el amortiguamiento dependiente de la longitud de onda.

Este enfoque sigue dependiendo de la linealización sistemática de múltiples términos acoplados, lo que lo convierte en un análisis de estabilidad lineal de las perturbaciones.

Volviendo a la ecuación del criterio de estabilidad obtenida, es posible recuperar los resultados para el criterio de estabilidad en flujo uniforme a partir de la ecuación (42) cuando se impone $\partial h_0/\partial \xi = 0$:

$$\lambda\left(\frac{{U_0}^n}{{h_0}^m}\right)\left(n\left(\frac{(\beta-1)U_0+c_0}{U_0}\right)-m\right)<0 \tag{43}$$

Para flujo turbulento uniforme, la expresión anterior se reduce a:

$$\left(n\left(\frac{\sqrt{gh_0\cos\phi}}{U_0}\right)-m\right)<0 \tag{43}$$

Donde se recupera el resultado de Dressler & Pohle (1953):

$$\frac{U_0}{\sqrt{gh_0}}>\frac{n}{m}\sqrt{\cos\phi} \tag{43}$$

Este resultado es consistente con los resultados de otros autores (Jeffreys, 1925; Keulegan & Paterson, 1940; Robertson & Rouse, 1941; Vedernikov, 1945; y Craya, 1951). Si se considera flujo uniforme laminar $(\beta = 6/5\ , n = 1, m = 2\ )$, con $c_0 = \sqrt{\frac{6}{25}{U_0}^2 + gh_0\cos\phi}$, el criterio resultante es:

$$\frac{U_0}{\sqrt{gh_0}}>\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\cos\phi} \tag{43}$$

El cual es consistente con los resultados de Benjamin (1957), Ishihara et al. (1952) y Yih (1963).

3.4 ANÁLISIS ESTABILIDAD POR MEDIO DE LA APROXIMACIÓN WKBJ

Otro método para estudiar la estabilidad por medio de perturbaciones infinitesimales corresponde al uso de la aproximación WKBJ (Wentzel-Kramers-Brillouin-Jeffreys) para la forma de las perturbaciones. Si bien este método tiene similitudes con el método clásico de modos normales, al agregar restricciones sobre el comportamiento de la solución no perturbada se otorga mayor robustez al análisis, a costa de una mayor restricción en su aplicación. El método WKBJ considera que el flujo no perturbado o "de fondo" varía más lentamente que las perturbaciones; por lo tanto, este flujo parece "quieto" o "constante" respecto a la evolución de aquellas. Esta característica hace que el método WKBJ sea un método de estabilidad global, a diferencia del método de expansión en el frente de onda, que es local. El hecho de tener una componente rápida y otra lenta permite definir un parámetro pequeño, el cual facilita la expansión en series para las soluciones.

Volviendo a las ecuaciones del flujo (ecuaciones 13 y 14), la ecuación de continuidad es:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U\frac{\partial h}{\partial x} + h\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \tag{44}$$

y la ecuación de momentum:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (2\beta - 1)U\frac{\partial U}{\partial x} + \left((\beta - 1)\frac{U^2}{h} + g\cos\phi\right)\frac{\partial h}{\partial x} + g\left(\frac{\lambda}{g}\frac{U^n}{h^m} - \sin\phi\right) = 0 \tag{45}$$

Y las correspondientes al flujo base no perturbado (ecuaciones 22 y 23):

Ecuación de continuidad:

$$U_0\frac{\partial h_0}{\partial x} + h_0\frac{\partial U_0}{\partial x} = 0 \tag{46}$$

Ecuación de momentum:

$$(2\beta - 1)U_0\frac{\partial U_0}{\partial x} + \left((\beta - 1)\frac{U_0^2}{h_0} + g\cos\phi\right)\frac{\partial h_0}{\partial x} + g\left(\frac{\lambda}{g}\frac{U_0^n}{h_0^m} - \sin\phi\right) = 0 \tag{47}$$

Se considera que la variación espacial del flujo base no perturbado es "lenta" comparada con la de las perturbaciones. Con esto en mente, se define la variable X como la coordenada longitudinal asociada al flujo lento, mientras que las perturbaciones varían rápidamente en la coordenada longitudinal x. Estas dos coordenadas longitudinales están relacionadas por medio de un parámetro pequeño ϵ, como se muestra a continuación:

$$X = \epsilon x \quad , \quad \epsilon \ll 1 \tag{48}$$

Consecuentemente, el flujo no perturbado se encuentra estático en relación con las perturbaciones debido a su evolución más lenta en el eje longitudinal. Como existe un parámetro pequeño, la altura y la velocidad se pueden reescribir de la siguiente forma:

$$h = h_0(X) + \epsilon h_1(X, x, t)\ ;\ U = U_0(X) + \epsilon U_1(X, x, t) \tag{49}$$

donde h_0 y U_0 son las componentes del flujo base no perturbado, siendo h_1 y U_1 las perturbaciones. Debido a la definición de la coordenada asociada a la escala lenta, la derivada de la altura del flujo base se puede expresar como:

$$\frac{\partial h_0}{\partial x} = \frac{\partial h_0}{\partial X}\frac{dX}{dx} = \epsilon\frac{\partial h_0}{\partial X} \tag{50}$$

Luego, corresponde a una componente de orden $\mathcal{O}(\epsilon)$. Remplazando las expresiones de la ecuación (49) en las ecuaciones (44) y (45), expandiendo la expresión para la pérdida de carga y despreciando términos de orden superior, se obtienen las ecuaciones para las perturbaciones:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + U_0 \frac{\partial h_1}{\partial x} + h_0 \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_0}{\partial x} h_1 + \frac{\partial h_0}{\partial x} U_1 = 0 \tag{51}$$

Ecuación de momentum:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_1}{\partial t} + (2\beta_1 - 1) U_0 \frac{\partial U_1}{\partial x} + \left((\beta_1 - 1) \frac{{U_0}^2}{h_0} + g \cos\phi \right) \frac{\partial h_1}{\partial x} \\ + \left(-\frac{gm}{h_0} \frac{\lambda}{g} \left(\frac{U_0^n}{h_0^m} \right) - (\beta_1 - 1) \frac{{U_0}^2}{{h_0}^2} \frac{\partial h_0}{\partial x} \right) h_1 \\ + \left(\frac{gn}{U_0} \frac{\lambda}{g} \left(\frac{U_0^n}{h_0^m} \right) - \frac{U_0}{h_0} \frac{\partial h_0}{\partial x} \right) U_1 = 0 \end{aligned} \tag{52}$$

Empleando la aproximación WKBJ para el *ansatz* de las perturbaciones, tal como es presentado por Whitham (1974), las perturbaciones adoptan la forma:

$$h_1 = \hat{h}(X) \mathrm{e}^{i\theta(x,t)} \; ; \; U_1 = \hat{U}(X) \mathrm{e}^{i\theta(x,t)} \tag{53}$$

con la función $\theta(x,t)$ definida como;

$$\int k(x) dx - \omega t \tag{54}$$

donde k es el número de onda local y ω es la frecuencia. Se define la función $\Phi(x)$ y su relación con el número de onda a través de:

$$\Phi(x) = \int k(x) dx \; ; \; k(x) = \frac{d\Phi}{dx} \tag{55}$$

Consecuentemente, la forma de las soluciones cuenta con una componente que evoluciona rápidamente en el espacio a través de la coordenada x en la componente exponencial con la función $\theta(x,t)$, mientras que las amplitudes $\left(\hat{h}(X), \hat{U}(X)\right)$ de las perturbaciones evolucionan más lentamente, de forma similar al flujo "de fondo" o no perturbado, con la coordenada X. Empleando la regla de la cadena, es posible expresar la relación entre el número de onda local y Φ para evidenciar la componente que evoluciona rápidamente en el espacio gracias al parámetro pequeño ϵ:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\epsilon} \int k(X) dX \rightarrow \Phi(x) = \frac{1}{\epsilon} \Phi(X) \; ; \; \; k(x) = \frac{d\Phi}{dX} \frac{dX}{dx} \rightarrow k(X) = \frac{1}{\epsilon} \frac{d\Phi}{dX} \tag{56}$$

Entonces, es posible reescribir las perturbaciones como:

$$h_1 = \hat{h}(X) \exp\left(i \left(\frac{\Phi(X)}{\epsilon} - \omega t \right) \right) \; ; \; U_1 = \hat{U}(X) \exp\left(i \left(\frac{\Phi(X)}{\epsilon} - \omega t \right) \right) \tag{57}$$

Luego, la derivada temporal de las perturbaciones es directa:

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = -i\omega h_1 \; ; \; \frac{\partial U_1}{\partial t} = -i\omega U_1 \tag{58}$$

Mientras que la derivada espacial es:

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial \hat{h}(X)}{\partial X} e^{i\theta(x,t)} + ik(x)\hat{h}(X)e^{i\theta(x,t)} \tag{59}$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial \widehat{U}(X)}{\partial X} e^{i\theta(x,t)} + ik(x)\widehat{U}(X)e^{i\theta(x,t)} \tag{60}$$

La estructura de la derivada espacial presenta explícitamente dos componentes: una asociada a la variación lenta $\left(\epsilon \frac{\partial}{\partial X}\right)$ y otra relacionada con la variación rápida en la componente oscilatoria de la perturbación $\left(ik(x)\right)$.

Dado que $\epsilon \ll 1$, es posible expresar las amplitudes de las perturbaciones mediante expansiones en series de la forma:

$$\hat{h} = \hat{h}_0 + \epsilon\hat{h}_1 + \mathcal{O}(\epsilon^2); \; \widehat{U} = \widehat{U}_0 + \epsilon\widehat{U}_1 + \mathcal{O}(\epsilon^2) \tag{61}$$

Por ende, el término que domina la evolución de la altura en las perturbaciones es $\hat{h}_0$. Si $\hat{h}_0$ crece, las perturbaciones son inestables, mientras que si este decrece, son estables. Sustituyendo las expresiones para las perturbaciones (ecuaciones 57 y 61) en las ecuaciones (51) y (52), se obtiene un sistema para las componentes de orden cero $(\mathcal{O}(\epsilon^0))$y otro para las componentes de primer orden $(\mathcal{O}(\epsilon^1))$. El sistema de orden cero resultante corresponde a:

$$-i\omega\hat{h}_0 + ikU_0\hat{h}_0 + ikh_0\widehat{U}_0 = 0 \tag{62}$$

$$-i\omega\widehat{U}_0 + (2\beta_1 - 1)ikU_0\widehat{U}_0 + \left((\beta_1 - 1)\frac{{U_0}^2}{h_0} + g\cos\phi\right)ik\hat{h}_0 = 0 \tag{63}$$

Al igual que en el método de expansión en el frente de onda, la ecuación de continuidad de orden cero entrega una relación entre la altura y la velocidad. Por otro lado, al reemplazar esta expresión en la ecuación de momentum ocurre una situación similar a la del método anterior, obteniéndose una ecuación para la celeridad local c, la cual se relaciona con la frecuencia ω y número de onda local k como $c = \omega/k$. Luego, la expresión para c en este método sí corresponde a una relación de dispersión local debido a su dependencia con la variable X:

$$\widehat{U}_0 = -(U_0 - c)\frac{1}{h_0}\hat{h}_0 \tag{64}$$

$$c = \omega/k = \beta_1 U_0 \pm \sqrt{\beta_1(\beta_1 - 1){U_0}^2 + gh_0\cos\phi} \tag{65}$$

Para obtener la evolución del término $\hat{h}_0$, es necesario analizar el sistema que resulta para las ecuaciones de primer orden, donde se obtiene la siguiente expresión:

$$\mathcal{M}(X)\frac{\partial \hat{h}_0}{\partial X} = \mathcal{N}(X)\hat{h}_0 \tag{66}$$

donde los coeficientes de esta ecuación diferencial son los siguientes:

$$\mathcal{M}(X) = 2c(c - \beta_1 U_0) \tag{67}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{N} = g\left(\frac{\lambda}{g}\frac{U^n}{h^m}\right)\left(\left(\frac{U_0 - c}{U_0}\right)n + m\right) \\ -\left(\frac{\left(c^3 - 8\beta_1 c^2 U_0 + \left(9\beta_1 + 4{\beta_1}^2\right)c{U_0}^2 - 6{\beta_1}^2{U_0}^3\right)}{2(c - \beta_1 U_0)}\right)\left(\frac{\partial h_0}{\partial X}\frac{1}{h_0}\right)\end{aligned} \tag{68}$$

Luego es posible reescribir la ecuación diferencial para la amplitud de la altura como:

$$\frac{1}{\hat{h}_0}\frac{\partial \hat{h}_0}{\partial X} = \frac{\mathcal{N}(X)}{\mathcal{M}(X)} \tag{69}$$

Por lo tanto, si $\mathcal{N}(X)/\mathcal{M}(X) > 0$, la altura de la perturbación crece, siendo el flujo inestable; para $\mathcal{N}(X) = 0$ se tiene la condición neutra, donde ocurre la transición de estable a inestable; y finalmente, si $\mathcal{N}(X)/\mathcal{M}(X) < 0$, el flujo es estable. Si se considera solo la celeridad local positiva, es decir, $c = \beta_1 U_0 + \sqrt{\beta_1(\beta_1 - 1){U_0}^2 + gh_0\cos\phi}$, la componente $\mathcal{M}(X) > 0$. ajo esta condición, la estabilidad pasa a depender estrictamente del signo del término $\mathcal{N}(X)$, reduciendo el criterio de estabilidad a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}g\left(\frac{\lambda}{g}\frac{U^n}{h^m}\right)\left(\left(\frac{U_0 - c}{U_0}\right)n + m\right) \\ -\left(\frac{\left(c^3 - 8\beta_1 c^2 U_0 + \left(9\beta_1 + 4{\beta_1}^2\right)c{U_0}^2 - 6{\beta_1}^2{U_0}^3\right)}{2(c - \beta_1 U_0)}\right)\left(\frac{\partial h_0}{\partial X}\frac{1}{h_0}\right) \\ > 0\end{aligned} \tag{70}$$

Al igual que en el método anterior, si se considera un flujo uniforme, es decir, $\frac{1}{h_0}\frac{\partial h_0}{\partial X} = 0$ se recuperan los resultados esperados para los regímenes turbulento y laminar.

Para el flujo turbulento uniforme $c = U_0 + \sqrt{gh_0\cos\phi}$, luego:

$$\left(\frac{U_0 - c}{U_0}\right)n + m > 0 \rightarrow \frac{U_0}{\sqrt{gh_0}} > \frac{n}{m}\sqrt{\cos\phi} \tag{71}$$

Para flujo laminar uniforme $c = \frac{6}{5}U_0 + \sqrt{\frac{6}{25}{U_0}^2 + gh_0\cos\phi}$, luego:

$$\left(\left(\frac{U_0 - c}{U_0}\right)n + m\right) > 0 \rightarrow \frac{U_0}{\sqrt{gh_0}} > \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\cos\phi} \tag{72}$$

Una de las principales ventajas del método WKBJ es que proporciona explícitamente una relación de dispersión local que vincula el número de onda, la frecuencia y la celeridad. Esto facilita un análisis más profundo del comportamiento de las ondas y captura su evolución espacial a lo largo del flujo. Sin embargo, esta ventaja se obtiene a costa de una suposición física estricta: el flujo de fondo debe variar lentamente en relación con la longitud de onda de la perturbación.

También es importante señalar que, aunque las expresiones derivadas de ambas metodologías son estructuralmente similares, no son idénticas. Esta discrepancia está fundamentalmente ligada a la naturaleza de cada método. El método de expansión en el frente de onda es de carácter local, lo que lo hace muy adecuado para escenarios que involucran flujos transientes abruptos y ondas de choque, aunque sacrifica el seguimiento de la evolución de las ondas a largo plazo. Por el contrario, el método WKBJ es un método de estabilidad global que captura la evolución continua de las ondas, pero por lo general falla en los puntos de retorno (Whitham, 1974) y a través de flujos transientes abruptos. Además, restringe el tipo de perturbaciones que pueden ser modeladas debido a la restricción sobre la evolución rápida de la componente perturbativa respecto al flujo base, lo que limita el espacio de los posibles números de onda que pueden ser estudiados con este método, excluyendo, por ejemplo, el rango de ondas larga.

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El análisis presentado en este artículo muestra el marco teórico para el estudio de la estabilidad en canales abiertos, abordando el flujo gradualmente variado tanto en régimen laminar como turbulento mediante las ecuaciones de Saint-Venant, el coeficiente de Boussinesq y leyes de resistencia generalizadas, lo cual otorga un carácter general al análisis. La inclusión de dos enfoques de perturbaciones distintos, la expansión en el frente de onda y la aproximación WKBJ, permite contraponer dos metodologías complementarias para determinar la transición a la inestabilidad del flujo.

Por un lado, el enfoque de expansión en el frente de onda se centra estrictamente en la vecindad inmediata de la primera característica. Al operar en un entorno localizado, se evita la complejidad de deducir relaciones de dispersión globales, arrojando un criterio de estabilidad en forma cerrada. Esta característica lo convierte en una herramienta útil para modelar frentes transientes abruptos y ondas de choque locales, aunque sacrifica el seguimiento de la morfología a largo plazo de las ondas, como la velocidad de fase o el amortiguamiento espectral.

Por otro lado, la aproximación WKBJ introduce un parámetro pequeño (ϵ) para separar las escalas espaciales, contraponiendo un flujo base de variación lenta frente a perturbaciones de oscilación rápida. Este método proporciona de manera explícita una relación de dispersión local, además de la ecuación para la evolución de las amplitudes de las perturbaciones. Esto permite capturar la evolución espacial de las ondas y analizar su comportamiento de forma global. Sin embargo, la aplicación de este método conlleva restricciones estrictas, ya que tiende a fallar en puntos de retorno o transiciones muy abruptas y limita el modelado en el rango de ondas largas.

Adicionalmente, una limitación importante de los métodos presentados es el uso de aproximaciones lineales, las cuales implican una pérdida de los comportamientos no lineales de las ondas, los que requieren un análisis no lineal de su evolución.

A pesar de sus diferencias metodológicas, un aspecto destacable de ambos enfoques es su consistencia asintótica. Al considerar un flujo base uniforme, ambos métodos recuperan exactamente los mismos criterios clásicos de estabilidad para flujo uniforme, tanto en régimen turbulento como en régimen laminar. De lo anterior es posible notar que el incorporar el comportamiento gradualmente variado actúa como una corrección al criterio clásico para el flujo uniforme, el cual puede desplazar la ubicación del punto de transición de estable a inestable a lo largo del canal.

AGRADECIMIENTOS

R.G. agradece el apoyo de su familia. A.T. agradece el financiamiento parcial otorgado por ANID mediante el Proyecto CIA250010 y al Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile.

REFERENCIAS

Balmforth N.J. and S. Mandre (2004). Dynamics of roll waves. J. Fluid Mech., Vol. 514, pp. 1–33.

Barré de Saint-Venant, A. (1871). Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leurs lits. Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences, Vol. 73 (1871).

Benjamin, T.B. (1957). Wave formation in laminar flow down an inclined plane. J. Fluid Mech., Vol. 2, No. 6, pp. 554-573.

Berlamont, J.E. and N. Vanderstappen (1981). Unstable Turbulent Flow in Open Channels. J. Hydraul. Div., Vol. 107, No. HY4, pp. 427-449.

Boudlal, A. and V.Y. Liapidevskii (2002). Stability of roll waves in open channel flows. C. R. Mecanique, Vol. 330, pp. 291–295.

Brock, R. R. (1967). Development of roll waves in open channels. Rep. No. KHR-16, W. M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources, California

Brock, R. R. (1969). Development of roll-wave trains in open channel. J. of Hydr. Div., ASCE, 95. HY4, 1401-1427. Institute of Technology, Pasadena, Calif.

Brock, R. R. (1970). Periodic permanent roll-waves. J. of Hydr. Div., ASCE, 96, HY12, 2565-2580.

Campomaggiore, F., C. Di Cristo, M. Iervolino, and A. Vacca (2016). Inlet effects on roll-wave development in shallow turbulent open-channel flows. J. Hydrol. Hydromech., Vol. 64, No. 1, pp. 45–55.

Cao, Z., P. Hu, K. Hu, G. Pender and Q. Liu (2014). Modelling roll waves with shallow water equations and turbulent closure. J. Hydr. Res., Vol. 53, No. 2, pp.161-177.

Chen, C.-L. (1993). Unique Laminar-Flow Stability Limit Based on Shallow-Water Theory. J. Hydraul. Eng., Vol. 119, No. 7, pp. 816-829.

Chen, C.-L. (1995). Free-Surface Stability Criterion as Affected by Velocity Distribution. J. Hydraul. Eng., Vol. 121, No. 10, pp. 736-743.

Cornish, V. (1907). Progressive waves in rivers. *The Geographical Journal*, *29*(1), 23-31.

Cornish, V. (1910). *Waves of the sea and other water waves*. T. Fisher Unwin.

Cornish, V. (1914). Waves of sand and snow and the eddies which make them. Unwin. London.

Craya, A. (1951). The Criterion for the Possibility of Roll Wave Formation. Proceedings of the Gravity Wave Symposium, National Bureau of Standards.

Di Cristo, C. and A. Vacca (2005). On the Convective Nature of Roll Waves Instability. J. Applied Math., Vol.3, pp. 259–271,

Di Cristo, C., M. Iervolino, A. Vacca and B. Zanuttigh (2008). Minimum channel length for roll-wave generation. J. Hyd. Res., Vol. 46, No. 1, pp. 73–79.

Di Cristo, C., M. Iervolino, A. Vacca and B. Zanuttigh (2010). Influence of Relative Roughness and Reynolds Number on the Roll-Waves Spatial Evolution. J. Hydraul. Eng., Vol. 136, pp. 24-33.

Dracos, T.A. and B. Glenne (1967). Stability Criteria for Open-Channel Flow. J. Hydraul. Div., Vol. 93, No. HY6, pp. 79-101.

Dressler, R.F. (1949). Mathematical Solution of the Problem of Roll-Waves in Inclined Open Channels. Comm. on Pure and Applied Math., Vol. 2, No. 2-3, pp. 149–194.

Dressler R.F. and F.V. Pohle (1953). Resistance Effects on Hydraulic Instability. Comm. on Pure and Applied Math., Vol. 6, pp. 93-96.

Fiorot, G.H, G.F. Maciel, E.F. Cunha and C. Kitano (2015). Experimental setup for measuring roll waves on laminar open channel flows. Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 41, pp. 149–157.

Forchheimer, P. (1903). Wasserbewegung in Wanderwellen. Zeirschrifi fii l' Gewiisserkunde 6(6): 32 1-339.

Frenkel, A.L. and K. Indireshkumar (1996). Derivations and Simulations of Evolution Equations of Wavy Film Flows. in *Mathematical Modeling and Simulation in Hydrodynamic Stability*, D.N. Riahi (Ed.), World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore.

Frenkel, A.L. and K. Indireshkumar (1999). Wavy film flows down an inclined plane: Perturbation theory and general evolution equation for the film thickness. Phys. Review E, Vol. 60, No. 4, pp. 4143-4157.

Georgiou, G.A. and P.M. Eagles (1985). The stability of flows in channels with small wall curvature. J. Fluid Mech., Vol. 159, pp. 259-287.

Hager, W. H. (2002). History of roll waves. *L'Acqua*, *80*(4), 7-12.

Hwang, S. H. and H. C. Chang (1987). Turbulent and inertial roll waves in inclined film flow. Phys. Fluids, Vol. 30, No. 5, pp. 1259-1268.

Ishihara, T., Y, Iwagaki and Y. Ishihara (1952). On the Roll Wave-Trains Appearing in the Water Flow on a Steep Slope Surface. Memoirs. Faculty of Engineering, Kyoto University, Japan, Vol. 14, No. 2, pp.83-91.

Iwasa, Y. (1954). The Criterion for Instability of Steady Uniform Flows in Open Channels. Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol. 16, No. 4, pp. 264-275.

Jeffreys, H. (1925). The flow of water in an inclined channel of rectangular section. Phil. Magazine Series, Vol. 649, pp. 793-807.

Jim, S. and Y.J. Kim (2001). On the Computation of Roll Waves. ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, Vol. 35, No. 3, pp. 463-480.

Julien, P. Y., and Hartley, D. M. (1986). Formation of roll waves in laminar sheet flow. Journal of Hydraulic Research, 24(1), 5-17.

Keulegan, G. H., and Patterson, G. W. (1940). A criterion for instability of flow in steep channels. Transactions of the American Geophysical Union, Part II.

Koloseus, H. J., & Davidian, J. (1966). *Free-surface Instability Correlations: And Roughness-concentration Effects on Flow Over Hydrodynamically Rough Surfaces*. US Government Printing Office.

Kranenburg, C. (1990). On the stability of gradually varying flow in wide open channels. J. Hydr. Res., Vol. 28, No.5, pp. 621-628.

Krantz, W.B. and S.L. Goren (1971). Stability of Thin Liquid Films Flowing Down a Plane. Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 10, No. 1, pp. 91-101.

Liu, Q.Q., L. Chen, J.C. Li, and V.P. Singh (2005). Roll Waves in Overland Flow. J. Hydrol. Eng., Vol. 10, No. 2, pp. 110-117.

Mayer, P.G. (1959). Roll Waves and Slug Flows in Inclined Open Channels. J. Hyd. Div., Vol. 85, No. HY7, pp. 99-141.

Mendoza, C., and V. M. Ponce. (1983). Curvature effects on hydraulic instability. *Proceedings, D. B. Simons Symposium on Erosion and Sedimentation*, Ft. Collins, Colo., July 27-29, pp. 2.13-2.27.

Morris, E. M. (1980). The propagation of waves in shallow water flow with lateral inflow/La propagation des ondes dans l'écoulement des eaux peu profondes avec afflux latéral. Hydrological Sciences Journal, 25(1), 25-32.

Needham, D.J. and J.H. Merkin (1984). On Roll Waves down an Open Inclined Channel , Proc. R. Soc. Lond. A, Vol. 394, pp. 259-278.

Noble, P. (2007). Existence of Pulsating Roll-Waves for the Saint Venant System. Arch. Rational Mech. Anal., Vol. 186, pp. 53–76

Ponce, V. M. and M.P. Maisner (1993). Verification of Theory Of Roll-Wave Formation. J. Hydraul. Eng., Vol. 119, No. 6, pp.768-773.

Que, Y-T and K. Xu (2006). The numerical study of roll-waves in inclined open channels and solitary wave run-up. Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 50, pp.1003–1027.

Robertson, J. M. and Rouse, H. (1941). On the four regions of open channel flow. Civ. Eng., Vol. 11, pp. 169-171.

Ross, A. N., Dalziel, S. B., and Linden, P. F. (2006). Axisymmetric gravity currents on a cone. Journal of Fluid Mechanics, 565, 227-253.

Rouse, H., H.J. Koloseus and J. Davidian (1963). The role of the Froude number in open channel resistance. J. Hydr. Res., Vol. 1, No. 1, pp. 14-19.

Schoemaker, H.J. (1976). Non-uniform steady flow; shifts in limits of stability. Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 171.

Stoker, J. J. (1957). *Water waves: The mathematical theory with applications*. Interscience Publishers.

Storesletten, L. (1982). On the Stability of Uniform and Nonuniform Flows in an Open Inclined Channel. Preprint Series, No. 2, pp. 1-34, Institute of Mathematics, University of Oslo.

Tamburrino, A. (1986). Propagación de Ondas en flujos superficiales bajo lluvia. XII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Sao Paulo Brasil.

Thual, O., L.-R. Plumerault and D. Astruc (2010). Linear stability of the 1D Saint-Venant equations and drag parameterizations. J. Hyd. Res., Vol. 48, No. 3, pp. 348–353. Colebrook-Whitte (1937)

Topper, J. and T. Kawahara (1978). Approximate Equations for Long Nonlinear Waves on a Viscous Fluid. J. Phys. Soc. Japan, Vol. 44, No. 2, pp.663-666.

Vedernikov, V.V. (1945). Conditions at the Front of a Translation Wave Disturbing a Steady Motion of a Real Fluid. Comptes Rendus (Doklady) de l'Academic des Sciences de l'URSS, Vol. XLVIII, No. 4, pp. 239-242.

Whitham, G. B. (1974). *Linear and nonlinear waves*. John Wiley & Sons.

Yih, C. (1963). Instability of Liquid Flow down an Inclined Plane. Phys, Fluids, Vol. 6, No.3, pp. 321-334.

Yu, J. and Y. Yang (2003). Evolution of Small Periodic Disturbances into Roll Waves in Channel Flow with Internal Dissipation. Studies in Applied Mathematics, Vol. 111, No. 1, pp. 1–27.

Zanuttigh, B. and A. Lamberti (2002). Roll waves simulation using shallow water equations and Weighted Average Flux method. J. Hydr. Res., Vol. 40, No.5, pp. 610-622.

ACERCA DE LOS AUTORES

Rodrigo González es Ingeniero Civil, mención Hidráulica, Sanitaria y Ambiental y Magister en Ciencias de la Ingeniería, mención Recursos Hídricos y Medio Ambiente, ambos por la Universidad de Chile. En la actualidad es alumno del Programa de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería, mención Fluidodinámica en la misma Universidad. Sus áreas de interés se centran en soluciones analíticas y aproximaciones por perturbaciones para flujos de fluidos tanto newtonianos como no newtonianos.

Aldo Tamburrino es Ingeniero Civil Hidráulico de la Universidad de Chile. Obtuvo su M.Sc. y Ph.D en Ingeniería Civil por la Universidad de Minnesota, USA. En la actualidad es Profesor Asociado del Departamento de Ingeniería Civil e Investigador Asociado del Advanced Mining Technology Center (AMTC), ambos de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile. Realiza docencia en la carrera de Ingeniería Civil y en programas de magister y doctorado. Sus áreas de trabajo en la actualidad se centran en hidráulica fundamental, flujos detríticos y granulares y dinámica de fluidos no-newtonianos.

HENRY DARCY, EL PROBLEMA DE LA VILLE DE DIJON Y EL NACIMIENTO DE LA LEY DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

FRANCISCO MARTINEZ [1]

[1] Escuela de Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
francisco.martinez@pucv.cl
ORCID: 0000-0003-0353-4609

RESUMEN

En 1856, Henry Darcy publica su obra "Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon", en la que presenta la fórmula que lleva su nombre y describe el escurrimiento de un flujo de agua a través de un lecho granular. Han transcurrido 170 años desde entonces, y motivado por tan significativa fecha el presente artículo describe el contexto que dio origen a esta fórmula y los impactos que ha generado para la ingeniería hidráulica. Este artículo se acompaña de una reseña biográfica sobre la vida de Henry Darcy y algunas perspectivas que dejó su legado científico para la ingeniería civil.

Palabras claves: ley de Darcy, medio poroso, hidráulica, Dijon, hidrogeología

1. ACERCA DE HENRY DARCY (1803-1858)

Henry Philibert Gaspard Darcy nació en Dijon el 10 de junio de 1803 y falleció en la misma ciudad el 3 de enero de 1858, a los 54 años. La vida de Darcy transcurre en pleno auge de Napoleón, quien se caracterizó por su decidido apoyo a la educación superior y a que las clases desfavorecidas de Francia pudieran beneficiarse de ella. Esto le permitió a Darcy acceder a una educación de élite (Bobeck, 2006, 2022). Perteneció también a una generación de ingenieros interesados en lo público, haciendo gala de una notable capacidad de gestión, diseño y experimentación, cualidades que lo llevaron a resolver problemas concretos de ingeniería civil provenientes del ámbito urbano. Este ímpetu desembocó, como veremos más adelante, en el hallazgo de reconocidas leyes de la hidráulica que siguen vigentes (Simmons, 2003; Brown, 2002a).

La infancia y adolescencia de Darcy estuvieron marcadas por la fragilidad económica y las convulsiones políticas de Francia, que atravesaba un período conocido como la Restauración, tras la crisis de la Revolución Francesa de 1789. Simmons (2008), de hecho, aporta un dato curioso: el apellido familiar habría transitado de "d'Arcy" a "Darcy", en coherencia con el clima postrevolucionario imperante en la época, en el que todo lo que sonara a aristocracia era visto con sospecha y desdén. Sus biógrafos coinciden en que la muerte de su padre en 1817 dejó a la familia en una situación difícil, aunque su madre logró sostener su educación gracias a una beca de la ciudad de Dijon que obtuvo con tan sólo 12 años (Bobeck, 2022).

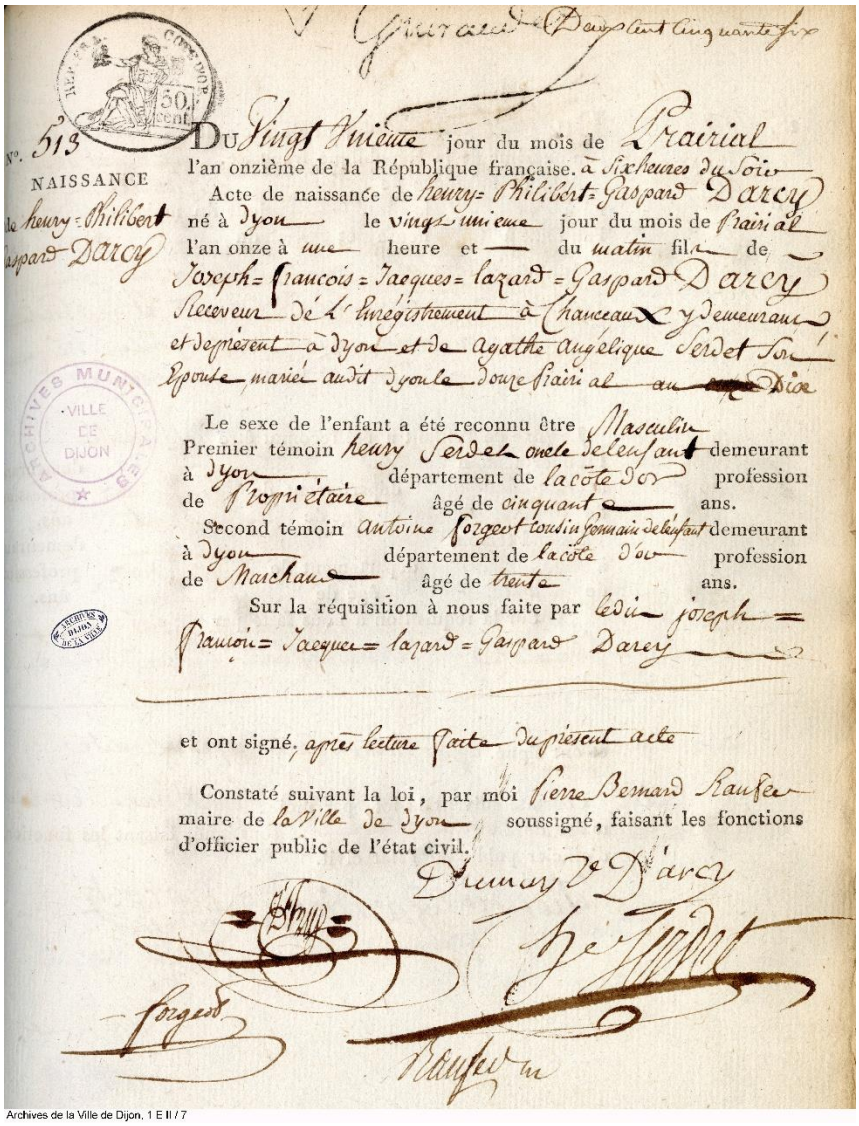


Figura 1. Acta de nacimiento de Darcy (fuente: Archives Municipales de la Ville de Dijon).

En 1821 ingresa a la École Polytechnique de París para formarse en ciencias e ingeniería en un entorno privilegiado rodeado de grandes maestros. Simmons (2008) sugiere la posibilidad que Joseph Fourier le haya dictado clases explicando su reciente *Theorie Analytique de la Chaleur*. Luego de este ciclo inicial, en 1823, es admitido en la École des Ponts et Chaussées, otra prestigiosa escuela de ingeniería francesa, aún vigente. En este lugar comienza a concebir la ingeniería como una forma de servicio público, poniendo sus conocimientos a disposición del Estado. Brown (2002a) señala que Darcy era un buen estudiante, aunque no el más destacado, exhibiendo un ranking de cohorte de 8/15 en la École des Ponts-Chaussées y 12/64 en la École Polytechnique. Este aspecto, sin embargo, es rebatido por Bobeck (2006), una de las biógrafas que más ha documentado sobre su vida, quien lo califica como un "excelente" alumno.

a) b) c)

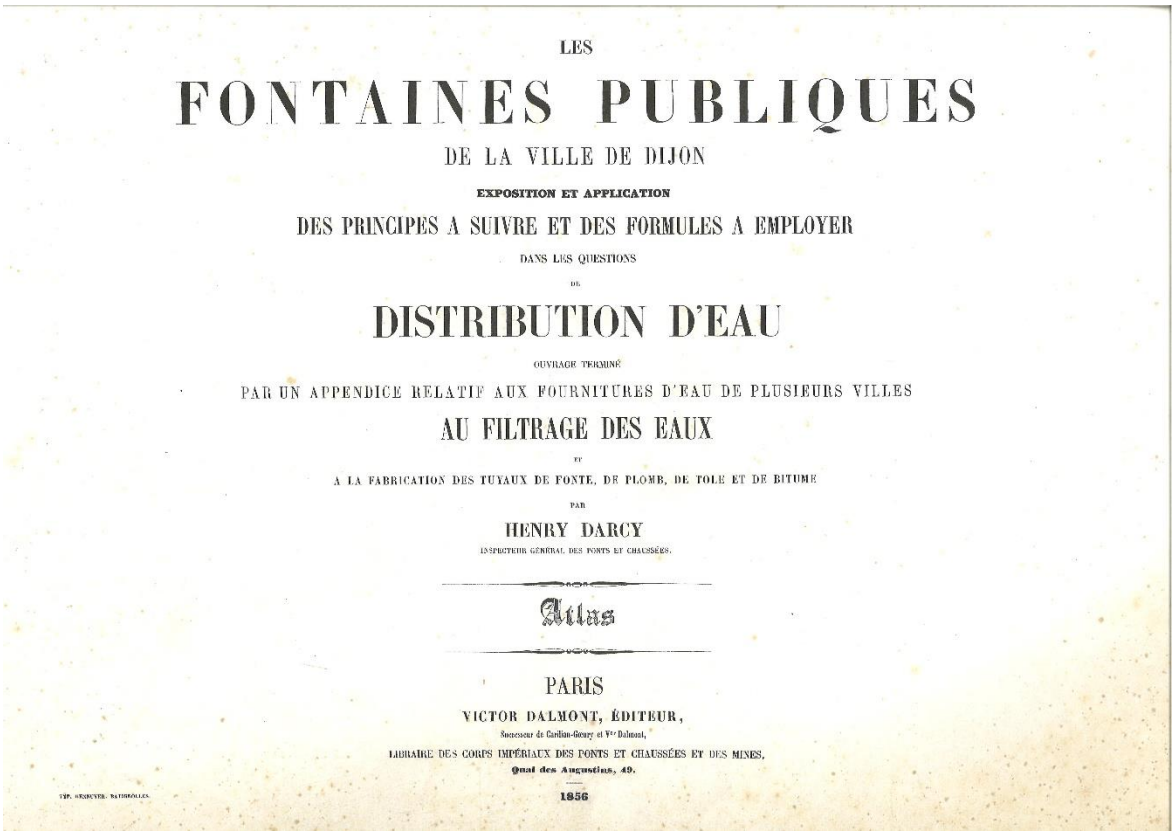
Figura 2. Retrato de Darcy en dos etapas diferentes de su vida, a) recién ingresado a la Ecole Polytechnique de París (ver Link 2), b) en su etapa de ingeniero senior (Simmons, 2008); c) una de las residencias probables que habitó en su niñez en Dijon (tomada desde el Link 3)

Quizás las condiciones de vulnerabilidad en las que creció hacen razonable conjeturar que el verdadero premio de Darcy fue haber recibido una formación académica de alto nivel, más que su rendimiento por sí solo. En 1826, Darcy se integra al Corps des Ponts et Chaussées como ingeniero de caminos y canales, y comienza su carrera en el departamento del Jura, su primera asignación. Sin embargo, fue rápidamente transferido a Dijon en 1827, a petición del prefecto de la Cote d'Or, lo que daría un giro definitivo a su vida (Zerner, 2011). En 1828 se casa con Henriette Carey, hermana de una compañera de la niñez, y no tuvo hijos (Bobeck, 2022).

La vida de Henry Darcy también estuvo marcada por la política. La revolución de 1848 y la crisis económica abrieron un nuevo período turbulento en Francia. Fue suspendido por el gobierno republicano al ser considerado una persona "peligrosa" por su influencia como consejero municipal de Dijon, lo que le valió la pérdida de sus cargos y su posterior expulsión de la ciudad (Zerner, 2011). Sin embargo, existe un debate al respecto, ya que contrasta con el perfil apolítico y filantrópico que se le suele atribuir. Fue trasladado a Bourges por orden del gobierno provisional para trabajar en los canales de Berry y de Sauldre, que atravesaba la región de Sologne (ver Link 1). Sin embargo, rápidamente se mueve a Paris el 16 de junio de 1848 donde es nombrado Director del Departamento de Aguas y Caminos, período que aprovecha para iniciar sus estudios sobre el movimiento del agua en las tuberías.

A comienzos de 1850 su carrera entra en su fase científica más productiva. El 30 de abril de 1850 es promovido al rango de Inspector General de 2ª clase de la Ecole des Ponts et Chaussées, ampliando sus oportunidades para desarrollar investigación. En ese período supervisa una circunscripción situada en la región Massif Central, y luego otra en la región Pays de la Loire. Regresa a Dijon en 1855, pero ese mismo año es relevado de sus funciones por su estado de salud. A pesar de ello, obtiene la autorización para continuar con sus investigaciones. En esta ciudad, conduce sus experimentos de flujo en un medio poroso y también las mediciones de flujo uniforme en el canal de Bourgogne, apoyado por su pupilo

Henry Bazin, quien continúa estos experimentos incluso tras la muerte de su maestro (Zerner, 2011).



LES

FONTAINES PUBLIQUES

DE LA VILLE DE DIJON

EXPOSITION ET APPLICATION

DES PRINCIPES A SUIVRE ET DES FORMULES A EMPLOYER

DANS LES QUESTIONS

DE

DISTRIBUTION D'EAU

OUVRAGE TERMINÉ

PAR UN APPENDICE RELATIF AUX FOURNITURES D'EAU DE PLUSIEURS VILLES

AU FILTRAGE DES EAUX

ET

A LA FABRICATION DES TUYAUX DE FONTE, DE PLOMB, DE TOLE ET DE BITUME

PAR

HENRY DARCY

INSPECTEUR GÉNÉRAL DES PONTS ET CHAUSSÉES.

Atlas

PARIS

VICTOR DALMONT, ÉDITEUR,

Successeur de Carilian-Goeury et Vve Dalmont,

LIBRAIRE DES CORPS IMPÉRIAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,

Quai des Augustins, 49.

1856

Figura 3. Portada del texto de "Les Fontaines Publiques de Dijon", editado por Victor Dalmont Editeurs (Paris) y publicado en 1856.

Fue el deterioro de su salud que lo empujó a dejar un legado escrito, contexto en el que nace su obra de 1856 *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon* (ver Fig. 3). Por cierto, esta obra recién vio su primera traducción al inglés 148 años después y que fue realizada por Bobeck (2004). Este libro en realidad debe leer como una bitácora o manual que documenta la vivencia de Darcy en el diseño de su proyecto y los problemas prácticos que tuvo que afrontar en el proceso, como el diseño de un sistema de depuración del agua, cuyos experimentos desembocarían en su conocida ley de flujo para suelos granulares. En 1857 también publica la obra *Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux* (Darcy, 1857), que documenta los resultados de sus experimentos sobre fricción en tuberías, que ya había iniciado en Paris y que fueron continuados por Jules Dupuit, otro viejo conocido de la hidrogeología.

Darcy obtuvo varios reconocimientos estrechamente ligados al prestigio que su proyecto de abastecimiento le otorgó. Recibió una carta oficial de felicitación del Subsecretario de Estado y del director de Obras Públicas; en 1842 fue condecorado con la Legión de Honor por el rey Louis-Philippe; y, al completarse la obra en 1844, aceptó una medalla de oro del Concejo Municipal y una corona de laurel entregada por los propios obreros (Brown, 2002a; Philip, 1995; Simmons, 2008). Asimismo, renunció a los honorarios profesionales que le

correspondían, gesto considerado una muestra de desinterés personal (Philip, 1995; Simmons, 2008). Según Philip (1995), reajustada a la moneda actual, la estimación monetaria de esos honorarios fue de cerca de US$1,5 millones.

En 1845, ingresa formalmente en la Academia de Ciencias, Artes y Letras de Dijon y fallece en 1858. Su legado excede ampliamente al descubrimiento de la ley de flujo en medios porosos. También realizó contribuciones fundamentales a la medición experimental del flujo y a la hidráulica de canales y tuberías. Una de esas fórmulas se asoció posteriormente a la conocida fórmula de Darcy–Weisbach que sigue plenamente vigente (Brown, 2002a, 2003; Simmons, 2008).

2. EL PROBLEMA DE LA VILLE DE DIJON

2.1 El contexto

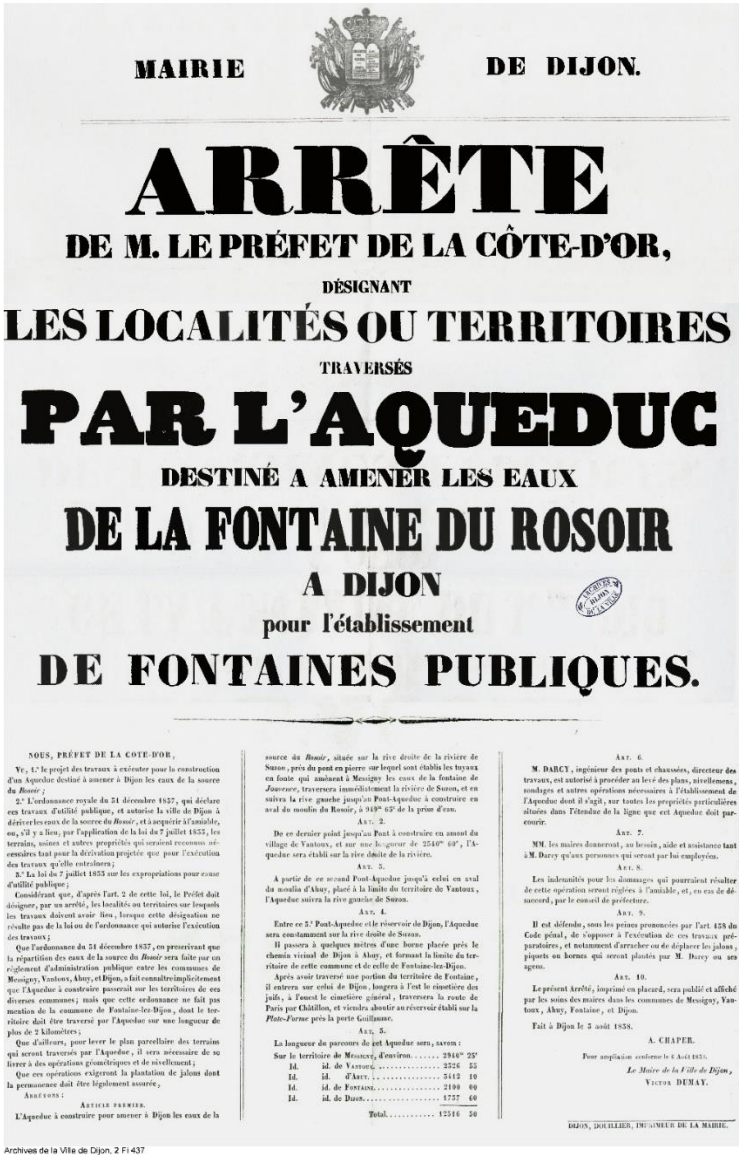
A comienzos del siglo XIX Dijon era una ciudad muy pobre de Francia enfrentada a serias dificultades de abastecimiento de agua potable. Esto provocaba frecuentes crisis sanitarias y la propagación de pestes y epidemias, como el cólera y la tifoidea, que afectaban gravemente a la población, especialmente a los niños. La poca agua que disponían sus habitantes provenía de aguas lluvias recolectada desde los techos de los edificios, charcos y zanjas lodosas, o desde pozos contaminados con residuos domésticos y animales muertos. Durante cuatro siglos la ciudad había ensayado, infructuosamente, todo tipo de sistemas para asegurar el abastecimiento de agua (ver link 2). Darcy se sentía empapado de este problema, puesto que durante su infancia se había enfermado por la mala calidad del agua (o la falta de ella), juramentándose a su hermano para que acabara con esta situación una vez tuviera los medios (Bobeck, 2006).

A Darcy se le encomendó realizar un estudio preliminar de un proyecto de aducción de agua para Dijon. Es así como en 1833 comienza a elaborar un completo sistema de abastecimiento, trabajo que culminó en 1834 con un informe[1] enviado al alcalde de Dijon, Etienne Hernoux, donde propone un plan detallado basado en la captación y conducción del agua desde la fuente del Rosoir, situada a doce kilómetros de la ciudad (Gée, 2003). El proyecto fue aprobado por el consejo municipal en 1837, y las obras comenzaron en 1839. Zerner (2011) señala que se requería la aprobación del proyecto por parte del gobierno central, lo que permitió ganar tiempo para realizar las expropiaciones y adjudicar contratos (ver Fig. 4). En 1839 Darcy es nombrado ingeniero en jefe del departamento de la Cote d'Or (ver link 1). El agua del manantial de Rosoir llega a Dijon el 6 de septiembre de 1840, tras 3 horas de recorrido. Los trabajos se completaron finalmente en 1844 y, hacia 1847, el agua potable ya se distribuía a todos los inmuebles de Dijon, lo que contribuyó a reducir drásticamente el riesgo sanitario que los había afectado durante tanto tiempo.

[1] "Rapport à Monsieur le Maire de Dijon sur les moyens de fournir l'eau nécessaire à cette ville".

2.2 La solución

Darcy concibe en la plaza de la Porte de Guillaume, hoy llamada Place Darcy, un gigantesco reservorio de agua potable de 2.300 m³ y 28 m de diámetro, capaz de suministrar hasta 350.000 L de agua al día. Este depósito tuvo como finalidad abastecer de agua potable a los 29.000 habitantes que Dijon tenía en esa época.



MAIRIE DE DIJON.

ARRÊTE

DE M. LE PRÉFET DE LA CÔTE-D'OR,

DÉSIGNANT

LES LOCALITÉS OU TERRITOIRES

TRAVERSÉS

PAR L'AQUEDUC

DESTINÉ A AMENER LES EAUX

DE LA FONTAINE DU ROSOIR

A DIJON

pour l'établissement

DE FONTAINES PUBLIQUES.

NOUS, PRÉFET DE LA CÔTE-D'OR,

Vu, 1.° le projet des travaux à exécuter pour la construction d'un Aqueduc destiné à amener à Dijon les eaux de la source du *Rosoir* ;

2.° L'ordonnance royale du 24 décembre 1837, qui déclare ces travaux d'utilité publique, et autorise la ville de Dijon à dériver les eaux de la source du *Rosoir*, et à acquérir à l'amiable, ou, s'il y a lieu, par l'application de la loi du 7 juillet 1833, les terrains, usines et autres propriétés qui seraient reconnus nécessaires tant pour la dérivation projetée que pour l'exécution des travaux qu'elle entraînera ;

3.° La loi du 7 juillet 1833 sur les expropriations pour cause d'utilité publique ;

Considérant que, d'après l'art. 2 de cette loi, le Préfet doit désigner, par un arrêté, les localités ou territoires sur lesquels les travaux doivent avoir lieu, lorsque cette désignation ne résulte pas de la loi ou de l'ordonnance qui autorise l'exécution des travaux ;

Que l'ordonnance du 24 décembre 1837, en prescrivant que la répartition des eaux de la source du *Rosoir* sera faite par un règlement d'administration publique entre les communes de Messigny, Vantoux, Ahuy, et Dijon, a fait connaître implicitement que l'Aqueduc à construire passerait sur les territoires de ces diverses communes ; mais que cette ordonnance ne fait pas mention de la commune de Fontaine-les-Dijon, dont le territoire doit être traversé par l'Aqueduc sur une longueur de plus de 2 kilomètres ;

Que d'ailleurs, pour lever le plan parcellaire des terrains qui seront traversés par l'Aqueduc, il sera nécessaire de se livrer à des opérations géométriques et de nivellement ;

Que ces opérations exigeront la plantation de jalons dont la permanence doit être légalement assurée,

ARRÊTONS :

ARTICLE PREMIER.

L'Aqueduc à construire pour amener à Dijon les eaux de la source du *Rosoir*, située sur la rive droite de la rivière de Suzon, près du pont en pierre sur lequel sont établis les tuyaux en fonte qui amènent à Messigny les eaux de la fontaine de *Jouvence*, traversera immédiatement la rivière de Suzon, et en suivra la rive gauche jusqu'au Pont-Aqueduc à construire en aval du moulin du Rosoir, à 949m 65c de la prise d'eau.

ART. 2.

De ce dernier point jusqu'au Pont à construire en amont du village de Vantoux, et sur une longueur de 2540m 69c, l'Aqueduc sera établi sur la rive droite de la rivière.

ART. 3.

A partir de ce second Pont-Aqueduc jusqu'à celui en aval du moulin d'Ahuy, placé à la limite du territoire de Vantoux, l'Aqueduc suivra la rive gauche de Suzon.

ART. 4.

Entre ce 2.e Pont-Aqueduc et le réservoir de Dijon, l'Aqueduc sera constamment sur la rive droite de Suzon.

Il passera à quelques mètres d'une borne placée près le chemin vicinal de Dijon à Ahuy, et formant la limite du territoire de cette commune et de celle de Fontaine-les-Dijon.

Après avoir traversé une portion du territoire de Fontaine, il entrera sur celui de Dijon, longera à l'est le cimetière des juifs, à l'ouest le cimetière général, traversera la route de Paris par Châtillon, et viendra aboutir au réservoir établi sur la *Plate-Forme* près la porte Guillaume.

ART. 5.

La longueur du parcours de cet Aqueduc sera, savoir :

Sur le territoire de Messigny, d'environ		2940m	25
Id.	id. de Vantoux,	2526	55
Id.	id. d'Ahuy,	5412	10
Id.	id. de Fontaine,	2190	60
Id.	id. de Dijon,	1757	60
	Total,	12516	50

ART. 6.

M. DARCY, ingénieur des ponts et chaussées, directeur des travaux, est autorisé à procéder au levé des plans, nivellemens, sondages et autres opérations nécessaires à l'établissement de l'Aqueduc dont il s'agit, sur toutes les propriétés particulières situées dans l'étendue de la ligne que cet Aqueduc doit parcourir.

ART. 7.

MM. les maires donneront, au besoin, aide et assistance tant à M. Darcy qu'aux personnes qui seront par lui employées.

ART. 8.

Les indemnités pour les dommages qui pourraient résulter de cette opération seront réglées à l'amiable, et, en cas de désaccord, par le conseil de préfecture.

ART. 9.

Il est défendu, sous les peines prononcées par l'art. 438 du Code pénal, de s'opposer à l'exécution de ces travaux préparatoires, et notamment d'arracher ou de déplacer les jalons, piquets ou bornes qui seront plantés par M. Darcy ou ses agens.

ART. 10.

Le présent Arrêté, imprimé en placard, sera publié et affiché par les soins des maires dans les communes de Messigny, Vantoux, Ahuy, Fontaine, et Dijon.

Fait à Dijon le 3 août 1838.

A. CHAPER.

Pour ampliation conforme le 6 Août 1838.

Le Maire de la Ville de Dijon,

VICTOR DUMAY.

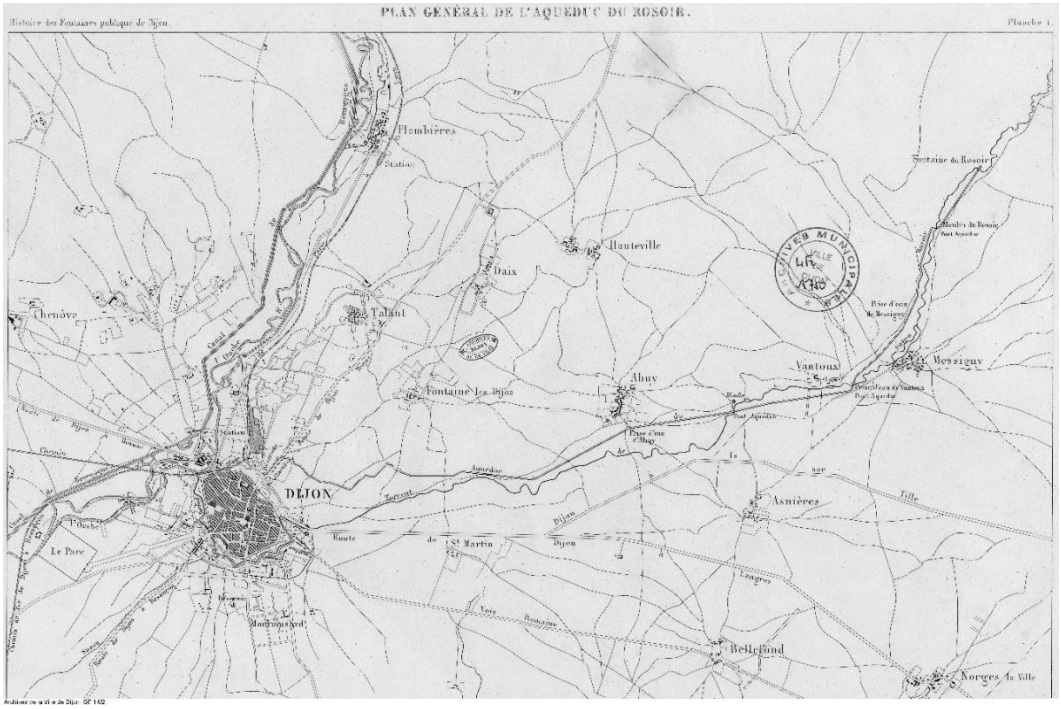
DIJON, DOUILLIER, IMPRIMEUR DE LA MAIRIE.

Archives de la Ville de Dijon, 2 Fi 437

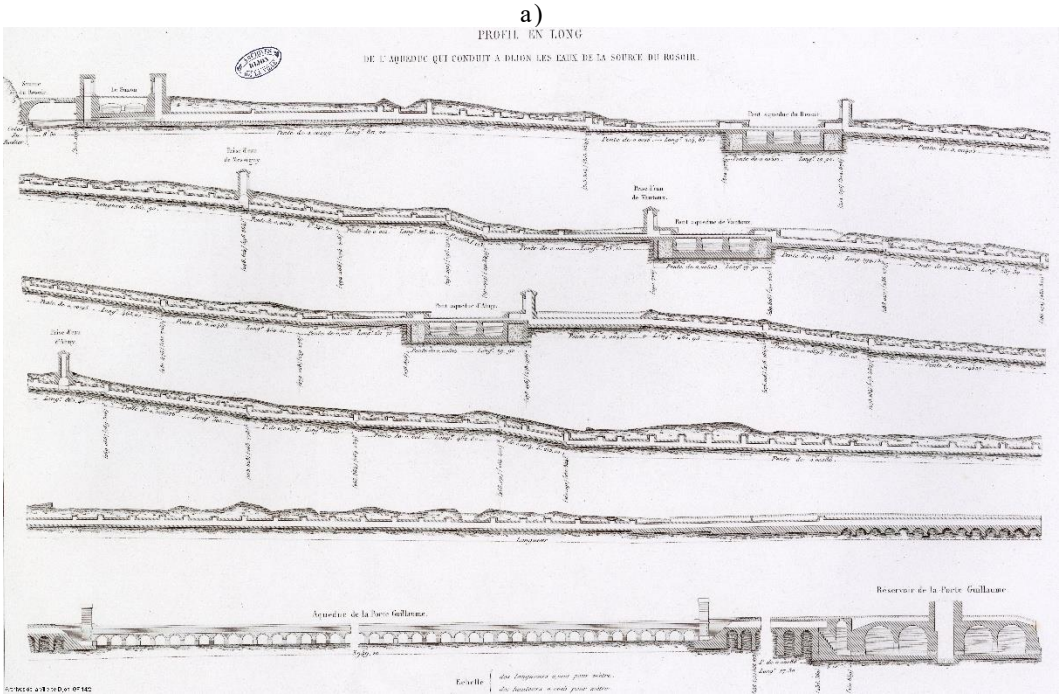
Figura 4. Decreto de la prefectura local indicando los terrenos a ser expropiados para la construcción de las obras del proyecto (Archives Municipales de la Ville de Dijon)

El sistema de alimentación del depósito se realizó mediante un acueducto subterráneo de 12,7 km de longitud que partía del manantial del Rosoir, en la comuna de Messigny-et-Ventoux. Las aguas eran capturadas mediante un sifón y conducidas por gravedad a través del acueducto del Rosoir hasta el punto de destino (ver Fig.5a, 5b). El caudal inicial del sistema era de 8.000 L/min, aunque Zerner (2011) reporta una cifra ligeramente menor, de 11.000

m³/día (~7.639 L/min). Este acueducto estaba, además, conectado a otro estanque ubicado en la pileta de la Porte Saint-Pierre, hoy llamada Place Wilson en la misma ciudad.



a)



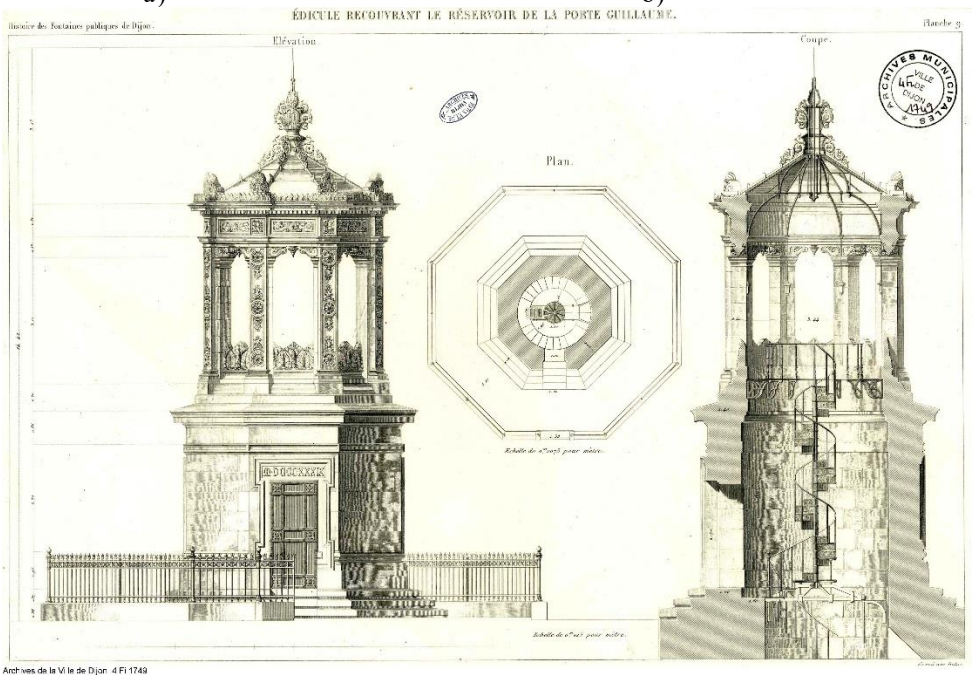
b)

Figura 5. a) Plano de la ciudad de Dijon en la época de Darcy que muestra una vista en planta del trazado del acueducto del Rosoir. b) Vistas longitudinales del acueducto desde el punto de toma hasta el reservorio de la Porte Guillaume (Archives Municipales de la Ville de Dijon)

Darcy diseñó también la red de distribución desde este reservorio, de carácter gravitacional, que permitía alimentar las fuentes públicas de la ciudad, transformando la vida urbana de la zona no solo por el abastecimiento continuo, sino también por el aseo de las calles y la alimentación de la red de incendios. No hay consenso sobre la cantidad final de fuentes alimentadas. Algunos autores documentan 141, otros 142, e incluso solo 120, como señala Bobeck (2006), lo que sugiere que el número fue incrementándose gradualmente a lo largo del tiempo. Sin embargo, se sabe que el espaciamiento entre ellas se situaba en los 100 m., inferior a los 270 m que eran el espaciamiento promedio de las fuentes de París, facilitando el acceso gratuito al agua a los habitantes de Dijon.

a)

b)



c)

Figura 6. a) Busto en honor a Darcy en el parque que lleva su nombre y b), fuente principal del Jardin Darcy ubicada en el mismo lugar (tomadas desde el link 3). c) Diseño del edículo de la Porte Guillaume que sirve como acceso al reservorio subterráneo (Archives Municipales de la Ville de Dijon)

No es exagerado afirmar la importancia de este sistema para los estándares urbanísticos de la época y que, además, operaba con fiabilidad. Simmons (2003, 2008) afirma que este sistema de abastecimiento era uno de los más avanzados de Europa hacia 1840, lo que posicionaba a Dijon como la segunda ciudad europea, después de Roma, en disponer de una red de agua potable. En 1880, la Ville de Dijon homenajea a Darcy creando un parque y jardín que lleva su nombre, ubicado justo frente a la Porte de Guillaume. Este fue, además, el primer jardín público de la ciudad (ver Figs. 6a, 6b). Este lugar se ubica sobre el depósito de agua de la plaza, que también lleva su nombre, y sigue un estilo neorrenacentista diseñado por el arquitecto Félix Vionnois. Algunas obras escultóricas y un trabajo paisajístico dan vida al parque, junto a un busto recordatorio de Darcy erigido justo sobre el edículo del reservorio. El lugar está decorado con textos que relatan el desarrollo del proyecto, así como aspectos biográficos del ingeniero. El reservorio es hoy un lugar de interés histórico y, para acceder a él, se debe descender por una escalinata bajo el edículo (ver Fig. 6c). Aunque parezca increíble, este reservorio aún continúa en operaciones, albergando desde el 2011 una estación de bombeo que ayuda a abatir la napa freática que pasa bajo el parking de la Trémouille y alimentar algunas fuentes públicas de la ciudad. También sus aguas se usan para regar el césped de la línea del tramway local y del jardín de l'Arquebuse en épocas de estiaje (ver Links 4 y 5).

Darcy desplegó buena parte de su obra como ingeniero en Dijon, convirtiéndose en un agente de modernización de la ciudad y legando un sistema de distribución de agua potable considerado moderno para los estándares del siglo XIX (Freeze, 1994). Incluso fue más allá, defendiendo la ejecución de proyectos no tan cercanos a su especialidad principal, la hidráulica, como en el caso de la línea ferroviaria París–Lyon, que favoreció la conexión de Dijon con corredores estratégicos de transporte (Simmons, 2008).

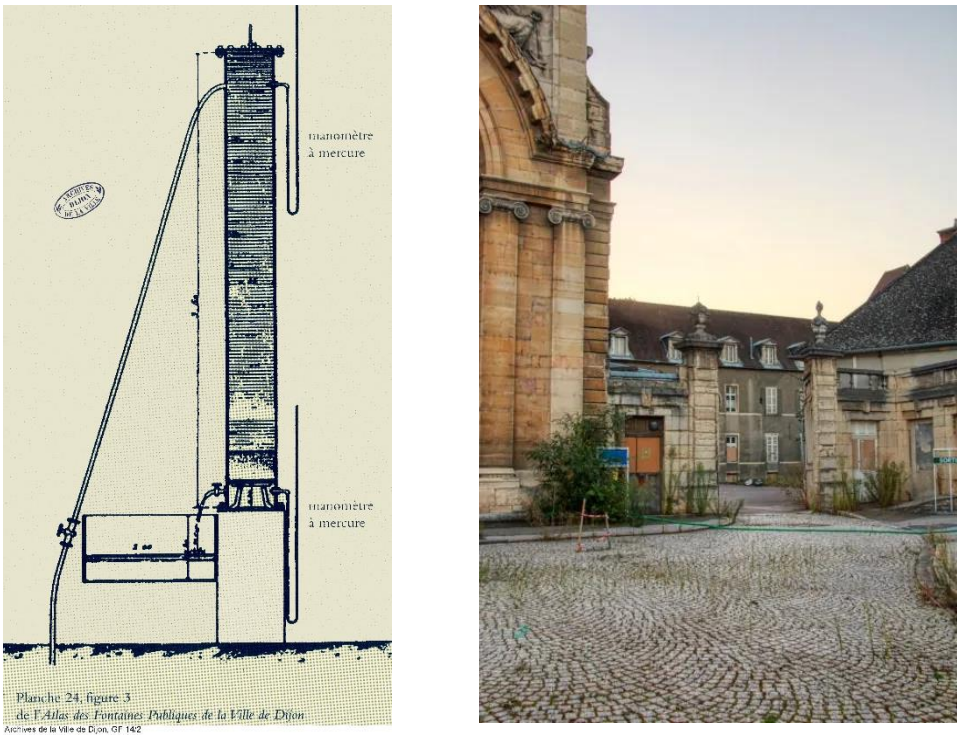
3. UNA LEY DE FLUJO PARA MEDIOS POROSOS

3.1 Los experimentos de Darcy en un filtro de arena

La ejecución de experimentos con columnas de arena responde a la necesidad de establecer un criterio de diseño cuantitativo para el sistema de purificación de agua de Dijon, que, por entonces, se basaba en filtros granulares. En el Anexo D de la obra *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, el autor presenta un extenso estado del arte sobre las características de estos filtros en distintas ciudades de Europa, los costos asociados a su instalación e incluso su eficacia sanitaria. Ante la ausencia de una relación constitutiva, Darcy buscó relacionar dicha permeabilidad con la superficie de filtrado y la carga hidráulica requerida para satisfacer la demanda de suministro, a fin de optimizar el dimensionamiento y eficiencia del sistema hidráulico.

Así se construye una instalación experimental, que hoy conocemos como permeámetro de Darcy (Fig. 7a). Aunque su obra no indica el nombre exacto del lugar, se presume que la instalación fue montada a un costado del antiguo Hospital General de Dijon (ver Fig.7b). La campaña de medición la realizó junto al ingeniero Charles Ritter y tuvo por objeto determinar una ley de escurrimiento del agua a través de un suelo arenoso. No obstante, la importancia actual que tienen estos experimentos, este estudio se incluye como un tímido subtítulo dentro

del Anexo D (págs. 590-594), dando a entender aparentemente, que el objetivo de Darcy no fue realizar estos experimentos para dejar un legado científico, sino que resolver el problema concreto del dimensionamiento de los filtros de purificación.



a) b)

Figura 7. a) Esquema de la instalación experimental usada con suelos de arena (Archives Municipales de la Ville de Dijon) y b), el Hospital General de Dijon donde se presume que se condujeron estos experimentos.

Según la descripción de su texto, la instalación experimental constaba de una columna vertical de 2,50 m de altura y 35 cm de diámetro interior, cerrada en ambos extremos con una placa atornillada. Sin embargo, Brown (2002a) señala que la altura indicada en la Fig.7a es 1 m adicional a lo indicado, planteando suspicazmente si se trata de un error de dibujo o si quizás se construyeron dos instalaciones experimentales para el mismo experimento. A 20 cm del fondo se ubicaba un tabique enrejado que soportaba el peso de la columna de arena y dividía la estructura en dos cámaras. El tabique estaba formado por rejillas de hierro de sección prismática dispuestas perpendicularmente entre sí.

La cámara superior de la columna recibía el agua a través de una tubería conectada al conducto de alimentación del hospital, lo que ocasionó algunas dificultades durante el desarrollo de la prueba, como veremos más adelante. Una llave permitía regular el caudal entrante al sistema, mientras que otra llave inferior regulaba el caudal saliente, cuyo volumen se controlaba en un estanque graduado de 1 metro de lado. La presión en ambos extremos de la columna estaba controlada por tubos manométricos de mercurio y se colocaron llaves de aire en ambas cámaras, para facilitar el llenado del sistema.

Para la formación de la columna granular se usaron arenas de sílice del río Saone, uno de los afluentes del río Rhone, cuya granulometría se muestra en la Tabla 1. Se indica además que

la porosidad del suelo era 38%. La arena se vertía y se compactaba dentro de la columna, previamente llena de agua. Al parecer, esto facilitaba la expulsión de aire desde los vacíos del suelo filtrante mediante la llave de purga. La altura de la capa de arena se medía al final de cada serie de experimentos, sólo una vez que el flujo de agua hubiera compactado la capa adecuadamente. Darcy, sin embargo, no especifica que entendía por "compactación adecuada", ni como esto fue medido concretamente.

Tabla 1. Granulometría de la arena usada en los experimentos de Darcy, 1856 (N. de la R.: traducción hecha por el autor)

Porcentaje pasante (%)	Tamaño abertura de la malla (mm)	Observación
58	0.77	—
13	1.10	—
12	2.00	—
17	>2.00	Gravilla, restos de conchas, desechos.

Los experimentos consistían en fijar en la cámara superior de la columna una presión determinada, regulando la llave de alimentación. Luego, mediante dos observaciones distintas, se comprobó que el flujo de salida se había vuelto sensiblemente uniforme. Una vez lograda esta condición, se procedía a registrar el caudal filtrado durante un intervalo de tiempo determinado y, a partir de este, se deducía el caudal medio por minuto que sale del sistema. Este protocolo se mantiene, grosso modo, hasta hoy, lo que le otorga un doble valor a este trabajo.

Se condujeron en total 23 experimentos distribuidos en cuatro series, como muestra la Tabla 2. Cada serie alude a un espesor de lecho diferente: 0.58 m, 1.14 m, 1.71 m y 1.70 m respectivamente, y a distintas condiciones de lavado de la arena. Las series 1 y 2 describen arenas no lavadas, *i.e.* con presencia de finos y desechos, mientras que las series 3 y 4 son arenas lavadas (sin finos, ni basuras); la serie 4, en cambio, alude a granos de mayor tamaño. Se reportó la duración de cada experimento, el caudal medio efluente medido en la condición uniforme, la presión media sobre la cara superior del filtro de fondo y las condiciones de cada ensayo.

3.2 Observaciones adicionales

Darcy dio cuenta de la existencia de oscilaciones en la presión manométrica que atribuyó al golpe de ariete en la operación del sistema de alimentación de agua del hospital, al que se encontraba conectada la tubería de alimentación del permeámetro. Paradójicamente, la alimentación del hospital fue el resultado del proyecto de abastecimiento diseñado por el propio Darcy 15 años antes. En aquel entonces no se conocía de sistemas de control de transitorios, de modo que los experimentadores tuvieron que convivir con este problema durante las campañas.

Para cargas hidráulicas pequeñas, Darcy reportó que la condición de reposo del mercurio del manómetro permitía estimar la presión en la columna con una precisión milimétrica, equivalente a 26,2 mm de agua (en realidad, mm.c.a.). Esta cifra requiere, sin embargo, una

aclaración. Ya que la unidad de presión 1 mm de Hg equivale a 13,6 mm de agua, lo que por cierto no fue precisado en su obra, se podría decir que los 26,2 mm equivalen a la banda de error ± 1 mm en la lectura de la columna de mercurio. Darcy también indica que, cuando trabajó con presiones elevadas, con el grifo de alimentación casi completamente abierto, el manómetro presentaba oscilaciones continuas, a pesar del diafragma que estaba provisto. Sin embargo, las oscilaciones fuertes eran más bien accidentales y podían estimarse, con una precisión de 5 mm en la columna de mercurio, lo que equivale a 13 cm de columna de agua.

Tabla 2. Experimentos conducidos en Dijon desde 29/30 de octubre, hasta el2 de noviembre de 1855, tomado de Darcy, 1856 (N. de la R.: traducción hecha por el autor)

Serie	**Espesor arena (m)**	**#**	**Duración (min)**	**Caudal medio (L/min)**	**Presión media**	**Caudal / Presión**	**Observaciones**
1 (arena no lavada)	0.58	1	25	3.6	1.11	3.23	—
		2	20	7.65	2.36	3.24	Movimientos débiles en la presión manométrica.
		3	15	12	4.00	3.00	
		4	18	14.28	4.90	2.91	
		5	17	15.2	5.02	3.03	
		6	17	21.8	7.63	2.86	
		7	14	23.41	8.13	2.88	Oscilaciones muy sensibles
		8	15	24.5	8.58	2.85	
		9	13	27.8	9.86	2.82	Fuertes oscilaciones manométricas.
		10	10	29.4	10.89	2.70	
2 (arena no lavada)	1.14	1	30	2.66	2.6	1.01	—
		2	21	4.28	4.7	0.91	
		3	26	6.26	7.71	0.81	
		4	18	8.6	10.34	0.83	Oscilaciones muy fuertes
		5	10	8.9	10.75	0.83	
		6	24	10.4	12.34	0.84	
3 (arena lavada)	1.71	1	31	2.13	2.57	0.83	—
		2	20	3.9	5.09	0.77	
		3	17	7.25	9.46	0.76	Oscilaciones muy fuertes
		4	20	8.55	12.35	0.69	
4 (arena lavada de tamaño un poco más gruesa que la arena anterior.)	1.70	1	20	5.25	6.98	0.75	—
		2	20	7	9.95	0.70	Débiles oscilaciones. Obstrucción parcial de un manómetro.
		3	20	10.3	13.93	0.74	

Darcy señala que las presiones indicadas en la Tabla 2 corresponden al nivel de la cara inferior del filtro y que la presión en su base se mantuvo igual a la presión atmosférica. El autor señala que las pérdidas de carga por fricción en la parte superior de la columna se desestimaron. Así, de los datos de la Tabla 2, los experimentadores deducen la relación:

$$q/s = \lambda P \tag{1}$$

Donde q es el caudal efluente (en L/s), s el área transversal de la columna (en m^2), P la presión media y λ un coeficiente de proporcionalidad. El estudio reporta λ =0.493 para la serie 1, λ =0.145 (serie 2), λ =0.126 (serie 3) y λ =0.123 para la serie 4. Ritter, su ayudante, realizó pruebas adicionales en una columna de 1,1 m de espesor, con el objeto de indagar en los efectos de la presión atmosférica sobre el filtro. Estos resultados se sintetizan en la Tabla 3.

Tabla 3. Experimentos conducidos por Ritter entre el 17 y 18 de febrero de 1856, donde P denota la presión atmosférica siguiendo la notación de Darcy, 1856 (N. de la R.: traducción hecha por el autor)

#	**Duración (min)**	**Caudal medio (L/min)**	**Presión sobre el filtro (m)**	**Presión bajo el filtro (m)**	**Diferencia presión (m)**	**Caudal / Presión**	**Observaciones**
1	15	18.8	P + 9,48	P – 3,60	13.08	1.44	Fuertes oscilaciones en el manómetro superior.
2	15	18.3	P + 12,88	P – 0.00	12.88	1.42	Ídem
3	10	18	P + 9,80	P – 2,78	12.58	1.43	Ídem
4	10	17.4	P + 12,87	P + 0,46	12.41	1.4	Oscilaciones débiles
5	20	18.1	P + 12,80	P + 0,49	12.33	1.47	Oscilaciones muy débiles
6	16	14.9	P + 8,86	P – 0,83	9.69	1.34	Oscilaciones casi nulas
7	15	12.1	P + 12,84	P + 4,40	8.44	1.43	Oscilaciones muy fuertes
8	15	9.8	P + 6,71	P – 0.00	6.71	1.46	Oscilaciones muy débiles
9	90	7.9	P + 12,81	P + 7,03	5.78	1.37	Oscilaciones muy fuertes
10	20	8.65	P + 5,58	P – 0.00	5.58	1.35	Oscilaciones casi nulas
11	20	4.5	P + 2,98	P – 0.00	2.98	1.31	Ídem
12	20	4.15	P + 12,86	P + 9,88	2.98	1.39	Oscilaciones bastante fuertes[2]

En la Fig. 8a se grafican las mediciones de las Tablas 2 y 3. La relación entre las variables sigue un claro comportamiento lineal y, curiosamente, las oscilaciones reportadas parecieran no tener incidencia relevante en la dispersión de datos. Se establece con claridad la relación $q/s = mP$, donde m es la pendiente de cada recta que toma los valores m =0.491±0.006 (serie 1), m =0.145±0.002 (serie 2), m =0.126±0.004 (serie 3), m =0.127±0.002 (serie 4), y m =0.250±0.002 según los datos de la Tabla 3.

La concordancia de nuestros cálculos con los valores reportados por Darcy es casi total, lo cual no es superfluo, considerando que las herramientas de cálculo de la época eran menos sofisticadas que las actuales. En el inset de la Fig. 8a se incluye además una gráfica de la

[2] Darcy añadió la observación: "Ya explicamos la causa de estas oscilaciones".

pendiente m versus el espesor de lecho (e). Estos datos muestran que a mayor espesor de lecho se reduce la pendiente de cada serie, aunque este decrecimiento no ocurre linealmente.

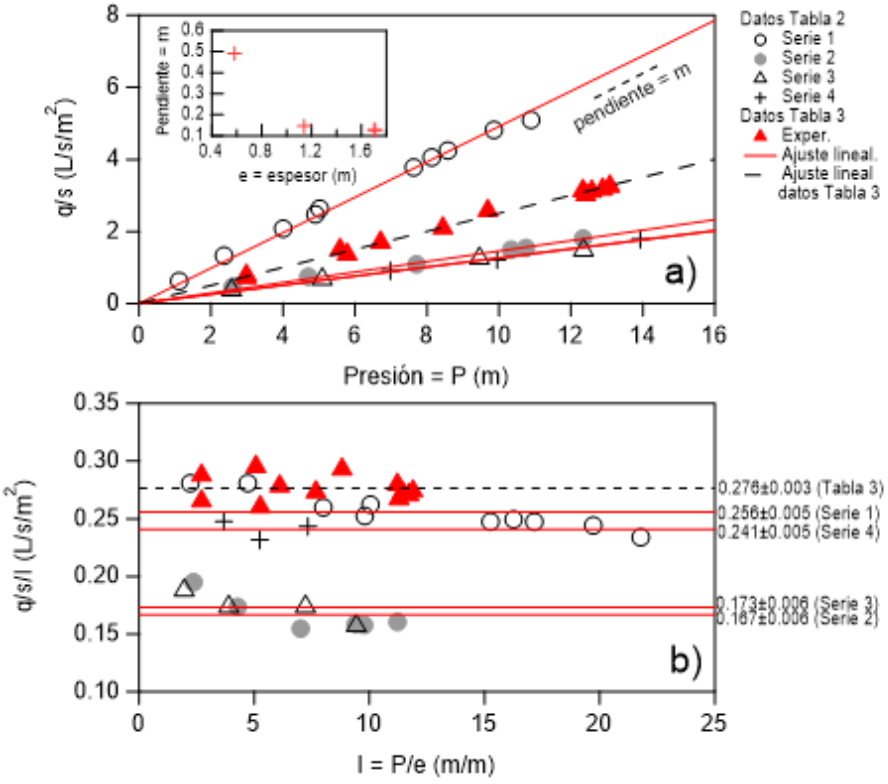


Figura 8. a) Relación q/s versus P, la presión sobre el filtro y b), q/sI versus $I = P/e$. En ambas gráficas se usaron los datos reportados en las Tablas 2 y 3 (elaboración propia)

En la Fig. 8b, en cambio, hemos graficado $\frac{q}{sI}$ versus I (el gradiente hidráulico), para todas las series de datos. Se ha realizado un ajuste lineal de pendiente nula a cada serie, obteniendo una relación del tipo:

$$\frac{q}{sI} = \beta I \qquad (2)$$

Donde β es una medida de la permeabilidad del filtro. Se obtuvo así β =0.256±0.005 (serie 1), β =0.167±0.006 (serie 2), β =0.173±0.006 (serie 3), β =0.241±0.005 (serie 4), y β =0.276±0.003 para los datos de la Tabla 3. Darcy reportó, por su lado, β =0.286 (serie 1), β =0.165 (serie 2), β =0.216 (serie 3) y β =0.332 (serie 4). El análisis de los datos de la Tabla 3 no fue reportado en su obra. La discordancia entre las series 3 y 4 es significativa, aspecto señalado también por Brown (2002a) y Freeze (1994). Esto podría deberse a una discrepancia en la longitud del lecho considerada en los cálculos, aunque también es necesario precisar que los datos de la Fig.8b muestran una dispersión significativa. Además, se observa un declive de estos puntos a gradientes hidráulicos altos, elementos que tampoco fueron incorporados explícitamente en el análisis original.

Adicionalmente, en un medio poroso el número de Reynolds suele definirse como $Re = vd_p/\nu$, donde d_p es el diámetro medio de las partículas, v la velocidad media del flujo (=

q/s) y ν la viscosidad cinemática del agua (=10^{-6} m^2/s). A partir de la Tabla 1 se determinó un diámetro medio d_p ≈0.98 mm, con el cual nuestras estimaciones nos conducen al rango $0.36 \leq Re \leq 4.99$, exhibiendo un valor medio de 1.96. Esto confirma que los experimentos de Darcy efectivamente se llevaron a cabo en régimen laminar, un concepto que por entonces le resultaba totalmente desconocido. Notemos que el primer estudio que dio cuenta de la transición laminar-turbulenta fue publicado en 1883 por Osborne Reynolds en sus ya famosos experimentos en conducto cerrado. Paradójicamente, no queda claro si Darcy buscó explícitamente generar un régimen de flujo de baja velocidad o si fue un aspecto inadvertido por él.

3.3 Forma original de la ley de escurrimiento

De sus mediciones experimentales, Darcy extrae la siguiente conclusión: (sic)*"parece entonces que, para arenas de la misma naturaleza, podemos admitir que el volumen de gasto es proporcional a la carga y en razón inversa del espesor de la capa que atraviesa"*. No es evidente si en la expresión de arenas de "la misma naturaleza" se refiere a granos de similar tamaño, o de igual condición de lavado. Sin embargo, es claro que de esta afirmación se desprende la proporcionalidad:

$$q/s \propto \Delta H/e \tag{3}$$

Donde $\Delta H = h + e \pm h_o$ es la carga hidráulica neta del flujo que atraviesa el lecho, h la altura de fluido sobre la cubierta superior del lecho de espesor e, y h_o la carga hidráulica sobre la cara superior del filtro inferior. Cabe señalar que Darcy habla indistintamente de presión y carga a lo largo de su texto, aunque ambos conceptos no son idénticos *stricto sensu*. Así las cosas, esta relación de proporcionalidad fue planteada originalmente por el autor del siguiente modo:

$$\frac{q}{s} = K\frac{\Delta H}{e} = K\frac{(h + e \pm h_o)}{e} \tag{4}$$

Cuando h_o =0, es decir cuando el filtro inferior está abierto a la atmósfera, la ecuación (4) se reduce a $\frac{q}{s} = KI$, donde $I = \Delta H/e = (h + e)/e$ es la carga hidráulica por unidad de espesor de lecho, y que hoy conocemos como "gradiente hidráulico", mientras que K es un coeficiente que da cuenta de la permeabilidad del suelo, según la propia notación del autor. Notemos que la variable q/s tiene unidades de velocidad, de manera que la ecuación (4) también puede ser reescrita como:

$$v = KI \tag{5}$$

donde v es una medida de la velocidad media del flujo a través del filtro de arena. Esta última fórmula es tal vez la versión más conocida y utilizada de esta ley en la actualidad. Esta ley macroscópica, válida para flujos homogéneos, newtonianos y unidimensionales en suelos isótropos, puede extenderse a flujos tridimensionales en suelos anisótropos, no homogéneos (Freeze y Cherry, 1979; Whitaker, 1986). También, es válida tanto en régimen permanente como transiente, y desde su formulación clásica se han propuesto correcciones no lineales, como la ecuación de Forchheimer, para dar cuenta de efectos de una mayor velocidad del flujo (Bear, 1972). Asimismo, ha sido objeto de intensa investigación orientada a verificar o replantear su formulación para fluidos no newtonianos (Savins, 1969; Christopher y

Middleman, 1965; Sochi, 2010; Bowers y Miller, 2021). Más allá de sus usos convencionales en hidrogeología, la ley de Darcy se ha extendido a contextos no convencionales, como la modelación del flujo sanguíneo y del transporte de fármacos en el cuerpo humano (Khaled y Vafai, 2003; Sefidgar et al., 2015), la inyección y atrape de CO2 en formaciones geológicas (Oldenburg et al., 2016), y la incorporación de la geometría fractal para describir la heterogeneidad estructural de suelos y rocas (Rieu y Sposito, 1991; Yu y Cheng, 2002; Damián Adame et al., 2023), entre varios otros aspectos.

4. ALGUNAS REFLEXIONES

Tal vez, en lugar de elaborar una lista protocolar de conclusiones, resulte más valioso reflexionar sobre el legado de Henry Darcy. Este da cuenta de un profesional de excelencia, meritocrático y polifuncional, que jugó el rol de destacado ingeniero y científico con un profundo espíritu ciudadano de servicio público, enfocado en el desarrollo de proyectos con impacto social (Brown, 2002a, Simmons, 2008). Su rigurosa formación técnica le ayudó a diseñar, medir y fomentar diversos proyectos de ingeniería e investigación aplicada en Francia, que perduran hasta hoy.

A juicio de este autor, pareciera que la masificación de las carreras universitarias en Chile ha debilitado la perspectiva sobre lo que significa ser ingeniero civil y el impacto social que ello tiene (o debería tener) en la comunidad. Darcy comprendió cabalmente esta importancia y que el acceso que él mismo tuvo a una educación privilegiada merecía ser retribuido a la ciudadanía, sus verdaderos mecenas. Darcy es un buen ejemplo de los beneficios que un país obtiene al reconocer el valor de la meritocracia en etapas tempranas del proceso formativo.

En otro ámbito, su obra *Les Fontaines de la Ville de Dijon* hay que entenderla como un manual legado a las nuevas generaciones para orientar el diseño de proyectos hidráulicos complejos. Desde la publicación de esta obra han pasado ya 170 años y, visto en perspectiva, interpretar la ley de Darcy para medios porosos como un hallazgo aislado es una visión reduccionista. Esta formulación debe leerse como parte de un conjunto de aportes relevantes que Darcy realizó a la ingeniería civil, movido por su espíritu permanente de encontrar soluciones a problemas prácticos, especialmente aquellos que surgieron durante el desarrollo y la puesta en marcha del proyecto de Dijon (Simmons, 2008). Dicho proceso supuso un avance significativo no solo para los habitantes de la ciudad, sino también para el desarrollo de la ingeniería civil.

Finalmente, la ley de flujo en medios porosos definitivamente abrió el camino para crear una nueva y potente línea de investigación, como fue la hidrogeología cuantitativa, sobre la cual Simmons (2003) afirma que Darcy merece ser considerado su "padre". Su formulación contribuyó a transitar de un abordaje cualitativo en esta área a uno con predicciones más reproducibles y transferibles. A la luz de todo lo expuesto, la relevancia de Darcy para la ingeniería hidráulica es difícil de moderar. Su legado científico fue enorme y sigue vigente hasta hoy, contribuyendo al desarrollo de la teoría, la experimentación y la instrumentación de nuestra disciplina durante más de un siglo y medio.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece sinceramente al organismo público Archives Municipales de la Ville de Dijon (Francia) por haber enviado y facilitado un material bibliográfico y visual invaluable sobre la vida de Henry Darcy y el sistema de abastecimiento de agua de esa ciudad. El autor agradece al editor de esta revista por el esfuerzo sostenido que ha realizado desde hace varios años en su preparación, organización y difusión. La preparación de este artículo no contó con apoyos financieros de ningún tipo.

REFERENCIAS

Bear, J. (1972). *Dynamics of Fluids in Porous Media*. American Elsevier, Nueva York.

Bowers, C.A. y Miller, C.T. (2021). "Generalized Newtonian fluid flow in porous media". *Physical Review Fluids*, 6(12), 123302.

Brown, G. (2002a). "Henry Darcy and the making of a law". Water Resources Research, 38(7), 11-1.

Brown, G. (2002b). "The history of the Darcy-Weisbach equation for pipe flow resistance". En *Environmental and Water Resources History*, pp. 34-43.

Brown, G. (2003). "Henry Darcy's perfection of the Pitot tube". En *Henry PG Darcy and Other Pioneers in Hydraulics*, pp. 14-23.

Bobeck, P. (2022). Henry Darcy (1803–1858): Founder of Quantitative Hydrogeology. Geological Society of America Today, 32, February 2022.

Bobeck, P. (2004) *The public fountains of the City of Dijon by Henry Darcy (1856).* Kendall/Hunt, Dubuque, IO, USA, ISBN 0–7575–0540–6. Available Online via www.pbobeck.com. Cited March 2008

Bobeck, P. (2006). "Henry Darcy in his own words". Hydrogeology Journal, 14(6), 998-1004

Christopher, R.H. y Middleman, S. (1965). "Power-law flow through a packed tube". *I&EC Fundamentals*, 4(4), 422-431.

Damián Adame, L., Gutiérrez-Torres, C. del C., Figueroa-Espinoza, B., Barbosa-Saldaña, J.G. y Jiménez-Bernal, J.A. (2023). "A mechanical picture of fractal Darcy's law". *Fractal and Fractional*, 7(9), 639.

Darcy, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: Exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau: Ouvrage terminé par un appendice relatif aux fournitures d'eau de plusieurs villes, au filtrage des eaux et à la fabrication des tuyaux de fonte, de plomb, de tôle et de bitume*. Victor Dalmont, Éditeur.

Darcy, H. (1857). *Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux* (Vol. 2). Mallet-Bachelier.

Darcy, H y Bazin, H. (1865). *Recherches hydrauliques entreprises par M. Henry Darcy continuées par M. Henri Bazin. Première partie. Recherches expérimentales sur l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts.* París, Imprenta Impériale.

Dumay, V. (1845). *Notice historique sur l'établissement des Fontaines publiques de Dijon*. Rapport a l'Academie des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Dijon, Frantin, Imprimeur de l'Académie, Dijon.

Freeze, R. y Cherry, J.A. (1979). *Groundwater*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, Vol. 7632, 604.

Freeze, R. (1994). "Henry Darcy and the fountains of Dijon". Groundwater, 32(1), 23-30.

Gée, Ch. (2003). "Les premiers travaux d'adduction d'eau à Dijon". En *Henry Darcy, le bicentenaire, 1803-2003*. Archives de la Mairie de Dijon, pp.73-88, 2003, 978-2-915128-12-3. ⟨hal-01826685⟩

Hager, W. y Gisonni, C. (2002). "Finding Darcy at Dijon". Journal of Hydraulic Engineering, 128(5), 454-459.

Khaled, A.R.A. y Vafai, K. (2003). "The role of porous media in modeling flow and heat transfer in biological tissues". International Journal of Heat and Mass Transfer, 46(26), 4989-5003.

Link 1. https://christaldesaintmarc.com/henry-darcy-hydraulicien-dijonnais-a114774030

Link 2. https://www.youtube.com/watch?v=9qGd29doiII

Link 3. https://sosecretoccultandconcealed.com/2019/12/15/darcy-in-dijon/

Link 4. https://www.youtube.com/watch?v=GqnmBMmltKY

Link 5. https://france3-regions.franceinfo.fr/bourgogne-franche-comte/cote-d-or/dijon/premier-reseau-eau-potable-au-monde-ete-installe-dijon-grace-henry-darcy-1754039.html

Philip, J. (1995). "Desperately seeking Darcy in Dijon". Soil Science Society of America Journal, (59), 319–324.

Rieu, M. y Sposito, G. (1991). "Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: I. Theory". Soil Science Society of America Journal, 55(5), 1231-1238.

Ritzi Jr, R. y Bobeck, P. (2008). "Comprehensive principles of quantitative hydrogeology established by Darcy (1856) and Dupuit (1857)". Water Resources Research, 44(10).

Savins, J. (1969). "Non-Newtonian flow through porous media". Industrial and Engineering Chemistry, 61(10), 18-47.

Sefidgar, M., Soltani, M., Raahemifar, K. y Bazmara, H. (2015). "Effect of fluid friction on interstitial fluid flow coupled with blood flow through solid tumor microvascular network". Computational and Mathematical Methods in Medicine, 2015, 673426.

Simmons, C. (2003). "Happy 200th birthday Mr Darcy and our thanks for your law! A tribute editorial celebrating the life and times of the father of our science, Henry Darcy (1803–1858)". Hydrogeology Journal, 11(6), 611-614.

Simmons, C. (2008). "Henry Darcy (1803–1858): Immortalised by his scientific legacy". Hydrogeology Journal, 16(6), 1023-1038.

Sochi, T. (2010). "Non-Newtonian flow in porous media". Polymer, 51(22), 5007-5023.

Oldenburg, C.M., Mukhopadhyay, S. y Cihan, A. (2016). "On the use of Darcy's law and invasion-percolation approaches for modeling large-scale geologic carbon sequestration". Greenhouse Gases: Science and Technology, 6(1), 19-33.

Whitaker, S. (1986). "Flow in porous media I: A theoretical derivation of Darcy's law". Transport in Porous Media, 1(1), 3-25.

Yu, B. y Cheng, P. (2002). "A fractal permeability model for bi-dispersed porous media". International Journal of Heat and Mass Transfer, 45(14), 2983-2993.

Zerner, M. (2011). "Aux origines de la loi de Darcy (1856)". Documents pour l'Histoire des Techniques. Nouvelle Série, (20), 29-40.

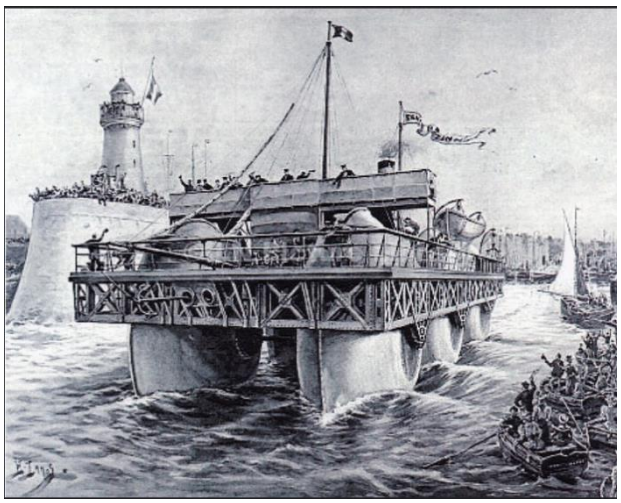
ACERCA DEL AUTOR

Francisco Martínez Carreaux es Ingeniero Civil, mención Hidráulica de la U. de Chile, M.Sc. y Ph.D. de la Université Paris-Sud (Francia). Ha ejercido la profesión en el sector privado, estatal, y actualmente como asesor de la empresa Riverine Spa y como académico full-time de la Escuela de Ingeniería Civil de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, donde realiza docencia e investigación en mecánica de fluidos y flujos granulares.

HIDRO-GRAFÍA

ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

La imagen de la Hidro-Grafía de este número corresponde a:



a) Un barco experimental propulsado mediante grandes ruedas diseñado a finales del siglo XIX para reducir la resistencia al movimiento.
b) Una plataforma flotante anfibia impulsada por norias hidráulicas para la limpieza y dragado de puertos de baja profundidad, diseñada por Giovanni Battista Aleotti a principios del siglo XVII.
c) Un tipo de molino flotante diseñado en Holanda en el siglo XVIII y que se popularizó el siglo XIX.
d) Un catamarán fluvial de tracción animal concebido en los astilleros de Venecia en 1650 para el transporte rápido de mercancías contra corriente.

NÚMERO ANTERIOR

La respuesta correcta de la Hidro-Grafía del número anterior es la a) Sistemas hidráulicos diseñados para generar movimiento perpetuo.

El dibujo aparece en el manuscrito *De machinis et rebus mechanicis* escrito por Konrad Gruter von Werden entre los años 1393 y 1424. La imagen se encuentra en el Capítulo 7 *Aliae experientiae pro obtinenda ascensione aquae continua*, (Otros experimentos para lograr un ascenso continuo del agua). En la descripción propone un experimento para "descubrir un principio mediante el cual el agua "muerta" (o estancada) pudiera elevarse y fluir de manera continua". Básicamente, lo que Gruter pretendía era que el agua subiese por efecto de la tensión superficial (concepto del que no se tenía idea en la Edad Media) y así lograr un movimiento continuo del agua. Sin embargo, como él lo describe, su idea falló ya que al llenar los tubos "el agua simplemente fluía en sentido inverso, sin lograr mantener el movimiento continuo deseado". Hay que reconocer que la observación de Gruter para generar el movimiento es notable ya que hasta la fecha no se tenía constancia de la ascensión capilar.

INVITACION A CONTRIBUIR CON ARTÍCULOS

La Revista de la Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica invita a contribuir con artículos para ser publicados en sus próximos números. Los artículos pueden ser en castellano o inglés.

Los artículos buscan difundir trabajos en el área de interés de la Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica, especialmente aquellos relativos a la hidráulica, hidrología y mecánica de fluidos en general, así como otros aspectos relacionados con el agua, como su uso, gestión, recursos, tecnologías, historia, etc. Los artículos pueden ser de investigación teórica o aplicada, soluciones novedosas a problemas de ingeniería, difusión u otros temas de interés para la comunidad hidráulica nacional.

El formato de presentación de los trabajos puede solicitarse al Editor a la dirección electrónica atamburr@uchile.cl