



Revista de la Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica



ISSN 0716-3746 Volumen 36 Número 1 Julio 2021

REVISTA DE LA
SOCIEDAD CHILENA DE
INGENIERÍA HIDRÁULICA

SOCHID

Sede Instituto de Ingenieros de Chile – San Martín 352 – Fono 2 2698 4028 – Santiago CHILE

*Revista de la
Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica*

ISS 0716-3746

Volumen 36, Número 1, Diciembre 2021

DIRECTORIO

Presidente

José Vargas Baecheler

DIRECTORES

Raúl Demangel Castro

Cristian Escauriaza Mesa

Luis Estellé Aguirre

Francisco Romero

Aldo Tamburrino Tavantzis

Scarlett Vásquez Paulus

DIRECTORES HONORARIOS

Luis Ayala Riquelme

Jorge Bravo Soissa

Bonifacio Fernández Larrañaga

Ricardo González Valenzuela

Horacio Mery Mery

Humberto Peña Torrealba

Sergio Radrigán Vogel

Ludwig Stowhas Borghetti

Eduardo Varas Castellón

EDITOR DE LA REVISTA

Aldo Tamburrino Tavantzis

[*atamburr@ing.uchile.cl*](mailto:atamburr@ing.uchile.cl)

San Martín 352, Santiago

Fono 2 2698 4028

[*www.sochid.cl*](http://www.sochid.cl)

Imagen portada: Fragmento del cuadro del Prof. Ramón Fuentes Aguilar existente en el Auditorium que lleva su nombre en la empresa JRI Ingeniería.



El Prof. Ramón Fuentes Aguilar durante la defensa de su Tesis presentada a la Facultad de Ciencias de la Universidad de Grenoble para obtener el título de Docteur d'Université. El título de la Tesis es "Contribution à l'étude d'une bulle d'air en mouvement dans l'eau sous une paroi".

REVISTA DE LA SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

ÍNDICE

Editorial	1
Breve reseña de un sabio...	
Juan Rayo Prieto	3
Estimación de esfuerzos fluctuantes sobre la base de resalto libre y estable	
Raúl Antonio Lopardo y María Cecilia Lopardo	7
Superficies superhidrofóbicas biomiméticas para la reducción de las fuerzas de arrastre	
Belén Barraza, Andreas Rosenkranz y Humberto Palza	17
El proceso de erosión y formación de montañas en el trabajo de Georgius Agricola (1494-1555)	
Aldo Tamburrino Tavantzis	35
Caudales extra-hidrologicos durante avenidas torrenciales	
Jaime Iván Ordóñez Ordóñez	47
SCOUR APP: Un software de código abierto para docencia en socavación local	
Alonso Pizarro y Oscar Link	61
Modelación del transporte incipiente de sedimentos mediante ecuaciones continuas de dos fases	
Carolina Meruane, Aldo Tamburrino, Alberto de la Fuente y Yarko Niño	73
Modelo de análisis de fenómenos transitorios en centrales subterránea	
Rodrigo Caro y Rodrigo Carrasco	87
The entropy solution to the evolution of a bedform in a closed conduit	
Benjamin Obando, Raúl Gormaz, Carlos Conca, Jorge San Martín and Aldo Tamburrino	107
The sediment and pollutant movements as stochastic processes	
Geraldo Wilson Junior and Cid Da Silva Monteiro	121
Contribuciones del Prof. Ramón Fuentes al estudio de la velocidad de caída de partículas de sedimento	
Hector Daniel Farías	137
Migración de la fase sólida de pulpas sedimentables en ductos de larga distancia	
Consuelo Salinas	153
Tansiente de pulpas mineras en tuberías presurizadas	
Freddy Flórez y Sebastián Rayo	171
Hidro-Grafía	181

EDITORIAL

Al comenzar el año la SOCHID fue impactada por la noticia del fallecimiento del socio fundador, Prof. Ramón Fuentes Aguilar, quien también fue miembro de su primer Directorio y luego en el período 1974-1975. Aunque en los últimos años en más de una oportunidad había presentado problemas de salud, la noticia conmocionó a la comunidad hidráulica mundial. Obituarios y reconocimientos se publicaron en Chile, Argentina, Colombia, Perú, Venezuela, y en Hydrolink, la revista de los miembros de la International Association for Hydro-Environment Engineering and Research, IAHR, asociación de la cual el Prof. Fuentes fue Director y Secretario Permanente del Comité Regional Latinoamericano de la IAHR.

Como una forma de reconocer los aportes que hizo el Prof. Fuentes a la Hidráulica y la Mecánica de Fluidos, la SOCHID ha querido rendir un homenaje en su memoria, editando un número especial con contribuciones en el amplio espectro de temas que él abordó. La mayoría de los autores de los artículos trabajaron o conocieron al Prof. Fuentes y han querido mostrar su aprecio a quien muchos llamaban un sabio.

Dentro de todas las contribuciones, la del Ing. Juan Rayo presenta un aspecto más íntimo y personal de quien fuera su maestro y posteriormente colega y amigo. La existencia del Auditorio Profesor Ramón Fuentes en la empresa que el Ing. Rayo fundó es el mejor ejemplo de la admiración y reconocimiento que generaba el Prof. Fuentes en quienes lo tenían como colaborador. Sin entrar en mayores detalles, el resto de los artículos abordan temas de hidráulica fundamental, sedimentación y transporte de sedimentos, flujos bifásicos, escurrimientos impermanentes, flujos torrenciales, transporte de pulpas, etc. Puede llamar la atención un artículo sobre superhidrofobicidad, el que estaba planificado para ser publicado en el próximo número de la Revista. Sin embargo, fue incluido en este homenaje como una forma de recordar el trabajo de investigación que el Prof. Fuentes realizó en su tesis doctoral, la que trató del movimiento de burbujas sobre una pared.

Solo resta agradecer a los autores que, con poco tiempo para preparar los artículos, aceptaron la invitación e hicieron posible este número de la Revista.

Aldo Tamburrino Tavantzis
Editor

BREVE RESEÑA DE UN SABIO...

JUAN RAYO PRIETO

Consultor Principal JRI

Juan.Rayo@jri.cl

Yo conocí a don Ramón Fuentes Aguilar en mi tercer año de universidad, ya había logrado pasar el plan común y el cerebro se me había agrandado con la alta dosis de matemáticas profundas y física avanzada.

El curso que daba don Ramón era Mecánica de Fluidos para los estudiantes de Ingeniería Civil en Minas, y a pesar de una fuerte base teórica, él nos dio conocimientos aplicables directamente en la industria minera.

El mejor ejemplo de la aplicabilidad de ese curso de pregrado me tocó verlo 25 años después, cuando tuve que actualizar un proyecto de drenaje en una mina de caliza cercana a Santiago y para sorpresa mía el cálculo de diseño original de los sistemas de impulsión de aguas del drenaje minero, de algo más de 20 años, estaba basado sólo en los apuntes del curso que yo había tomado en el año 1970. El colega y ex condiscípulo había calculado y seleccionado bombas y tuberías que operaron muy bien durante más de 20 años.

Mi interés por la fluidodinámica se incrementó con el curso más avanzado de Fenómenos de Transferencia en Metalurgia que también creó don Ramón. De ambos cursos pasé a ser ayudante y profesor auxiliar, en resumen, pasé a ser un discípulo del Profesor Fuentes, como todos lo llamábamos.

Era la época de la reciente nacionalización del cobre, y los ejecutivos y especialistas extranjeros emigraron dejando a los ingenieros de minas, con conocimiento sólo de mediana minería, a cargo de grandes instalaciones minero-metalúrgicas y estaban motivados/obligados a producir al mismo ritmo que habían dejado los gringos.

La práctica operacional no era tan compleja de aprender como las bases de diseño avanzados de instalaciones diversas, que fueron todas realizadas fuera de Chile. A principios de los 70 se creó el CIMM, Centro de Investigación Minero Metalúrgico, del cual nuestro Profesor Fuentes fue Jefe del Área de Procesos Unitarios en Minería, con el objeto de tratar de resolver esas dudas industriales. Obviamente yo le seguí, siendo contratado como investigador ayudante (estaba en mis últimos años de universidad).

De esa época recuerdo haber resuelto problemas tecnológicos relevantes en la naciente Codelco, como los reemplazos de tuberías de relaves en Andina, la prolongación de tuberías de concentrados en Teniente y las mejoras al tiraje de humos en Chuquicamata. En todos los casos don Ramón nos daba la base teórica la cual tratábamos de utilizar para después aplicar la data operacional y establecer modelos empíricos aplicables.

La nacionalización del cobre de Chile fue la única estatización exitosa del mundo de esa época, la producción se mantuvo y luego creció varias veces, en gran medida por los aportes de múltiples genios como don Ramón que no tuvieron miedo de aprender en forma rápida y efectiva, toda la tecnología extranjera, mediante la aplicación de sus conocimientos básicos.

La época política fue turbulenta, y muchos de sus discípulos éramos partidarios del Gobierno Socialista y también había otros que eran opositores extremos. Don Ramón siempre tuvo una visión madurada que decía que los profesionales le debíamos mucho al Estado por habernos educado en forma gratuita y debíamos trabajar duro para compensar la educación que el país nos había brindado.

El Golpe Militar fue de un impacto alto para los que tratábamos de entender y optimizar la minería chilena. A don Ramón, como a muchos se les cerró secuencialmente las puertas de las instituciones públicas, ya sea la Universidad, Codelco o el mismo CIMM del cual había sido fundador.

Don Ramón pasó a ser un cesante ilustrado y tuvo que ejercer la consultoría privada para poder sobrevivir. Junto a otro colega también lo seguimos en ese camino. Nuestro cliente más relevante era la ex Cía. Minera Disputada (hoy Anglo American). Para ellos también estudiamos y resolvimos problemas de relaves, de abastecimiento de aguas, de manejo de gases y calor en una fundición de tamaño medio y sobre todo de solución a problemas operacionales.

Eran épocas difíciles para los opositores ideológicos al Gobierno Militar, y para sobrevivir había que hacer los trabajos que nos encomendaban con excelencia, profundidad y seguridad.

Sobrevivir en base a consultorías de remuneración variada y alta incertidumbre no era atractivo para un genio potencial como don Ramón, que en esa época tenía alrededor de 40 años y había sacado su título de ingeniero y doctor en ciencias, con el primer puesto en ambos casos.

Las universidades venezolanas lo motivaron a emigrar y pudo volver a la investigación aplicada, a los grandes estudios de hidráulica, a las conferencias internacionales, a preparar libros, etc. Nuestros caminos se separaron por alrededor de 12 años.

Yo tuve que continuar el emprendimiento de la consultoría, la ingeniería aplicada a la minería y la búsqueda de la excelencia operacional minera. Me transformé en un empresario exitoso, sobre todo porque aprendí de don Ramón a mezclar los conceptos básicos para aplicarlos a las tecnologías avanzadas, a no creerle todo a los proveedores de equipos, a usar la data industrial para definir modelos y mejorar sistemas, y sobre todo a no tenerle miedo a ningún desafío técnico, por relevante que sea.

A fines de la década del 80, enfrentados a un diseño hidráulico prototipo a nivel mundial, un mineroducto que partía a cota 3.500 m.s.n.m. y descendía hasta la cota 750 m.s.n.m., que podría producir presiones superiores a 8.000 psi y con flujos cercanos a 600 l/s, tuve la necesidad nuevamente de su sabiduría. Había fenómenos transientes que no podíamos entender cómo se materializarían.

Pude contratar a don Ramón que volvió a Chile casi como consultor extranjero. En esa época me di cuenta que había vuelto a crecer... de ser acérrimo enemigo de la informática, se transformó en un experto programador de modelos en lenguajes computacionales avanzados.

Los modelos que aplicó permitieron darnos luces de cómo manejar fenómenos extremos de cavitación y cierre de columnas, sobre todo en las partidas y paradas de un “monstruoso” sistema hidráulico. En el año 1992, el apoyo de don Ramón nos permitió poner en marcha sin problemas un sistema hidráulico mayor y único en el mundo.

La democracia ya había vuelto a Chile y Venezuela había empezado un declive tecnológico irremontable. Era el momento de rescatar al genio y traerlo de vuelta a Chile.

A mediados de la década del 90, don Ramón volvió contratado y compartido entre JRI, Codelco y la Universidad de Chile.

Su trabajo en los casi 25 años que trabajó en JRI siempre fue de primer nivel, resolviendo problemas severos de la industria minera, como ser los riesgos de congelamientos de los ductos de agua, los flujos laminares a gran escala, los manejos de pastas, los fluidos comprensibles, etc., pero sobre todo fue el maestro para decenas de generaciones de ingenieros, tanto hidráulicos como metalurgistas, que aprendieron conceptos aplicables de fluidodinámica a la minería.

Su trabajo en Codelco estuvo basado en la fenomenología de los hornos de convección de cobre, incluyendo la actualización de la única tecnología minera chilena patentada a nivel mundial, el Convertidor Teniente Modificado (lamentablemente hoy casi obsoleta).

De la universidad se debe destacar el curso de Fenómenos de Transferencia, altamente avanzado, y otros seminarios más.

En esa época, don Ramón expuso en decenas de seminarios nacionales e internacionales, siempre muy abierto con transferir el conocimiento adquirido o adoptado. Escribió varios libros, el último de los cuales correspondió a Fluidodinámica Minera, que tuvo un tiraje y venta relevante para ser un texto técnico chileno.

Pero don Ramón no era perfecto, siempre se estaba peleando con alguien o con un grupo o tenía algunas manías persecutorias variadas, yo creo que necesitaba sentir que tenía enemigos, pero estoy seguro que éstos eran mucho más en su mente que en la realidad.

Sus malos modales y agresividad, a veces poco contenida, le impidieron seguir dando clases en la universidad, le suspendieron su trabajo en Codelco, y al final sólo quedó trabajando part-time en JRI.

El Estado de Chile le confirió una jubilación ridícula, porque la calculó como trabajado sólo las horas de clases directas (el pago de Chile).

Una vez me dijo don Ramon que él quería y debía trabajar hasta el día anterior a su muerte, porque el día que se muriera iba a estar muy preocupado muriéndose... la verdad es que lo

cumplió, uno de sus últimos trabajos fue evaluar cómo dragar el estuario del Río Lebu y anduvo haciendo muchos esfuerzos personales en una visita a terreno.

Qué nos dejó don Ramón... mucho conocimiento, muchas formas de ver la ciencia junto con la tecnología, mucha responsabilidad como profesionales y una forma mejor de ver el mundo.

No fue un santo, tenía muchos defectos, sobre todo la arrogancia científica, la descalificación permanente de los ignorantes o fatuos y la búsqueda implacable de culpables de los males del mundo. Pero tuvo una virtud relevante que nadie la podrá superar, fue un “profesor y maestro” para centenas de ingenieros. Su lema máspreciado era que si alguien le consultaba algo, aunque fuese su más acérrimo adversario, el sentía que debía transferirle todo lo que sabía del tema, en forma transparente, profunda y nítida.

En la vida social con los que aceptaba como pares o como discípulos podía ser encantador, sobre todo cuando contaba de sus diversas y extrañas vivencias, desplegaba su inmensa cultura general, y era cariñoso con las mujeres que lo rodeaban.

Para mí fue algo más, fue el “padre” exigente y motivador que lamentablemente yo no tuve, fue un guía en todos los aspectos relevantes de mi vida profesional.

Sólo me queda como consuelo de su partida, decir que en la empresa que fundé se le permitió desplegar bien todo su máximo potencial, que lo que ganó con nosotros le permitió un buen pasar familiar, que fue homenajeado en vida como corresponde por sus éxitos, incluyendo su nombre y retrato que se encuentran en el salón principal de JRI que fue llamado Auditorio Profesor Ramón Fuentes, y por supuesto que muchos lo estimamos y quisimos muchos hasta el final de su vida.

Don Ramón no era religioso, pero siempre hacía chanzas diciendo que tenía un “ángel de la guarda” que le había impedido morirse de los múltiples achaques que tuvo. Posiblemente cuando falleció pensó que su ángel había pedido una licencia ese día.

Gracias don Ramón, por todo lo que nos enseñó a muchos, tanto sobre la fluidodinámica como sobre la vida...

ESTIMACIÓN DE ESFUERZOS FLUCTUANTES SOBRE LA BASE DE RESALTO LIBRE Y ESTABLE

RAÚL ANTONIO LOPARDO¹, MARÍA CECILIA LOPARDO²

¹Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de La Plata, Argentina

raulantoniolopardo@gmail.com

²Instituto Nacional del Agua y

Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, Argentina

mclopardo@gmail.com

RESUMEN

El estudio de condiciones macroscópicas del resalto hidráulico y su utilización como disipador de energía de obras hidráulicas han generado numerosas publicaciones durante más de un siglo, tanto sobre aspectos teóricos como experimentales. Durante los últimos cincuenta años se han desarrollado además trabajos en laboratorio y prototipo tendientes a interpretar sus características macroturbulentas, que son justamente responsables de la pérdida de energía que se pretende, pero también del incremento de esfuerzos instantáneos que pueden afectar la seguridad del entorno, en particular de la base de la estructura que lo contiene. El proceso turbulento en el interior del resalto produce variaciones de presión y velocidad de carácter aleatorio, por lo que su estudio requiere del análisis estadístico de esas variables. En una primera etapa se han utilizado como promedios adecuados para su aplicación los valores medios cuadráticos (desvío estándar) tanto para las presiones como para las velocidades, en el primer caso a través del “coeficiente de presiones fluctuantes” y en el segundo con la “intensidad de turbulencia”. Habiendo teniendo la oportunidad de desarrollar trabajos destinados a calcular posibles efectos de cavitación por pulsos de presión, arrancamiento de losas, cálculo de anclajes y definición de esfuerzos de corte sobre la base, se presentan resultados experimentales específicamente destinados a resaltos libres y estables con dos números de Froude de ingreso específicos, mostrándose la necesidad de utilizar para cada uno de los objetivos del trabajo un valor diferente de porcentaje de probabilidad de ocurrencia de la presión instantánea. Ello resulta de utilidad para llevar los datos experimentales relevados en modelo físico a condiciones de prototipo.

Palabras claves: resalto hidráulico, macroturbulencia, presiones fluctuantes, esfuerzos de tracción, esfuerzos de corte, cavitación.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

El resalto hidráulico es una transición abrupta y turbulenta de un escurrimiento a superficie libre veloz (torrencial o supercrítico), con bajo tirante y alta velocidad, a un escurrimiento lento (fluvial o subcrítico) con alto tirante y baja velocidad. Consiste entonces en un violento ascenso del tirante en un tramo relativamente corto del escurrimiento, con la formación de un gran remolino de eje horizontal, incorporación de aire a la masa líquida y superficie fuertemente perturbada. La propiedad esencial del resalto consiste en una transformación de energía cinética en otra potencial más una disipación de energía total por efecto de la turbulencia. Podría decirse que es “un transformador de energía”.

Dentro de la masa fluida interior del resalto gran parte de la energía cinética que ingresa es transformada en energía piezométrica y en energía de fluctuación macroturbulenta (con severas fluctuaciones de presión y de velocidad) por transferencia de cantidad de movimiento del fluido medio. Esos grandes vórtices a su vez transfieren energía a otros más pequeños hasta alcanzar la escala menor, donde se disipa la energía de manera similar a la fricción viscosa, siguiendo la conocida cascada de energía. Es un fenómeno altamente impermanente pues todos los parámetros, velocidades, presiones, niveles líquidos y masa específica varían fuertemente con el tiempo. Sin embargo, para condiciones permanentes (estacionarias) aguas arriba y aguas abajo del mismo, algunas de sus características pueden ser estudiadas en valores medios temporales, como un caso de movimiento macroscópicamente permanente y fuertemente variado.

Los fenómenos asociados a presiones fluctuantes macroturbulentas, que tienen decisiva influencia en la disipación de energía cinética, en contrapartida pueden ser responsables de acciones destructivas sobre las estructuras componentes de cuencos amortiguadores a resalto, tales como arrancamiento de losas, fatiga, vibraciones o cavitación intermitente. Siendo estos fenómenos macroturbulentos de naturaleza aleatoria y neta definición tridimensional, resulta comprensible que el tratamiento del tema esté muy vinculado a trabajos experimentales.

El presente texto tiene por objeto poner en evidencia la posibilidad de estimar esfuerzos sobre el piso de un cuenco amortiguador a resalto a partir de valores puntuales de presiones instantáneas determinadas experimentalmente, complementando de esta manera las investigaciones publicadas con anterioridad vinculadas fundamentalmente a la detección de la tendencia a cavitación por pulsos macroturbulentos.

Para ello, se han compilado valores de presiones instantáneas que fueron determinadas en el eje central del piso de un canal rectangular mediante la utilización de transductores de presión bidireccionales con puente activo de strain-gage. Los registros fueron procesados y analizados mediante la tecnología de muestreo de valores discretos,

El intervalo de muestreo adoptado fue de 0,01 segundo, en acuerdo con el teorema de muestreo para datos aleatorios. El número de datos que se consideran en cada punto de medición es de 16.384, pues se toman 34 bloques de 512 valores cada uno. En breve síntesis, el criterio de toma de datos, longitud de tubos de adaptación, detalles técnicos de instrumentación y

metodología de análisis estadístico y espectral de presiones fluctuantes aleatorias ha seguido las normativas adoptadas por el Laboratorio de Hidráulica del INA hace más de tres décadas (Lopardo y Henning, 1985).

2. PRESIONES FLUCTUANTES EN RESALTO LIBRE

Para fines de carácter estructural, la intensidad de turbulencia en el interior del resalto puede ser definida en función de las fluctuaciones de presión que se ejercen sobre su base, usualmente mediante el parámetro adimensional C_p (Lopardo et al., 1982), donde ρ es la masa específica del fluido y U_1 la velocidad incidente al resalto:

$$C_p = \frac{\sqrt{p'^2}}{\rho \frac{U_1^2}{2}}$$

Podría decirse que, desde un punto de vista físico, C_p pretende interpretar la proporción de energía cinética incidente que se convierte en energía turbulenta.

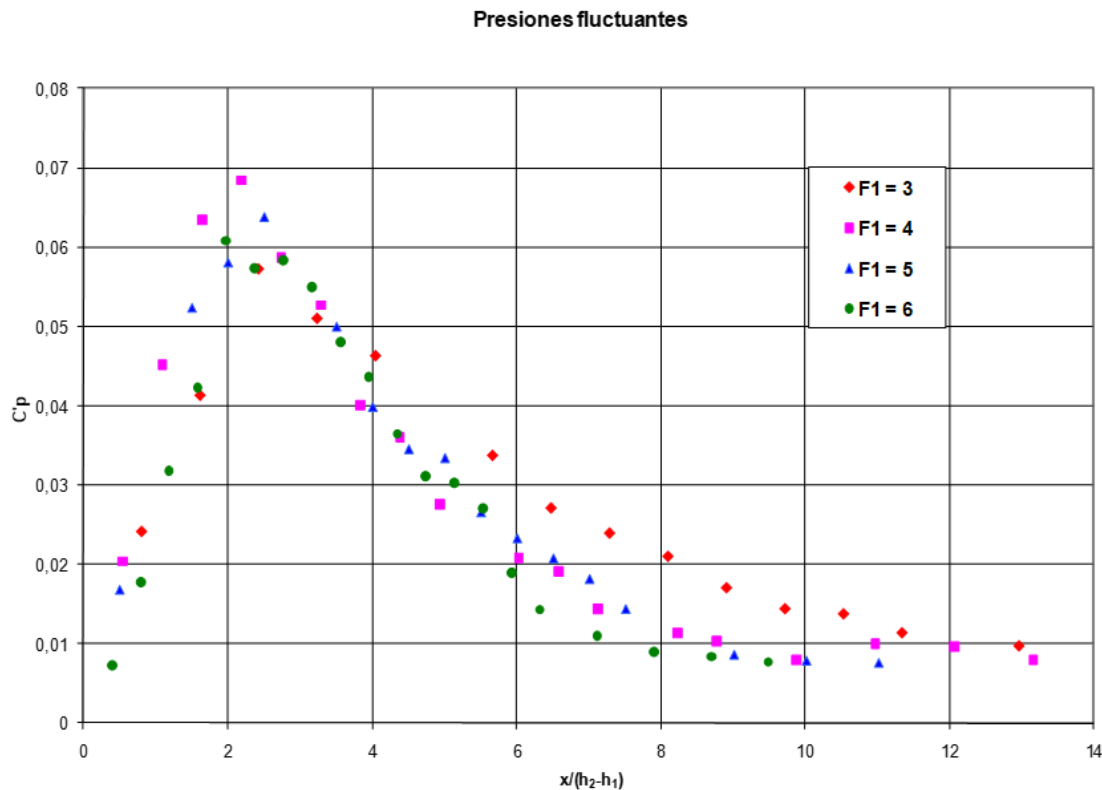


Figura 1. Presiones fluctuantes en resalto libre

La Figura 1 permite observar la distribución de presiones fluctuantes en la base de un resalto libre para cuatro diferentes números de Froude de ingreso, en función de una abscisa referida al salto $x/(h_2-h_1)$, donde h_1 y h_2 son los tirantes conjugados inicial y final del resalto

respectivamente. Con esa selección de variables, los datos experimentales de los cuatro casos presentan sus máximas amplitudes de fluctuación para una abscisa $x/(h_2-h_1) \sim 2$, un cambio de curvatura (punto de inflexión) cerca de una abscisa $x/(h_2-h_1) \sim 4$ y una zona de decaimiento similar para $4 < F_1 < 6$, con excepción del caso de $F_1 = 3$, que está por debajo de los “resaltos estables” y en medio de los “oscilantes”. De todos modos, para $x/(h_2-h_1) \sim 12$, el doble de la “longitud clásica del resalto” (Smetana, 1933), la fluctuación adimensional de presiones en ese caso también alcanza el rango de $C'p \sim 0,01$, que corresponde a una intensidad de turbulencia $I = 0,045$ referida a la velocidad media de ingreso del resalto, según la relación oportunamente propuesta (Lopardo, 2013).

3. DEFINICIÓN DE LA PRESIÓN MÍNIMA INSTANTÁNEA

Para el estudio de cavitación por pulsos de presión resultó indispensable analizar la amplitud de las fluctuaciones pues, aunque las presiones en valor medio estén muy lejos de la tensión de vapor (y en algunos casos sobre la atmosférica) los pulsos pueden tener valores extremos tan importantes que la rama negativa alcance a descender por debajo de la presión crítica y se genere erosión por cavitación en la estructura.

La utilización de un valor medio cuadrático de la fluctuación no resulta suficiente para caracterizar el fenómeno, pues se ha demostrado que en zonas de separación del flujo, donde la cavitación es más probable, la asimetría de la función densidad de probabilidad de amplitudes es significativamente negativa, por lo que el proceso allí no es en modo alguno gaussiano (Lopardo y Casado, 2007). Debido a ello, para determinar en un modelo físico la “tendencia a cavitación” se ha propuesto el uso de la semiamplitud negativa que tiene 0,1% de probabilidad de ser superada por valores más negativos (Lopardo, 1995). Tales valores han sido obtenidos para los estados clásicos de los casos generales estudiados anteriormente.

Los modelos físicos con similitud de Froude son excelentes medios de estudio práctico aún para el caso de flujos que puedan alcanzar el riesgo de cavitación por pulsos de presión en prototipo. Ese es el caso de los dientes de caída (*chute blocks*) y de choque (*baffle piers*) del cuenco amortiguador de Salto Grande, y muy recientemente verificado con los resultados del modelo de los bloques de disipación forzada del vertedero de Gatún, obra de descarga sobre el río Chagres correspondiente al Canal de Panamá, con el registro de valores puntuales en modelo que llegan a $p'_{0.1\%}$ sólo en los puntos donde los bloques del prototipo presentan pequeñas muestras de “picaduras” luego de más de un siglo de operación, incluso con caudales superiores a los de diseño (Lopardo et al. 2014).

Lo expuesto pone de manifiesto que el valor $p'_{0.1\%}$ es un valor de interés puntual para la tendencia a la cavitación, pero no existe ninguna referencia acerca de su utilización con comprobación en prototipo para adjudicarlo en forma global a una losa de piso de cuenco amortiguador, cuyas dimensiones lineales no hacen prever que tenga instantáneamente un valor siquiera aproximado a ese valor crítico de presión.

4. ESTABILIDAD DE LOSAS EN EL PISO DE RESALTO LIBRE

A efectos de estimar los esfuerzos alternativos sobre losas bajo un resalto hidráulico libre pueden tenerse en cuenta algunas características de las estructuras coherentes del flujo macroturbulento. El análisis de la función autocorrelación de las cargas aleatorias para diferentes posiciones a lo largo del piso bajo el resalto permite estimar aproximadamente una escala de tiempos de la turbulencia, así como obtener información adecuada en relación con los períodos de los vórtices fundamentales. Esta última información puede además ser obtenida a partir de los análisis espectrales de registros puntuales de presiones fluctuantes en la base de resaltos (Fattor et al., 1996).

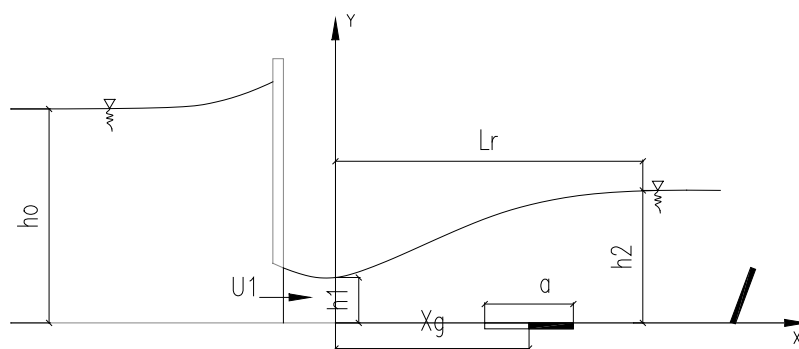


Figura 2. Esquema general del flujo

Una primera aproximación puede obtenerse a partir del conocimiento del coeficiente de autocorrelación de los esfuerzos fluctuantes para diferentes tamaños de losas componentes de un cuenco amortiguador dado por la relación a/h_1 , donde a es la dimensión de la losa en la dirección del flujo y h_1 es el tirante de ingreso al resalto libre (Figura 2). De esta manera la relación a/h_1 no sólo constituye un parámetro de dimensiones lineales sino también una referencia con respecto al tamaño de los torbellinos macroturbulentos en relación con la longitud de las losas. Por otra parte, el cálculo global de los esfuerzos a que está sometida cada losa componente del cuenco amortiguador y, fundamentalmente, la sollicitación que debe considerarse para dimensionar correctamente los eventuales anclajes de las mismas, puede en forma simplificada estimarse a partir de los análisis estadísticos puntuales de presión, a la que se suma la información existente acerca de los coeficientes de correlación de presiones fluctuantes en las direcciones longitudinal y transversal.

Para estructuras de dimensiones finitas, la fuerza inducida por el flujo puede considerarse como el resultado de la integración del campo de presiones que actúa sobre su superficie mojada. Según esa metodología simplificada, puede calcularse la longitud máxima de correlación espacio temporal de presiones instantáneas en la dirección de la corriente L_o , a través de la relación funcional siguiente $L_o/h_1 = f(x/h_1, F_1)$. De acuerdo con las experiencias en resalto libre (Lopardo et al., 1984) la longitud de base L_o de correlación instantánea aumenta a medida que la toma de base se desplaza hacia aguas abajo en el resalto y, para un dado valor

de x/h_1 , se incrementa para números de Froude incidentes crecientes. Desde un punto de vista práctico el ancho de base de correlación en el piso de un resalto libre y estable puede ser estimado mediante la expresión empírica:

$$L_o/h_1 = 0,3 (x/h_1) + 0,265 (F_1 - 1),$$

Por tratarse de una configuración bidimensional, se supone que la correlación transversal es cuasi total, hipótesis que, si bien no es estrictamente cierta, parece razonable de suponer a los efectos de cálculos prácticos. En general, la longitud de las losas es mucho mayor que la base de correlación interpretada a través de los valores medios cuadráticos, por lo que nunca estará solicitada por esfuerzos máximos de levantamiento simultáneamente en toda su longitud.

Ese efecto será improbable con valores extremos de baja probabilidad de ocurrencia, como es el caso del $p'_{1\%}$ y prácticamente imposible con el extremo $p'_{01\%}$ que en realidad sólo debería ser considerado determinante para evaluar la tendencia a cavitación de la estructura. Utilizando las mediciones de presiones instantáneas efectuadas en el Laboratorio de Hidráulica del Instituto Nacional del Agua de la Argentina es posible presentar en la Figura 3 y la Figura 4 los resultados de las fluctuaciones medias cuadráticas, con 5% de probabilidad de ocurrencia y con 0,1% de probabilidad de ocurrencia de ser superadas por semiamplitudes más negativas. Allí puede apreciarse que la semiamplitud con 5% de probabilidad resulta bastante mayor que la correspondiente al valor medio cuadrático (que no posee signo) y al que se ha asignado en general en promedio para calcular el levantamiento de losas y dimensionar sus anclajes. Ambas figuras contienen además de los valores de C'_p y $C'_{p5\%}$ los valores antes mencionados de $C'_{p0.1\%}$ a efectos de mostrar la gran diferencia entre los valores de cálculo que se sugieren para estabilidad de losas y el valor de la “presión mínima”, que se estima con 0,1% de probabilidad de ser superado por semiamplitudes más negativas.

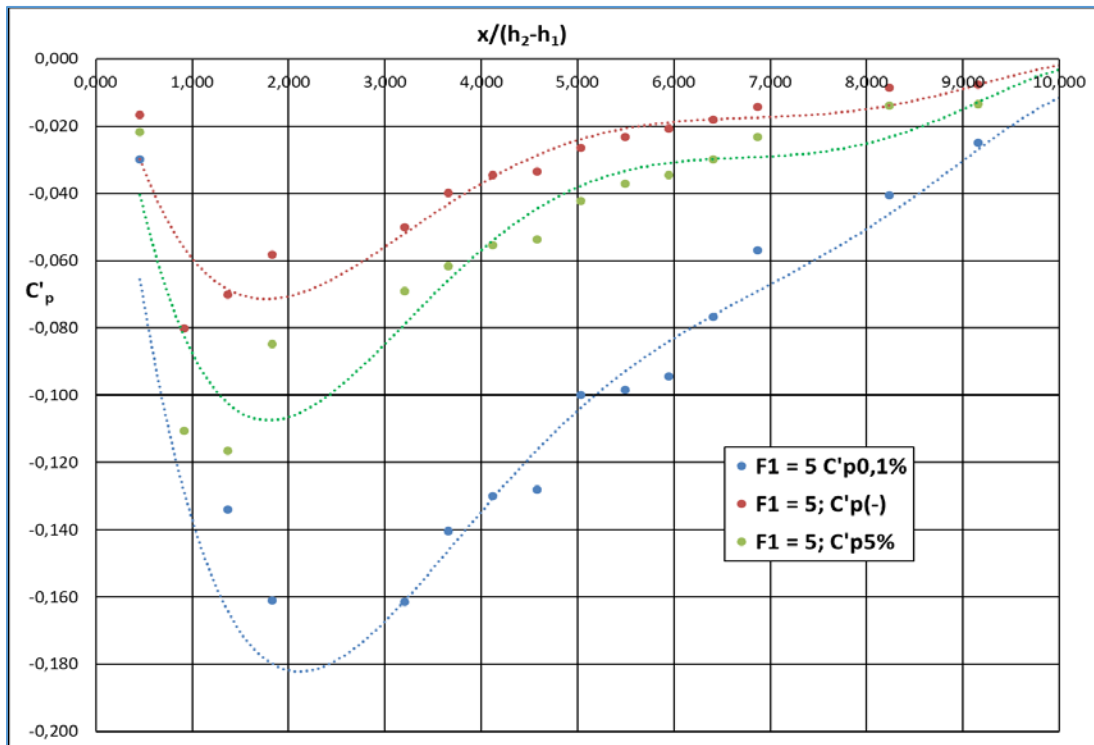


Figura 3. Semiamplitudes negativas de presiones fluctuantes para distintos valores de F_1

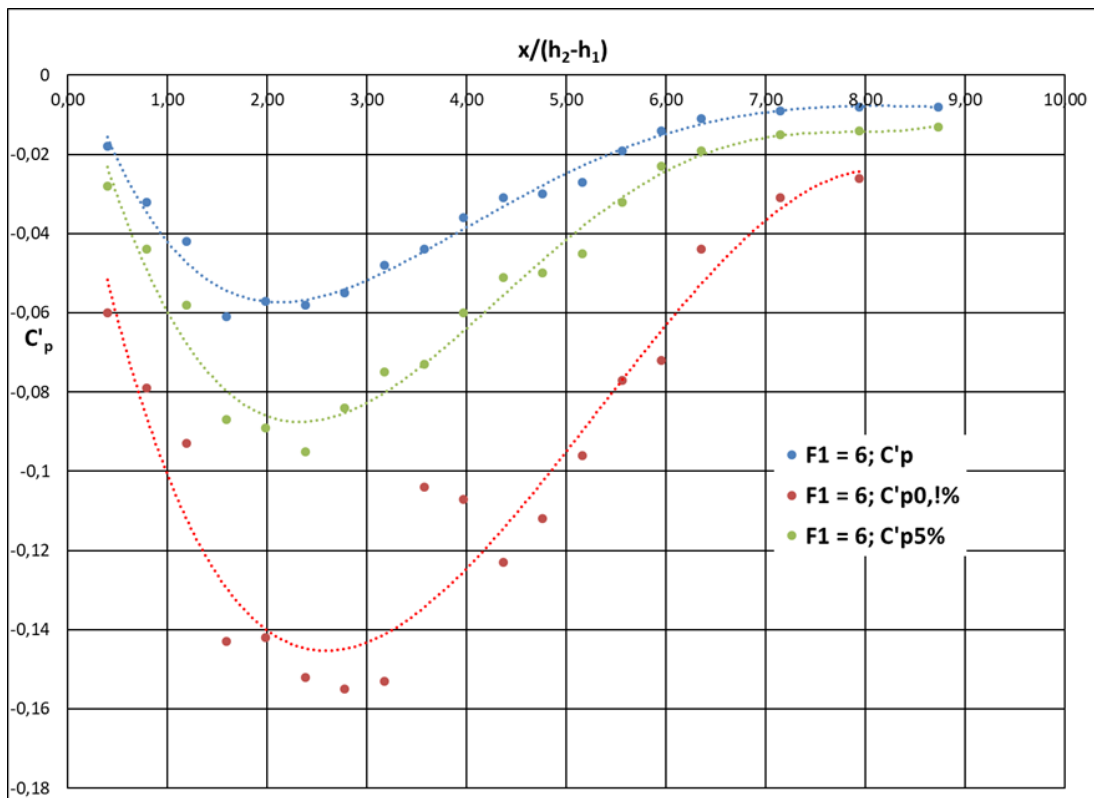


Figura 4. Semiamplitudes negativas de presiones fluctuantes para $F_1 = 6$

5. ESFUERZOS DE CORTE EN EL PISO DEL RESALTO

De acuerdo a lo propuesto recientemente (Lopardo y Lopardo, 2021) es posible considerar una vinculación razonable entre las expresiones de tensiones de corte τ y el coeficiente de presiones fluctuante $C'p$, mediante la siguiente expresión que permite aproximar un valor de tensión de corte a mínima distancia del piso:

$$\tau/(\rho U_1^2) = \lambda^2 C'p ,$$

donde el coeficiente adimensional λ puede ser estimado para resaltos libres en $\lambda = 0,6$ (Lopardo y Romagnoli, 2009).

Con los resultados experimentales mencionados para resaltos libre y estables con números de Froude de ingreso $F_1 = 5$ y $F_1 = 6$ se han representado las tensiones de corte en la base del resalto, adimensionalizadas de la forma habitual con la masa específica ρ y la velocidad incidente U_1 , en función de la abscisa referida al salto hidráulico $x/(h_2-h_1)$.

Como se ha expresado previamente, para este estudio se ha contado con resultados de resaltos denominados “estables”, para números de Froude de ingreso $F_1 = 5$ y $F_1 = 6$. Debe destacarse que las mediciones de tensiones de corte de Reynolds con anemometría acústica se efectuaron hasta resaltos con números de Froude incidente que no superaron $F_1 = 3$, debido a la incorporación de aire que presentan los casos con números de Froude mayores, que impide el adecuado funcionamiento del instrumental.

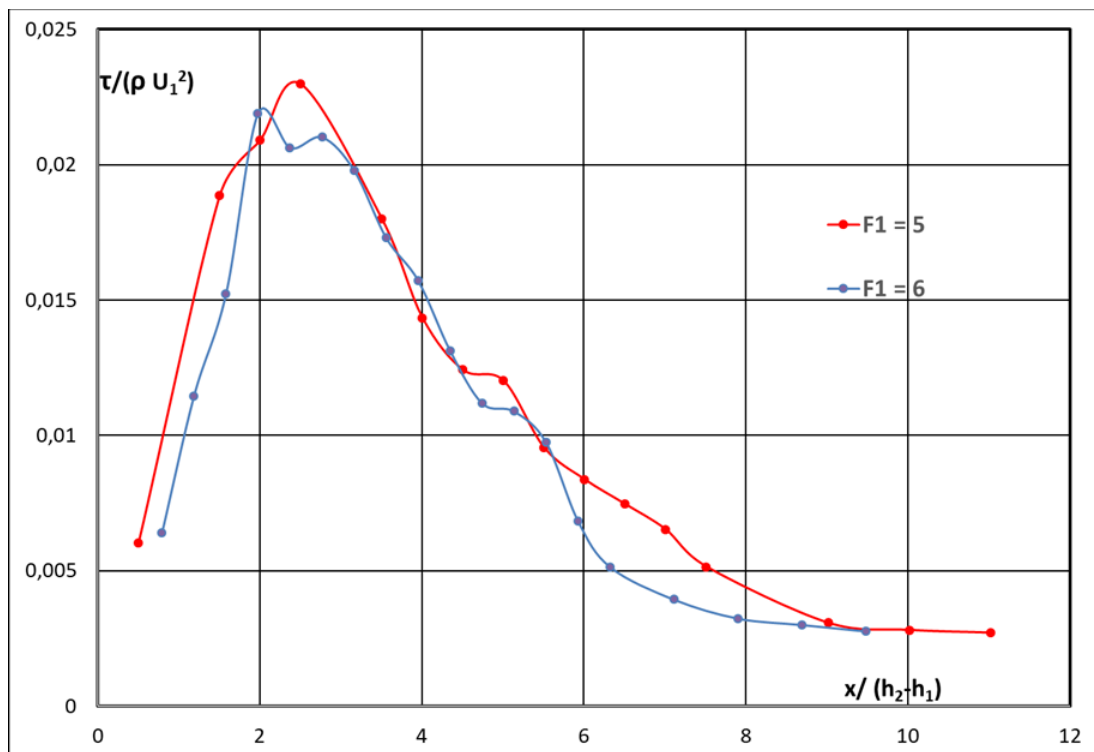


Figura 5. Tensiones de corte sobre la solera bajo resalto libre y estable

En la Figura 5 se puede apreciar la variación de tensiones de corte en el fondo, adimensionalizadas en función de la abscisa referida al salto hidráulico $x/(h_2-h_1)$. Los valores obtenidos son muy similares para las dos condiciones de ingreso ensayadas y se puede advertir que los órdenes de magnitud son muy bajos en relación con la energía cinética. Además, se reitera la observación para un cierto valor de $x/(h_2-h_1) \sim 4$, donde se produce un punto de inflexión en las curvas descendentes, la capa límite se despegga del fondo, con lo que el rozamiento con la solera podría perder aún más importancia, tal como ocurre en las fuerzas de arrastre sobre pilares o cilindros (Lopardo y Casado, 2007).

6. CONCLUSIONES

Se han analizado diversas experiencias de laboratorio determinando presiones fluctuantes macroturbulentas en la base de resaltos libres y estables, con números de Froude incidentes $F_1 = 5$ y $F_1 = 6$, obteniendo en cada caso diversos valores con distintas probabilidades de ocurrencia, determinables para casos particulares mediante modelo físico de escala adecuada, a efectos de ser utilizadas con el fin de determinar su responsabilidad respecto de acciones destructivas sobre la base y estructuras componentes de cuencos amortiguadores a resalto, tales como arrancamiento de losas, efectos de corte y cavitación intermitente. De la experiencia obtenida de estudios en prototipo y modelo de diversas obras hidráulicas, para la determinación de tendencia a la cavitación, se recomienda el uso de $p'_{0,1\%}$ (presión mínima con probabilidad de ocurrencia de ser superada sólo un 0,1% por valores más negativos). En el caso de los esfuerzos provocados por el flujo sobre las losas de un cuenco amortiguador se propone un valor menos extremo, debido a la condición de correlación espacio/temporal, sugiriéndose el uso de $p'_{5\%}$ (superable por presiones negativas con 5% de probabilidad). Finalmente, para la estimación de los esfuerzos de corte en la base del resalto se considera suficiente tomar como referencia el valor medio cuadrático de la fluctuación $\sqrt{p'^2}$.

REFERENCIAS

- Fattor, C., De Lio, J.C. and Lopardo, R.A. (1996): "Alternative forces on slabs in an energy dissipator", RIVERTECH'96, Chicago, Illinois, USA, Vol. 1, pp. 587-594.
- Lopardo, R.A. (1995): "Cavitation by macroturbulent pressure fluctuations in hydraulic jump stilling basins", Third International Symposium on Cavitation, Grenoble, Francia.
- Lopardo, R.A. (2013): "Extreme velocity fluctuations below free hydraulic jumps", Hindawi Publishing Corp., Journal of Engineering, Volume 2013, Research Article ID 678064.
- Lopardo, R.A., Bacchiega, J.D., Lopardo, M.C, Fattor, C.A., Marmonti, I. y Bernardo, T., (2014): "Modelación física de flujo macroturbulento en dissipador a resalto forzado", XXVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, IAHR, Santiago, Chile.
- Lopardo, R.A., De Lío, J.C. and Vernet, G.F. (1982). "Physical modelling on cavitation tendency for macroturbulence of hydraulic jump", BHRA Proc. International Conference

- on the Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures, Coventry, England, pp. 109-121.
- Lopardo, R.A. and Casado, J.M. (2007). "Boundary layer separation beneath submerged jump flows", en Harmonizing the Demands of Art and Nature in Hydraulics, Proceedings of the XXXII IAHR Congress, Venezia, Italy.
- Lopardo, R.A. and Henning, R.E. (1985). "Experimental advances on pressure fluctuations beneath hydraulic jumps", Proceedings of the 21st IAHR Congress, Melbourne, Australia, Vol. 3, pág. 633-638.
- Lopardo, R.A. y Lopardo, M.C. (2021). "Una aproximación a las tensiones de corte en la base de resalto hidráulico libre y estable", XXII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Acapulco, México (en prensa).
- Lopardo, R.A. and Romagnoli, M. (2009). "Pressure and velocity fluctuations in stilling basins", Advances in Water Resources & Hydraulic Engineering, Vol. VI, Edited by Zhang, C. & Tang, H., Springer Verlag, pág. 2093-2098.
- Lopardo, R.A., Vernet, G.F. y Henning, R.E. (1984): "Correlación de presiones instantáneas inducidas por un resalto hidráulico libre y estable", Anales del XI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, I.A.H.R., Buenos Aires, Vol. 1, pág. 23-34.
- Smetana, J. (1933): "Experimental study of hydraulic jump" (en idioma checo), Zprávy Vernejší Služby Technoké, c. 2-143, Checoslovaquia.

ACERCA DE LOS AUTORES

RAÚL ANTONIO LOPARDO: Ingeniero Hidráulico y Civil UNLP, Argentina y Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Toulouse, Francia. Profesor Extraordinario de Hidráulica Básica en la UNLP. Ex Presidente del Instituto Nacional del Agua. Miembro Titular de las Academias Nacionales de Ingeniería y de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Premio "Konex" de Platino en Ciencia y Tecnología década 2003-2013. Autor de más de 200 publicaciones en ciencias del agua.

MARÍA CECILIA LOPARDO: Ingeniera Hidráulica y Civil UNLP, La Plata, Argentina. Profesora Adjunta de Trabajo Profesional y Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Buenos Aires. Jefe de Trabajos Prácticos del área Hidráulica Básica de la UNLP. Investigadora del Laboratorio de Hidráulica y Miembro del Programa estratégico de riesgo hídrico urbano y rural en el Instituto Nacional del Agua, Autora o coautora de más de 50 publicaciones en hidráulica.

SUPERFICIES SUPERHIDROFÓBICAS BIOMIMÉTICAS PARA LA REDUCCIÓN DE LAS FUERZAS DE ARRASTRE

BELÉN BARRAZA¹, ANDREAS ROSENKRANZ¹ Y HUMBERTO PALZA²

¹Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales.
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile
bbarraza@ing.uchile.cl, arosenkranz@ing.uchile.cl

² Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales.
Advanced Mining Technology Center (AMTC)
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
hpalza@ing.uchile.cl

RESUMEN

Las superficies superhidrofóbicas se caracterizan por tener un gran ángulo de contacto. Se ha reportado que ellas son capaces de lograr una reducción de las fuerzas de arrastre tanto en flujos laminares como turbulentos, debido a su topografía jerárquica que permite la existencia de espacios de aire entre el material sólido y el fluido (agua). Esta reducción puede alcanzar hasta el 50%, lo cual implica un ahorro energético relevante para diversas aplicaciones industriales. El presente trabajo presenta la fenomenología detrás de esta disminución. Por otra parte, existen superficies en la naturaleza que son superhidrofóbicas, tales como la flor de loto y la hoja de arroz, y la biomimética busca el desarrollo de nuevos materiales con topografías inspiradas en ellas. Se presentan los resultados preliminares de la manufactura de un nuevo material superhidrofóbico biomimético, producido mediante impresión 3D por estereolitografía cubierto de nanopartículas de dióxido de titanio modificado, con lo cual se han logrado superficies con ángulo de contacto de 168°.

Palabras claves: arrastre, capa límite, superhidrofobicidad, impresión 3D, biomimética.

1. INTRODUCCIÓN

La reducción de las fuerzas de arrastre en fluidos limitados por una superficie sigue siendo un gran desafío para la ingeniería, ya que estas generan un gasto energético importante para la industria. Esta fuerza además aumenta considerablemente por la acumulación de suciedad en las superficies, por ejemplo, de material inerte, corrosión y *biofouling* (adhesión de microorganismos). Dentro del total de las fuerzas de arrastre en condiciones subsónicas, el arrastre viscoso domina y es el que requiere de una mayor cantidad de energía para superarlo (West et al., 2018). Ha sido reportado que esta fuerza es responsable por entre el 30-50% de la resistencia al flujo en aeronaves militares, 70% en naves marítimas y 100% en tuberías (Bushnell, 1990). Desde su descubrimiento accidental por Toms (Toms, 1948) en 1948, quien agregó un polímero a un flujo en tuberías con régimen turbulento y observó una disminución en la caída de presión, la reducción de las fuerzas de arrastre está constantemente en el

objetivo de las científicas y científicos, dada su potencialidad para reducir el gasto energético de distintos procesos.

2. LAS FUERZAS DE ARRASTRE Y LA VELOCIDAD DE DESLIZAMIENTO

Una de las características que define a un fluido es que se trata de un medio continuo que no tiene una forma definida, como es el caso de los sólidos, sino que toma la forma del recipiente que lo contiene. Esto quiere decir que distintas partes del fluido pueden ser ordenadas de distintas formas, sin afectar sus propiedades macroscópicas. El hecho de que puede ocurrir movimiento relativo entre distintas porciones de un fluido, cuando sobre él actúan fuerzas, es lo que sienta las bases para el estudio de la fluidodinámica (Batchelor, 2000).

Dos tipos de fuerzas pueden ser ejercidas en un medio continuo: volumétricas o másicas (gravitacionales, electromagnéticas, entre otras) y de superficie (por ej., presión y roce viscoso). Para el caso de la fuerza de arrastre, que es aquella que se requiere para mover un objeto a través de un fluido o un fluido a través de un dispositivo (Rothstein, 2010), resulta clave la transferencia de momentum entre la fuerza hidrodinámica ejercida y la disipación de esta mediante mecanismos moleculares propios del fluido (viscosidad). La razón entre la fuerza ejercida y el área de la superficie sobre la cual actúa corresponde al esfuerzo percibido por el fluido (Ec. 1).

$$f = \frac{dF^s}{dS} \quad (1)$$

A medida que la superficie disminuye hacia un área infinitesimal, el esfuerzo promedio tiende a un límite definido como la tracción ejercida sobre el fluido (Pozrikidis, 2009). Esta tracción será la que dificultará el movimiento del fluido que tiene contacto con la superficie, la cual puede llegar incluso a impedir el flujo relativo a la pared, lo cual se conoce comúnmente como condición de no deslizamiento.

La fuerza de arrastre en fluidos se presenta de diversas formas, siendo las más comunes el arrastre por presión y el arrastre por fricción o roce. El arrastre por presión está asociado a la energía necesaria para mover fluido desde el frente de un objeto sumergido en él hacia atrás del mismo. La magnitud de este esfuerzo puede ser reducido variando la forma de la superficie del objeto (haciéndolo más hidro/aero-dinámico), facilitando así el movimiento del fluido. El esfuerzo viscoso generado por el roce es causado por la interacción entre el fluido y la superficie del objeto, y su magnitud puede ser modificada al variar la viscosidad del fluido o las características fisicoquímicas de la superficie. La relevancia de cada tipo de fuerza se puede cuantificar a través del número de Reynolds, número adimensional definido como la relación entre la inercia y las fuerzas viscosas en el sistema, que para un fluido moviéndose en una tubería tiene un valor de:

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (2)$$

Donde ρ corresponde a la densidad del fluido, μ la viscosidad del fluido, V y L la velocidad del flujo y la longitud característica del sistema, respectivamente (Pozrikidis, 2009). Para flujos en tuberías cilíndricas V es la velocidad media del flujo y L corresponde al diámetro, de tal manera que para $Re < 2300$ corresponde a un flujo laminar, y $Re > 4000$ corresponde a un flujo turbulento.

Los flujos de fluidos con muy baja viscosidad, y por ende números de Reynolds muy elevados, son comunes en aplicaciones técnicas. Sin embargo, las aproximaciones que se utilizan comúnmente para resolver el movimiento del seno del flujo (ej. flujo potencial) no son válidas para las fronteras del sistema, donde la viscosidad del fluido interactúa con la pared que lo contiene y su velocidad disminuye radicalmente (llegando incluso a ser nula), debido a las fuerzas de arrastre. Cuando el número de Reynolds es elevado, esta transición ocurre en una pequeña capa de fluido, la cual fue llamada “capa límite o capa de fricción” por Prandtl en el año 1904 (Schlichting & Gersten, 2017). Esta capa disminuye su espesor a medida que aumenta el número de Reynolds, es decir si disminuye la viscosidad del fluido. El concepto de capa límite implica entonces que los flujos a alto número de Reynolds pueden ser divididos en dos: una capa externa donde la viscosidad puede ser obviada, la cual corresponde a una solución invíscida, y una región interna muy delgada donde la viscosidad sí debe ser considerada. Para resolver el sistema completo, ambas soluciones deben coincidir cuando la capa límite alcanza su espesor δ , donde la velocidad de esta coincide con la del seno. Dentro de la capa límite puede existir flujo laminar y turbulento. Un mayor espesor de capa límite implica que la superficie sólida disipa una cantidad mayor de la energía contenida en el flujo. Las características del material, tanto físicas (topográficas) como químicas (composición) podrán modificar esta longitud.

Para un fluido que se desplaza sobre una superficie, la capa límite nace en el borde del material que tiene contacto con el fluido, desde una velocidad nula. Esta condición, conocida como condición de no deslizamiento, es una aproximación que se utiliza por conveniencia para la mayoría de los casos en que se modela el movimiento de fluidos (Batchelor, 2000). Sin embargo, en 1823 Navier propuso el concepto de “condición de borde de deslizamiento”, que reconoce la existencia de una velocidad de deslizamiento u_0 en la pared de algunos materiales que permiten una velocidad distinta de cero en la primera capa de fluido (Figura 1).

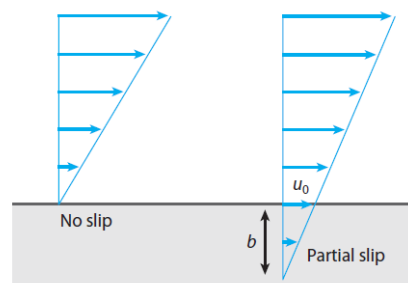


Figura 1: Esquema de la condición de borde de deslizamiento (Rothstein, 2010), donde $u_0 \neq 0$. En este esquema, b representa el desplazamiento teórico de la capa límite hacia el interior del material.

Esta velocidad de deslizamiento existe cuando la fuerza de tracción ejercida por la superficie sólida no es suficiente para frenar del todo la capa de fluido adyacente a ella, lo cual puede ocurrir gracias a las características fisicoquímicas del material y su interacción con el fluido. Debido a esto, habrá una menor pérdida de energía por parte del fluido, lo cual se verá reflejado en una disminución en la pérdida de carga en el caso de flujos confinados en tuberías o canales. Asimismo, existirá bajo estas condiciones una menor fuerza de arrastre. Por otra parte, una velocidad de deslizamiento distinta de cero podrá disminuir la ocurrencia de fouling (ej. corrosión, biofouling) o de acumulación de suciedad en el material que conforma la superficie, ya que se evita el estancamiento de una pequeña película de fluido con velocidad nula.

Existen dos categorías para las técnicas de disminución de las fuerzas de arrastre (West et al., 2018):

- a. Métodos activos: se basan en la modificación de las propiedades y comportamiento del flujo. Como ejemplos se encuentran la adición al fluido de microburbujas, polímeros, surfactantes y micro sólidos, entre otros.
- b. Métodos pasivos: se basan en la modificación de la estructura de la capa límite del flujo en la pared del objeto, a través de cambios estructurales y fisicoquímicos de la superficie. Entre ellos se encuentran el uso de microestructuras (*riblets*, postes, agujeros), paredes oscilantes, paredes flexibles y superficies que soporten una capa de aire que funciona como lubricante entre el fluido y la pared (tales como paredes con inyección de aire). De estas superficies, se destacan las superficies superhidrofóbicas por su capacidad de generar múltiples atributos al sistema (sistemas multifuncionales)

3. SUPERFICIES SUPERHIDROFÓBICAS

3.1 Definición

Uno de los métodos pasivos para la reducción de las fuerzas de arrastre mencionados es el uso de materiales superhidrofóbicos en las superficies que tienen contacto con el fluido. La superhidrofobicidad es un tipo de mojabilidad (en inglés “*wettability*”) de superficies. Los distintos tipos de mojabilidad (superhidrofílica, superhidrofóbica, superoleofílica y superoleofóbica) son esenciales para numerosos procesos biológicos y técnicos (Wang et al., 2015). La mojabilidad de una superficie se define a partir del coeficiente de esparcimiento $S = \gamma_{SV} - \gamma_{LV} - \gamma_{LS}$, donde γ_{SV} , γ_{LV} y γ_{LS} son las tensiones interfaciales sólido-vapor, líquido-vapor y líquido-sólido del sistema, respectivamente (Israelachvili, 2011). Para coeficientes mayores que cero ($S > 0$), la superficie se encuentra totalmente mojada por el líquido, mientras que para $S < 0$ el sólido está solo parcialmente mojado por el líquido, teniendo una estructura esférica con un ángulo de equilibrio (θ_E) definido por Young en 1805 como (Rothstein, 2010):

$$\theta_E = \cos^{-1} \left[\frac{(\gamma_{SV} - \gamma_{LS})}{\gamma_{LV}} \right] \quad (3)$$

Para superficies con un ángulo de contacto estático $\theta_E < 90^\circ$, la superficie se considera hidrofílica, y para $\theta_E \geq 90^\circ$, se considera hidrofóbica (Figura 3). La superhidrofobicidad es la tendencia de una superficie a repeler gotas de agua, y es una característica distintiva de la hoja de flor de loto. Una superficie se puede calificar como superhidrofóbica cuando posee un ángulo de contacto estático $\theta_E > 150^\circ$, una baja histéresis de ángulo de contacto (diferencia entre el ángulo de escurrimiento de avance y el de retroceso) ($< 10^\circ$), un bajo ángulo de deslizamiento ($< 5^\circ$) y una alta estabilidad en el estado Cassie (donde la gota de agua interactúa con la superficie sólida y con espacios de aire atrapado entre ellas) (Jeevahan et al., 2018).

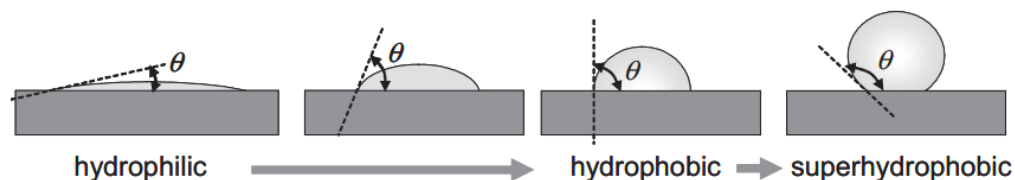


Figura 2: Distintos tipo de mojabilidad para superficies que interactúan con agua (Förch et al., 2009).

Las superficies superhidrofóbicas se caracterizan por tener una estructura jerárquica, que combina rugosidades micro y nanométricas, las cuales permiten al material almacenar espacios de aire al momento de tener contacto con una gota de agua. Estos espacios de aire acumulados disminuyen el esfuerzo de corte que percibe el agua al fluir por la superficie.

Estas superficies tienen aplicaciones en ámbitos como superficies anti-congelamiento, auto-limpiantes, reductoras de arrastre, anti-niebla, resistentes al agua, anti-reflectivas, para la separación de aceite y agua, y superficies para catálisis eficientes, entre otras (Jeevahan et al., 2018). Sin embargo, se resalta el desarrollo de materiales que disminuyan las fuerzas de arrastre tanto en regímenes laminares como turbulentos (Golovin et al., 2016; Guo et al., 2019; Jung & Bhushan, 2010).

3.2 Superhidrofobicidad para la reducción de las fuerzas de arrastre

Resulta poco intuitivo pensar que agregar rugosidades a una superficie puede permitir disminuir la resistencia que esta opone al avance de un fluido. En una superficie común, un aumento en la rugosidad del material aumentará la turbulencia de un fluido viscoso, por lo cual se deben diseñar específicamente rugosidades capaces de disminuir las fuerzas de arrastre. Numerosos estudios (Bixler & Bhushan, 2013; Daniello et al., 2009; Gad-El-Hak, 2002; Y. C. Jung & Bhushan, 2010; Schnell, 1956; Song et al., 2014; Srinivasan et al., 2015; Yunqing et al., 2017; Zhang et al., 2010, 2012) han demostrado que la estructura jerárquica de las superficies superhidrofóbicas es capaz de generar una velocidad de deslizamiento en la capa límite, a partir de una disminución en el esfuerzo de corte percibido por el fluido debido a la permanencia de pequeños espacios de aire, requiriéndose menos fuerza para mover el fluido que está en contacto con el material (Jung et al., 2016). Este fenómeno ha sido observado tanto en flujos laminares (Lee et al., 2016) como turbulentos (Golovin et al., 2016). En el caso de la capa límite laminar, las superficies superhidrofóbicas son de especial

interés para la reducción de arrastre, ya que a escala milimétrica no existe otra metodología para lograr este efecto (Martell et al., 2010).

Distintos autores han reportado una disminución en las fuerzas de arrastre debido a la presencia de superficies superhidrofóbicas, tanto para simulaciones numéricas (Martell et al., 2010; Park et al., 2013), como para montajes experimentales (Srinivasan et al., 2015). La dificultad del uso de superficies superhidrofóbicas en flujos turbulentos radica en el desafío de mantener estables los espacios de aire entre las microestructuras, ya que los vórtices generados en las paredes producirán variaciones de presión que pueden provocar un desequilibrio en la interfaz líquido-aire. Es en este punto donde las simulaciones numéricas son de gran ayuda, ya que es posible fijar la condición de borde en el material para que esto no ocurra, y así lograr comprender esta fenomenología. Por ejemplo, Hénoch (Hénoch et al., 2006) obtuvo disminuciones de arrastre mediante simulaciones numéricas de hasta un 50% en flujos laminares en una superficie con micro estructuras, sin embargo esto no se replicó para flujos turbulentos. Lo mismo ocurrió en el caso de Aljalís et al. (2013), quienes obtuvieron disminuciones del orden de un 30% para flujos laminares, sin embargo las fuerzas de arrastre mostraron un incremento para el caso turbulento. Esto se debe a que, cuando el fluido ingresa a los espacios de aire, el estado Cassie (que se caracteriza por la permanencia de los espacios de aire en el material) pasa a ser un estado Wenzel, que se caracteriza por mostrar una importante adherencia al fluido y, por ende, una mayor resistencia al flujo. Los autores Martell et al. (2010) desarrollaron simulaciones numéricas para flujos turbulentos, obteniendo una velocidad de deslizamiento máxima correspondiente al 80% de la velocidad en el seno del flujo, y una reducción del esfuerzo de corte en la pared mayor al 50%. Los autores concluyen que para el caso de una superficie superhidrofóbica, es posible mover una mayor masa de fluido a través de un canal, con un mismo esfuerzo.

Así también existen casos experimentales donde se ha tenido éxito en la disminución del arrastre en ambos tipos de flujo. Ou y Rothstein (Ou et al., 2004) lograron una reducción de la pérdida de carga para micro canales superhidrofóbicos en superficies de silicona modificadas químicamente de un 40 y 50% para flujos laminares y turbulentos, respectivamente. Daniello et al. (2009) observaron una disminución de las fuerzas de arrastre para una topografía de microcanales, que aumentaba con el incremento del número de Reynolds. Utilizando superficies de PDMS (polidimetilsiloxano) con micro patrones, demostraron que las mismas superficies que se pueden utilizar para la disminución de arrastre en flujos laminares (micro canales) funcionan para flujos turbulentos, logrando bajas en los valores de caída de presión que corresponderían a una disminución de hasta un 50% en las fuerzas de arrastre.

En resumen, la reducción de arrastre en superficies superhidrofóbicas tiene diferentes mecanismos dependiendo del régimen de flujo: para flujos laminares se basa en la interacción del fluido con una superficie compuesta de espacios de sólido y espacios de aire, mientras que para flujos turbulentos se basa en una estabilización de los vórtices en los espacios donde para el caso laminar se retiene aire, lo que ocurre en superficies con topografías específicas. De lo anterior se deduce que el desarrollo de superficies con estructuras jerárquicas

superhidrofóbicas que logren disminuir las fuerzas de arrastre en fluidos permitiría un gran aporte en el transporte de fluidos a diversas escalas, haciéndolo más eficiente y sustentable.

3.3 Manufactura avanzada de superficies superhidrofóbicas

Las superficies superhidrofóbicas sintéticas se comenzaron a fabricar a fines de la época de los años 90's, y actualmente la cantidad de publicaciones en este ámbito ascienden a 13500 (Erbil, 2020). Sin embargo, la producción de estas superficies para en una escala industrial enfrenta grandes desafíos, dada su complejidad de fabricación (costo) y la fragilidad de los fenómenos fisicoquímicos que sostienen los tan preciados espacios de aire.

Para que una superficie sea superhidrofóbica, no solo es necesario modificar su composición química, sino que es esencial una modificación física de la textura. Los ejemplos encontrados en la naturaleza, como la hoja de flor de loto, combinan tanto la rugosidad de la superficie (en este caso, micro papilas) como la composición química de esta (nanopartículas de cera) (Bhushan & Jung, 2011). Según esto, existen dos métodos de fabricación para estas superficies, que buscan generar una estructura jerárquica superhidrofóbica:

- a. Modificar físicamente superficies hidrofóbicas.
- b. Aplicar un recubrimiento hidrofóbico a una superficie rugosa hidrofílica.

Para lograr estas modificaciones, existen procedimientos físicos, químicos, y una tercera categoría que contempla una combinación de ambos. El detalle de las distintas técnicas se puede encontrar en la revisión de Wang et al. (Wang et al., 2015).

La impresión 3D (también llamada manufactura por adición), es un conjunto de procesos que producen objetos a través de la adición de material en capas, las que corresponden a sucesivas secciones transversales de un modelo 3D. Los plásticos y las aleaciones de metal son los componentes más usados para impresión 3D, pero se puede utilizar casi cualquier material, desde hormigón hasta tejido vivo. El proceso de impresión 3D (para cualquiera de las técnicas mencionadas) se puede dividir en cuatro pasos: (i) diseño y creación de un modelo computacional, (ii) división del modelo en capas 2D de espesor uniforme, (iii) impresión y (iv) post-procesamiento del objeto impreso (Jafari et al., 2019). Esta última etapa es muy relevante para la calidad del objeto final. La técnica presenta grandes ventajas para la impresión de objetos en términos de precisión, posibilidades de variaciones en el diseño y de producción en serie, logrando diseños que no se pueden llevar a cabo mediante ninguna otra técnica de manufactura, y ha sido utilizada como base para el desarrollo de superficies superhidrofóbicas (He et al., 2017; Lee et al., 2019; Milionis et al., 2014, 2016).

Los tres tipos de impresión 3D más utilizados para el desarrollo de superficies superhidrofóbicas son la fotopolimerización en tina (SLA y TPP) y el método de deposición fundida (FDM). La calidad de la impresión depende fuertemente de la calidad del material utilizado, e incluso se pueden utilizar algunos que ya muestran características hidrofóbicas. Es importante considerar que la mayoría de las resinas poliméricas que se utilizan para la impresión 3D son hidrofílicas por naturaleza (Jafari et al., 2019), por lo cual comúnmente es necesario aplicar un recubrimiento de nanopartículas en su superficie para lograr la

superhidrofobicidad. Además, se ha observado que las capas de material que son intrínsecas a esta técnica pueden aportar una nanoestructura que favorecerá la acumulación de espacios de aire. Estas capas también aportan anisotropía a la superficie impresa, lo cual debe ser un factor para considerar al momento de la impresión. Por otra parte, la estabilidad temporal de estos materiales sigue siendo un desafío, debido a las dimensiones micrométricas de las estructuras impresas (Jafari et al., 2019).

De las diferentes técnicas de manufactura aditiva, se destaca la impresión 3D estereolitográfica por ser una técnica muy versátil y de alta resolución. En ella, un haz de luz en el espectro UV se utiliza para endurecer una resina polimérica fotosensible, a partir de un modelo 3D computacional. Esta técnica permite variar las dimensiones y la forma de un diseño micrométrico con mucha libertad, dependiendo de las características de precisión del láser de la impresora que se esté utilizando (que puede ser incluso menor a los 50 μm) y de las características fisicoquímicas del polímero con el que se trabaja (Yan et al., 2020). Por esto, se trata de una herramienta muy útil para manufacturar la topografía necesaria en una superficie superhidrofóbica.

4. SUPERFICIES BIOMIMÉTICAS PARA LA REDUCCIÓN DEL ARRASTRE

Biomimética es una palabra derivada del término griego “biomimesis”: imitar a la biología, a la naturaleza viviente, o a los organismos vivos. Existen ejemplos en la naturaleza de superficies con características particularmente beneficiosas para la reducción de arrastre. Los autores Bixler & Bhushan (2012) han trabajado en la caracterización superficial a través de imágenes (Figura 4) y de la medición del ángulo de contacto de la piel de tiburón, la hoja de la flor de loto, la hoja de la planta de arroz y las alas de mariposa, que llaman la atención por la forma en que interactúan con el agua.

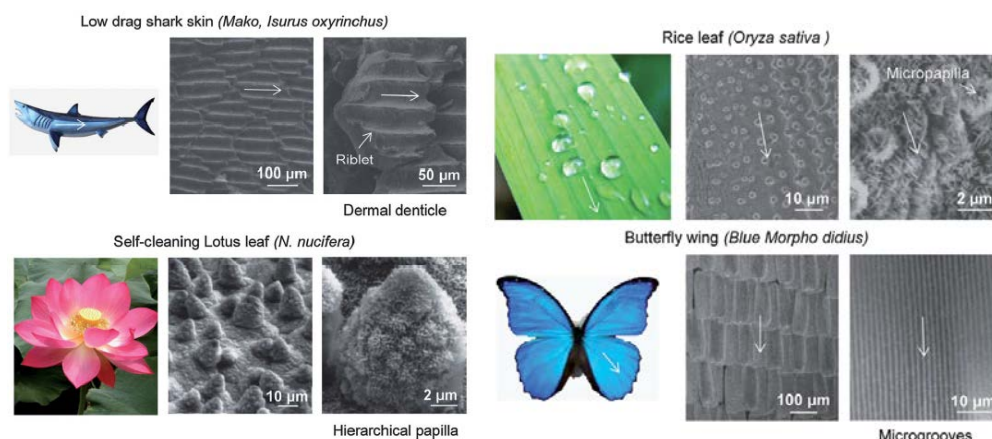


Figura 3: Imágenes SEM de las superficies del tiburón mako, la hoja de la flor de loto, la hoja de la planta de arroz y el ala de mariposa (Bixler & Bhushan, 2013).

La piel del tiburón cuenta con micro canales ubicados sobre dentículos (escamas duras capaces de cambiar su inclinación), lo cual permite que el animal alcance grandes

velocidades por su capacidad de disminuir las fuerzas de arrastre y que nunca presente *biofouling* (acumulación de microorganismos) en su superficie, a diferencia de otras especies. Esta superficie ha sido ampliamente estudiada por su capacidad de disminuir las fuerzas de arrastre (Büttner & Schulz, 2011; Fu et al., 2017; Liu et al., 2019; Martin & Bhushan, 2016; Wen et al., 2014), sin embargo su mecanismo natural no es superhidrofóbico. Por otra parte, la hoja de la flor de loto presenta características auto limpiantes, gracias a su estructura que contiene micro papilas con nanopartículas de cera en su superficie, lo que le provee características superhidrofóbicas (Bhushan, 2018). La hoja de arroz y las alas de mariposa son casos especiales que combinan los mecanismos de la piel de tiburón y de la hoja de flor de loto, pero además cuentan con una estructura anisotrópica. La primera cuenta con micro canales en la dirección del flujo, donde sobre ellos se encuentran nano papilas hidrofóbicas, que le otorgan una característica auto limpiante similar a la flor de loto. La segunda tiene un mecanismo similar, pero en vez de papilas cuenta con una nanoestructura de escamas que impiden que el fluido se acumule en el cuerpo del insecto y solo pueda escurrir hacia afuera, similares a los dentículos de la piel de tiburón. La hoja de arroz presenta una ventaja en términos de fabricación de la superficie en comparación con el ala de mariposa (que es la otra opción que con una estructura jerárquica que favorece el flujo en una dirección sobre su superficie), ya que esta consiste en simples micro canales (*riblets*) en la dirección del flujo, donde sobre ellos existen papilas con una nanoestructura que aporta hidrofobicidad (estructura jerárquica).

En el caso de la topografía de la hoja de arroz, se han desarrollado superficies biomiméticas para la modificación de la mojabilidad de las mismas utilizando diversos métodos, tales como micro moldeo, litografía de nano impresión y fotolitografía (Lee et al., 2013). Como ejemplo, los autores Bixler & Bhushan (2013) utilizaron superficies de polidimetilsiloxano (PDMS) con el sistema de moldes, hidrofobizadas a partir de la aplicación de nanopartículas de silica gel, obteniendo un ángulo de contacto de 155°. La mayoría de las referencias estudiadas utilizan este material mediante el sistema de moldes, elaborados por distintas técnicas que permiten detalles nanométricos en la superficie (Cao et al., 2019). Sin embargo, esta metodología experimental para la topografía de la superficie (que requiere del uso de vacío), puede resultar engorrosa en el caso de querer producir grandes piezas o trabajar con producciones en serie (Ye et al., 2009). En lo que se refiere a la técnica de impresión 3D, los autores Lee et al. (2019) desarrollaron mediante impresión 3D por deposición fundida (FDM, por su sigla en inglés) de filamentos de ácido poliláctico (PLA, por su sigla en inglés) una superficie similar a la de la hoja de arroz. El procedimiento de impresión se basa en la obtención de microcanales que posteriormente fueron recubiertos con nanopartículas de silica gel, mediante la técnica de recubrimiento por inmersión (*dip coating*). Los autores destacan la relevancia de la microestructura impresa en la mojabilidad de la superficie, ya que el material liso tiene un ángulo de contacto de 74°, el cual solo mejora hasta 114° con el recubrimiento de nanopartículas, mientras que mediante la estructura jerárquica logran un ángulo de contacto que alcanza los 157°.

5. EJEMPLO

Nuestro grupo ha desarrollado una nueva superficie superhidrofóbica biomimética de la hoja de arroz, que se caracteriza por tener un ángulo de contacto de 164° . Esta se llevó a cabo mediante la impresión 3D SLA de una superficie con microcanales de dimensiones: $50\text{ }\mu\text{m}$ de alto por $100\text{ }\mu\text{m}$ de ancho y espaciados por $100\text{ }\mu\text{m}$. La superficie impresa se recubre con nanopartículas de dióxido de titanio (TiO_2) modificadas, ya que estas han demostrado tener la capacidad de aportar hidrofobicidad a distintas superficies tales como esponjas de celulosa (Zhang et al., 2017), polidimetilsiloxano (PDMS, por su sigla en inglés) (Qin et al., 2019) y placas planas de vidrio (Zhang et al., 2013).

5.1 Métodos experimentales

El material base para la superficie se trata de una resina polimérica curada con luz UV, mediante la impresora 3D SLA Formlab 2, (Figura 4) presente en el Laboratorio de Ingeniería de Polímeros del Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales (DIQBTM), de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas (FCFM), Universidad de Chile. Para la impresión del sólido, se realiza un diseño utilizando el software Autocad. El polímero base para la impresión de la superficie se trata de la resina del tipo Clear de la marca Formlab, compuesta por (%w/w): dimetacrilato de uretano (55-70), monómeros de metacrilato (15-25) y un foto iniciador (<0.9) (Formlabs, 2019). Esta se encuentra dentro del grupo de resinas de tipo industrial más económicas de la marca.

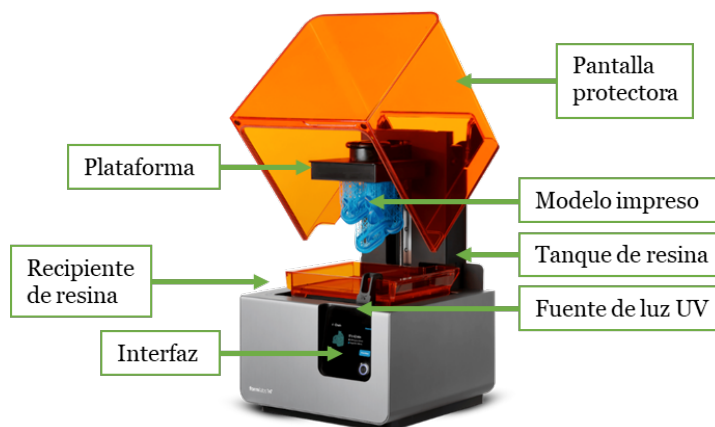


Figura 4: Impresora 3D por estereolitografía de la marca Formlabs modelo Form 2. Se observa en color azul el modelo impreso, sostenido por una plataforma que se sumerge en un estanque de resina líquida cada vez que el sistema de luz UV genera una nueva capa de material rígido.

Las nanopartículas utilizadas para el recubrimiento, correspondientes a NpTiO_2 de 22 y 100 nm, fueron adquiridas de Sigma-Aldrich. Estas fueron modificadas con HTMs (hexadeciltrimetoxisilano), de la misma marca. Esta modificación es necesaria para adherir las nanopartículas a la superficie impresa, y la reacción química asociada se muestra en la Figura 4. Se utilizó etanol total (grado P.A., Merck) como solvente, y alcohol isopropílico

(grado técnico, TCL) para el lavado de las piezas de resina curada. Para aplicar el recubrimiento, se utiliza la técnica de *dip coating*, que consiste en sumergir el material en el recubrimiento. Luego, la muestra se seca durante 1 hora en una estufa a 60°C. Este proceso se repite dos veces, para luego realizar un lavado en baño ultrasónico con el solvente etanol. Finalmente, la muestra se vuelve a secar en las mismas condiciones.

La topografía de la superficie se observó utilizando la técnica de microscopio electrónico de barrido de emisión de campo (FE-SEM), mediante el equipo FEI Quanta™ 250 FEG SEM ubicado en el Departamento de Física de la Universidad Católica de Chile. Para los experimentos de medición del ángulo de contacto, se utilizó agua destilada. Estas mediciones de ángulo de contacto se llevaron a cabo en el equipo Krüss Drop Shape Analyzer modelo DSA25 (Alemania), ubicado en el Laboratorio de Materiales Funcionales a Nanoescala, del DIQBM en la FCFM de la Universidad de Chile.

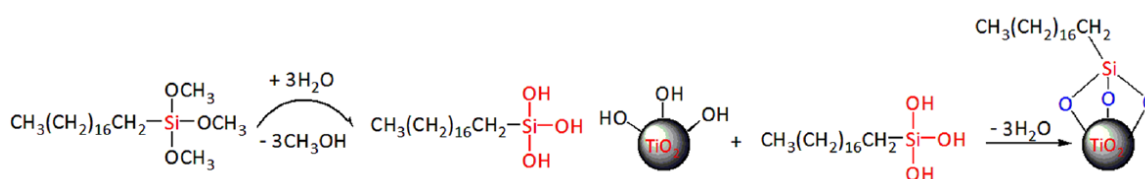


Figura 5: Ilustración que muestra la reacción de modificación de las nanopartículas de TiO_2 mediante HTMs (H. Zhang et al., 2017).

5.2 Resultados preliminares y discusión

Mediante las fotografías adquiridas por microscopía FE-SEM se pueden observar los filamentos de impresión generados por el método de impresión 3D SLA, los cuales tienen un tamaño del orden de los 10 μm . Estos aportan rugosidades a la superficie de los microcanales, logrando así una clara similitud a la superficie de la hoja de arroz (Figura 6).

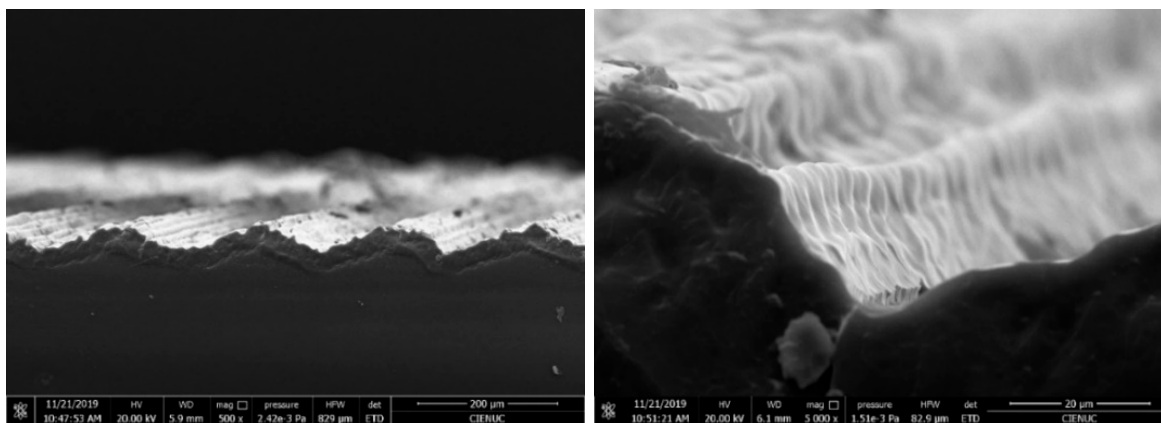


Figura 6: Imágenes FE-SEM de la superficie con canales sin recubrir. La imagen de la izquierda muestra la vista lateral del perfil de los canales impresos. La imagen de la derecha muestra pequeñas montañas propias de los filamentos de impresión, que son similares a las micro papilas propias de la hoja de arroz. Los canales impresos miden 50 μm de alto, 100 μm de ancho y están espaciados por 100 μm .

Se realiza la observación de la superficie mediante microscopio óptico, pero además se requiere de la medición del ángulo de contacto estático para comprobar la característica superhidrofóbica del material. La Figura 7 muestra el comportamiento de la superficie en términos de la modificación del ángulo de contacto para el caso del material sin modificaciones morfológicas (micro canales), comparando el efecto del recubrimiento de nanopartículas. Para la superficie lisa sin nanopartículas se observa un comportamiento levemente hidrofóbico ($\theta_E = 98^\circ$), mientras que para la superficie con recubrimiento se observa un comportamiento hidrofóbico ($\theta_E = 144^\circ$).

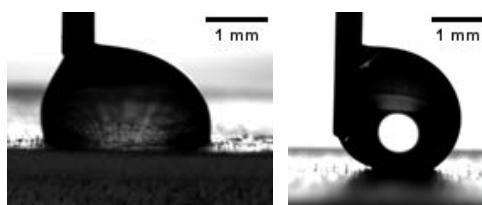


Figura 7: Comparación de la mojabilidad de una superficie lisa sin y con recubrimiento de nanopartículas. La imagen de la izquierda muestra el caso sin recubrimiento, con $\theta_E = 98^\circ$. A la derecha el caso con recubrimiento, con $\theta_E = 144^\circ$. Ambas superficies se clasifican como hidrofóbicas ($\theta_E < 150^\circ$).

La Figura 8 muestra el cambio en la mojabilidad superficial del caso donde la resina curada ya cuenta con la morfología de los microcanales impresos. Para el caso sin recubrimiento de nanopartículas, la mojabilidad se vuelve más hidrofílica que en el caso sin microcanales, mientras que al aplicar el recubrimiento se logra el comportamiento superhidrofóbico deseado.

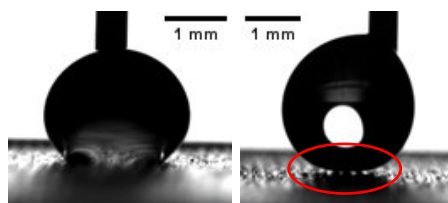


Figura 8: Comparación de la mojabilidad de una superficie con canales impresos con y sin recubrimiento de nanopartículas. La imagen de la izquierda muestra el caso sin recubrimiento, con $\theta_E = 129^\circ$ lo que corresponde a un material hidrofóbico. A la derecha el caso con recubrimiento, con $\theta_E = 168^\circ$ lo que corresponde a un material superhidrofóbico en estado Cassie (se observa el aire atrapado entre el agua y el material sólido).

Esto indica que el efecto simultáneo de los canales impresos con las nanopartículas es relevante para el comportamiento de la superficie, y juntos logran el comportamiento superhidrofóbico.

6. CONCLUSIONES

El desarrollo de nuevos materiales superhidrofóbicos a través de técnicas de impresión 3D, especialmente aquellos inspirados en la naturaleza, constituyen una posibilidad clara para

innovar en materiales que permitan la disminución de las fuerzas de arrastre en fluidos. Los resultados preliminares del material desarrollado por nuestro grupo muestran que es posible producir una superficie superhidrofóbica biomimética de la hoja de arroz, mediante la impresión 3D estereolitográfica de microcanales recubiertos con nanopartículas de TiO_2 . El nuevo material permite la existencia de aire atrapado en la interfaz de la superficie con una gota de agua, lo cual representa un mecanismo para la reducción de las fuerzas de arrastre. Esto indica que podría tener aplicaciones en superficies antiniebla, auto limpiantes y reductoras de arrastre, entre otras.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por: ANID – Programa Iniciativa Científica Milenio – Código NCN17_092, Beca ANID de Doctorado Nacional No. 21171013, FONDEQUIP EQM150101, FONDECYT Regular 1191179 y FONDECYT Iniciación 11180121.

REFERENCIAS

- Aljallis, E., Sarshar, M. A., Datla, R., Sikka, V., Jones, A., & Choi, C. H. (2013). Experimental study of skin friction drag reduction on superhydrophobic flat plates in high Reynolds number boundary layer flow. *Physics of Fluids*, 25(2). <https://doi.org/10.1063/1.4791602>
- Batchelor, G. K. (2000). An Introduction to Fluid Dynamics. In *An Introduction to Fluid Dynamics*. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511800955>
- Bhushan, B. (2018). *Biomimetics* (Third edit). Springer US.
- Bhushan, B., & Jung, Y. C. (2011). Natural and biomimetic artificial surfaces for superhydrophobicity, self-cleaning, low adhesion, and drag reduction. *Progress in Materials Science*, 56(1), 1–108. <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2010.04.003>
- Bixler, G. D., & Bhushan, B. (2012). Bioinspired rice leaf and butterfly wing surface structures combining shark skin and lotus effects. *Soft Matter*, 8(44), 11271–11284. <https://doi.org/10.1039/c2sm26655e>
- Bixler, G. D., & Bhushan, B. (2013). Fluid drag reduction and efficient self-cleaning with rice leaf and butterfly wing bioinspired surfaces. *Nanoscale*, 5(17), 7685–7710. <https://doi.org/10.1039/c3nr01710a>
- Bushnell, D. (1990). Viscous Drag Reduction in Boundary Layers. In *Viscous Drag Reduction in Boundary Layers*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. <https://doi.org/10.2514/4.865978>
- Büttner, C. C., & Schulz, U. (2011). Shark skin inspired riblet structures as aerodynamically optimized high temperature coatings for blades of aeroengines. *Smart Materials and Structures*, 20(9). <https://doi.org/10.1088/0964-1726/20/9/094016>
- Cao, Y., Jana, S., Bowen, L., Tan, X., Liu, H., Rostami, N., Brown, J., Jakubovics, N. S., & Chen, J. (2019). Hierarchical Rose Petal Surfaces Delay the Early-Stage Bacterial Biofilm Growth [Research-article]. *Langmuir*, 35(45), 14670–14680. <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.9b02367>
- Daniello, R. J., Waterhouse, N. E., & Rothstein, J. P. (2009). Drag reduction in turbulent flows over superhydrophobic surfaces. *Physics of Fluids*, 21(8), 1–9.

- <https://doi.org/10.1063/1.3207885>
- Erbil, H. Y. (2020). Practical Applications of Superhydrophobic Materials and Coatings: Problems and Perspectives. *Langmuir*, 36(10), 2493–2509. <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.9b03908>
- Förch, R., Schönherr, H., & Jenkins, A. T. (2009). Appendix C: Contact Angle Goniometry. In and A. T. A. J. Renate Förch, Holger Schönherr (Ed.), *Surface Design: Applications in Bioscience and Nanotechnology* (pp. 471–473). WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. <https://doi.org/10.1002/9783527628599.app3>
- Formlabs. (2019). *Safety data sheet Clear Resin* (p. 2).
- Fu, Y. F., Yuan, C. Q., & Bai, X. Q. (2017). Marine drag reduction of shark skin inspired riblet surfaces. *Biosurface and Biotribology*, 3(1), 11–24. <https://doi.org/10.1016/j.bsbt.2017.02.001>
- Gad-El-Hak, M. (2002). Compliant coatings for drag reduction. *Progress in Aerospace Sciences*, 38(1), 77–99. [https://doi.org/10.1016/S0376-0421\(01\)00020-3](https://doi.org/10.1016/S0376-0421(01)00020-3)
- Golovin, K. B., Gose, J., Perlin, M., Ceccio, S. L., & Tuteja, A. (2016). Bioinspired surfaces for turbulent drag reduction. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 374(2073). <https://doi.org/10.1098/rsta.2016.0189>
- Guo, Y., Zhang, Z., & Zhang, S. (2019). Advances in the application of biomimetic surface engineering in the oil and gas industry. *Friction*, 7(4), 289–306. <https://doi.org/10.1007/s40544-019-0292-4>
- He, Z., Chen, Y., Yang, J., Tang, C., Lv, J., Liu, Y., Mei, J., Lau, W. ming, & Hui, D. (2017). Fabrication of Polydimethylsiloxane films with special surface wettability by 3D printing. *Composites Part B: Engineering*, 129, 58–65. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2017.07.025>
- Henoch, C., Krupenkin, T. N., Kolodner, P., Taylor, J. A., Hodes, M. S., Lyons, A. M., Peguero, C., & Breuer, K. (2006). Turbulent drag reduction using superhydrophobic surfaces. *Collection of Technical Papers - 3rd AIAA Flow Control Conference*, 2(June), 840–844. <https://doi.org/10.2514/6.2006-3192>
- Israelachvili, J. (2011). Intermolecular and Surface Forces. In *Intermolecular and Surface Forces*. <https://doi.org/10.1016/C2009-0-21560-1>
- Jafari, R., Cloutier, C., Allahdini, A., & Momen, G. (2019). Recent progress and challenges with 3D printing of patterned hydrophobic and superhydrophobic surfaces. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 103(1–4), 1225–1238. <https://doi.org/10.1007/s00170-019-03630-4>
- Jeevahan, J., Chandrasekaran, M., Britto Joseph, G., Durairaj, R. B., & Mageshwaran, G. (2018). Superhydrophobic surfaces: a review on fundamentals, applications, and challenges. *Journal of Coatings Technology and Research*, 15(2), 231–250. <https://doi.org/10.1007/s11998-017-0011-x>
- Jung, T., Choi, H., & Kim, J. (2016). Effects of the air layer of an idealized superhydrophobic surface on the slip length and skin-friction drag. *Journal of Fluid Mechanics*, 790, R11–R112. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.36>
- Jung, Y. C., & Bhushan, B. (2010). Biomimetic structures for fluid drag reduction in laminar and turbulent flows. *Journal of Physics Condensed Matter*, 22(3). <https://doi.org/10.1088/0953-8984/22/3/035104>
- Lee, C., Choi, C. H., & Kim, C. J. (2016). Superhydrophobic drag reduction in laminar flows: a critical review. *Experiments in Fluids*, 57(12), 1–20. <https://doi.org/10.1007/s00348->

016-2264-z

- Lee, K. M., Park, H., Kim, J., & Chun, D. M. (2019). Fabrication of a superhydrophobic surface using a fused deposition modeling (FDM) 3D printer with poly lactic acid (PLA) filament and dip coating with silica nanoparticles. *Applied Surface Science*, 467–468(September 2018), 979–991. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2018.10.205>
- Lee, S. G., Lim, H. S., Lee, D. Y., Kwak, D., & Cho, K. (2013). Tunable anisotropic wettability of rice leaf-like wavy surfaces. *Advanced Functional Materials*, 23(5), 547–553. <https://doi.org/10.1002/adfm.201201541>
- Liu, Y., Gu, H., Jia, Y., Liu, J., Zhang, H., Wang, R., Zhang, B., Zhang, H., & Zhang, Q. (2019). Design and preparation of biomimetic polydimethylsiloxane (PDMS) films with superhydrophobic, self-healing and drag reduction properties via replication of shark skin and SI-ATRP. *Chemical Engineering Journal*, 356(September 2018), 318–328. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2018.09.022>
- Martell, M. B., Rothstein, J. P., & Perot, J. B. (2010). An analysis of superhydrophobic turbulent drag reduction mechanisms using direct numerical simulation. *Physics of Fluids*, 22(6), 1–13. <https://doi.org/10.1063/1.3432514>
- Martin, S., & Bhushan, B. (2016). Modeling and optimization of shark-inspired riblet geometries for low drag applications. *Journal of Colloid and Interface Science*, 474, 206–215. <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2016.04.019>
- Milionis, A., Noyes, C., Loth, E., & Bayer, I. S. (2014). Superhydrophobic 3D printed surfaces by dip-coating. *Technical Proceedings of the 2014 NSTI Nanotechnology Conference and Expo, NSTI-Nanotech 2014*, 2, 157–160.
- Milionis, A., Noyes, C., Loth, E., Bayer, I. S., Lichtenberger, A. W., Stathopoulos, V. N., & Vourdas, N. (2016). Water-Repellent Approaches for 3-D Printed Internal Passages. *Materials and Manufacturing Processes*, 31(9), 1162–1170. <https://doi.org/10.1080/10426914.2015.1059443>
- Ou, J., Perot, B., & Rothstein, J. P. (2004). Laminar drag reduction in microchannels using ultrahydrophobic surfaces. *Physics of Fluids*, 16(12), 4635–4643. <https://doi.org/10.1063/1.1812011>
- Park, H., Park, H., & Kim, J. (2013). A numerical study of the effects of superhydrophobic surface on skin-friction drag in turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 25(11). <https://doi.org/10.1063/1.4819144>
- Qin, L., Chu, Y., Zhou, X., & Pan, Q. (2019). Fast Healable Superhydrophobic Material. *ACS Applied Materials and Interfaces*, 11(32), 29388–29395. <https://doi.org/10.1021/acsami.9b07563>
- Rothstein, J. P. (2010). Slip on Superhydrophobic Surfaces. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 42(1), 89–109. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-121108-145558>
- Schnell, E. (1956). Slippage of water over nonwetttable surfaces. *Journal of Applied Physics*, 27(10), 1149–1152. <https://doi.org/10.1063/1.1722220>
- Song, D., Daniello, R. J., & Rothstein, J. P. (2014). Drag reduction using superhydrophobic sanded Teflon surfaces. *Experiments in Fluids*, 55(8). <https://doi.org/10.1007/s00348-014-1783-8>
- Srinivasan, S., Kleingartner, J. A., Gilbert, J. B., Cohen, R. E., Milne, A. J. B., & McKinley, G. H. (2015). Sustainable drag reduction in turbulent Taylor-Couette flows by depositing sprayable superhydrophobic surfaces. *Physical Review Letters*, 114(1), 1–5. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.014501>
- Toms, B. A. (1948). Some observations on the flow of linear polymer solutions through

- straight tubes at large Reynolds numbers. *Proceedings of the 1st International Congress on Rheology*.
- Wang, S., Liu, K., Yao, X., & Jiang, L. (2015). Bioinspired surfaces with superwettability: New insight on theory, design, and applications. *Chemical Reviews*, 115(16), 8230–8293. <https://doi.org/10.1021/cr400083y>
- Wen, L., Weaver, J. C., & Lauder, G. V. (2014). Biomimetic shark skin: Design, fabrication and hydrodynamic function. *Journal of Experimental Biology*, 217(10), 1656–1666. <https://doi.org/10.1242/jeb.097097>
- West, N., Sammut, K., & Tang, Y. (2018). Material selection and manufacturing of riblets for drag reduction: An updated review. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 232(7), 610–622. <https://doi.org/10.1177/1464420716641452>
- Yan, C., Jiang, P., Jia, X., & Wang, X. (2020). 3D printing of bioinspired textured surfaces with superamphiphobicity. In *Nanoscale*. <https://doi.org/10.1039/c9nr09620e>
- Ye, X., Liu, H., Ding, Y., Li, H., & Lu, B. (2009). Research on the cast molding process for high quality PDMS molds. *Microelectronic Engineering*, 86(3), 310–313. <https://doi.org/10.1016/j.mee.2008.10.011>
- Yunqing, G., Tao, L., Jiegang, M., Zhengzan, S., & Peijian, Z. (2017). Analysis of Drag Reduction Methods and Mechanisms of Turbulent. *Applied Bionics and Biomechanics*, 2017. <https://doi.org/10.1155/2017/6858720>
- Zhang, H., Li, Y., Lu, Z., Chen, L., Huang, L., & Fan, M. (2017). A robust superhydrophobic TiO₂ NPs coated cellulose sponge for highly efficient oil-water separation. *Scientific Reports*, 7(1), 3–10. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-09912-9>
- Zhang, R. L., Di, Q. F., Wang, X. L., Ding, W. P., & Gong, W. (2012). Numerical study of the relationship between apparent slip length and contact angle by Lattice Boltzmann Method. *Journal of Hydrodynamics*, 24(4), 535–540. [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(11\)60275-8](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(11)60275-8)
- Zhang, R. L., Di, Q. F., Wang, X. L., & Gu, C. Y. (2010). Numerical study of wall wettabilities and topography on drag reduction effect in micro-channel flow by Lattice Boltzmann Method. *Journal of Hydrodynamics*, 22(3), 366–372. [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(09\)60066-4](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(09)60066-4)
- Zhang, X., Guo, Y., Zhang, Z., & Zhang, P. (2013). Self-cleaning superhydrophobic surface based on titanium dioxide nanowires combined with polydimethylsiloxane. *Applied Surface Science*, 284, 319–323. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2013.07.100>

ACERCA DE LA AUTORA Y LOS AUTORES

Belén Barraza es Ingeniera Civil Química de la Universidad Técnica Federico Santa María, y actualmente Ph.D.(c) en Ciencias de la Ingeniería mención Fluidodinámica de la Universidad de Chile.

Andreas Rosenkranz es Ingeniero y Doctor en Ciencias de los Materiales de la Universidad de Saarland, Alemania, y Profesor Asistente del Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales de la Universidad de Chile. Sus líneas de investigación se

relacionan con desarrollo de nuevos materiales 2D (grafeno, MXenes, MBenes), tribología y purificación de agua.

Humberto Palza es Ingeniero Civil Químico y Doctor en Materiales de la Universidad de Chile. Profesor Asociado del Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales de la misma universidad. Investigador Asociado del Advanced Mining Technology Center. Sus líneas de investigación se relacionan con desarrollo de nuevos materiales poliméricos, con aplicaciones en ingeniería de tejidos, *packaging*, y sistemas inteligentes, empleando herramientas de nanotecnología, impresión 3D, y biomimética.

EL PROCESO DE EROSIÓN Y FORMACIÓN DE MONTAÑAS EN EL TRABAJO DE GEORGIUS AGRICOLA (1494-1555)

ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

Departamento de Ingeniería Civil y Advanced Mining Technology Center
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile
atamburr@ing.uchile.cl

RESUMEN

Frecuentemente en sus presentaciones relacionadas con transporte de relaves y concentrados o de sedimentación, el Prof. Fuentes las acompañaba con ilustraciones de la obra “De re metallica” de Georgius Agricola, impreso por primera vez en latín en 1550. En el anexo de la edición que usaba el Prof. Fuentes, se incluye un fragmento de “De ortu et causis subterraneorum”, en la que Agricola se refiere a la generación de colinas y montañas debido a erosión hídrica y eólica, la que se presenta en este artículo, junto a una breve descripción de la vida y obra de Georgius Agricola.

Palabras claves: Georgius Agricola, De re metallica, erosión.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Frecuentemente en sus presentaciones el Prof. Ramón Fuentes hacía referencia a “De re metallica”, obra escrita por Georgius Agricola y publicada póstumamente en 1556. El libro (compuesto por doce “libros”, que ahora llamaríamos capítulos), es considerado como la primera gran obra de minería y metalurgia y está profusamente ilustrado. Las imágenes que gustaba mostrar el Prof. Fuentes son aquellas relacionadas a transporte hidráulico de sólidos y sedimentación. Un ejemplo de ello es la Figura 1. Sin embargo, las obras escritas por Agricola no se limitan a la minería y metalurgia y en este corto artículo se presenta las ideas que menciona en una de sus obras respecto al proceso de erosión y formación de colinas y montañas. Sin lugar a dudas que el Prof. Fuentes estaba al tanto de esto, ya que usaba edición de Dover de 1950 de la traducción del latín al inglés realizada por Hoover y Hoover, pero el autor de este artículo no está al tanto que lo haya citado en algunas de sus presentaciones. Las ilustraciones de “De re metallica” que se presentan acá provienen de la misma edición que empleaba el Prof. Fuentes.

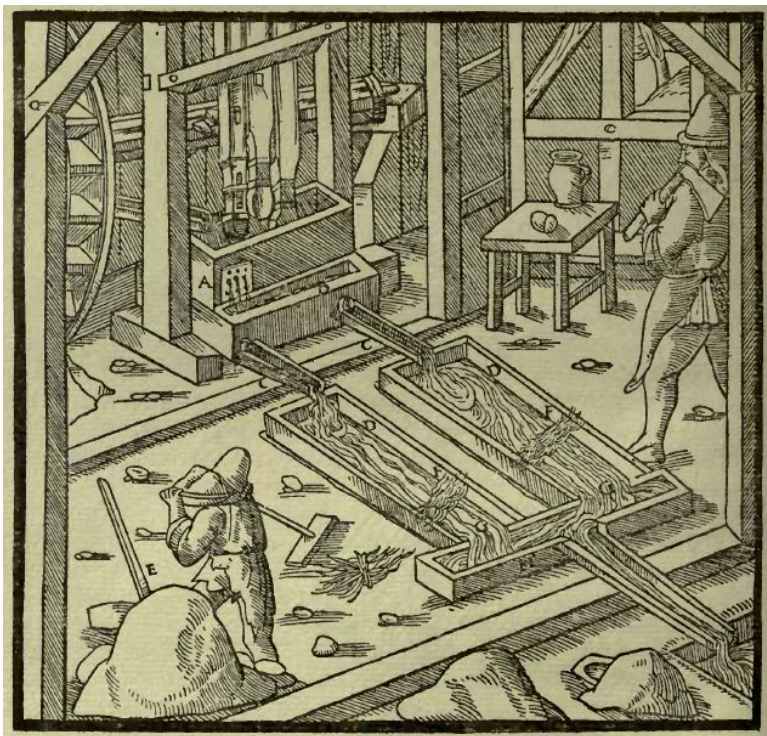


Figura 1. Canaletas de sedimentación. El mecanismo de aguas arriba realiza la reducción húmeda de tamaño del mineral hasta convertirlo en pequeñas partículas, las que son arrastradas por el flujo y decantadas en las canaletas. Notar que la conminución se realiza por estampado (*stamp-milling*) a través de un mecanismo cuyo movimiento es generado por una rueda hidráulica, la que se ve parcialmente al lado izquierdo de la ilustración.

2. GEORGIUS AGRICOLA Y SU OBRA

Georgius Agricola nació el 24 de marzo de 1494 en Glauchau, Sajonia, siendo su nombre original Georg Bauer, el que cambió a la versión latina como era costumbre entre quienes seguían una formación académica superior. Estudió a los clásicos (lo que significaba dominar latín y griego), filosofía y filología en la Universidad de Leipzig entre 1514 y 1518. Posteriormente estudió medicina, ciencias naturales y filosofía en Boloña y Padua, terminando con estudios clínicos en Venecia (Encyclopaedia Britannica, 2021). En 1526 Agricola volvió a Sajonia, donde trabajó como médico. Aunque sus principales logros y reconocimiento provienen de sus libros en mineralogía, minería y metalurgia, también se reconocen sus contribuciones en lo relativo a enfermedades laborales. Es así como correctamente relacionó las enfermedades respiratorias de los mineros y metalurgistas a la exposición al polvo (sobre todo en ambientes secos), gases tóxicos, y riesgos para la salud en la minería subterránea generados por el humo debido a la fracturación de las rocas cuando son calentadas con fuego y luego bruscamente enfriadas (Figura 2), efectos tóxicos de ciertos metales pesados asociados a la minería de la plata, los efectos de minerales que contienen cobalto y arsénico en las manos y pies de los mineros cuando se humedecen, cosa frecuente en minas con filtraciones de agua (McLaughlin, 1953; Langård, 2017). Agrícola no se limitó a describir las enfermedades, sino que también dio algunas soluciones, como máquinas y

técnicas para ventilar las galerías de las minas (Figura 3), elementos de protección personal (EPP) como guantes, botas, mascarillas para filtrar el polvo, canilleras (Figura 4). Para quienes trabajan en la fundición indica el uso de gorro, guantes y máscaras “que cubran completamente su cara, con orificios para poder ver y respirar” (Figura 5).

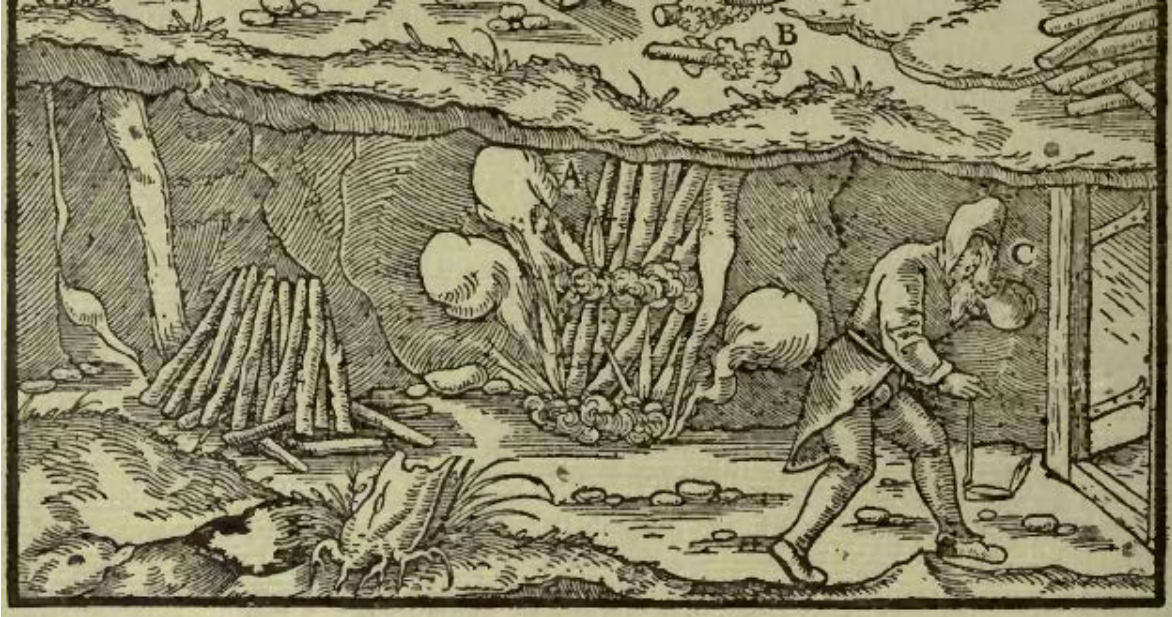


Figura 2. Fracturación de la roca en una galería mediante fuego.

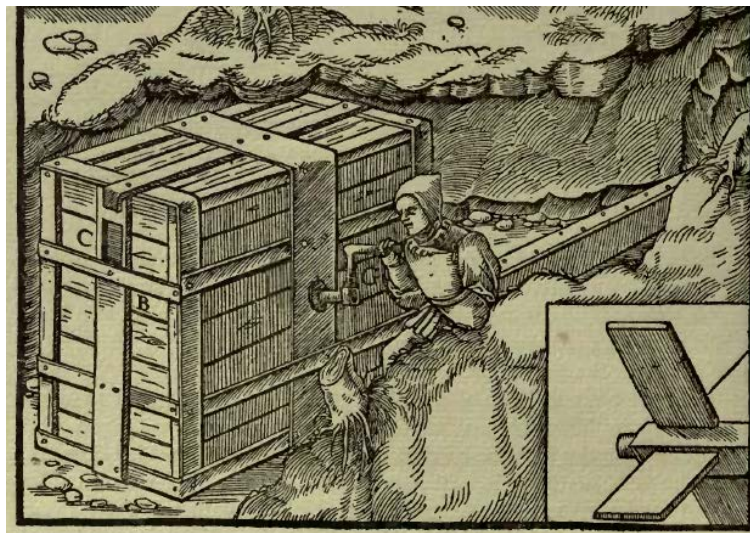


Figura 3. Uno de los sistemas de ventilación de galerías presentados por Agricola. El movimiento del ventilador del sistema de la figura es accionado por propulsión humana. Otras formas de generar el movimiento también se ilustran en “De re metallica”



Figura 4. Mineros con elementos de protección personal. Agricola indicaba el uso de guantes y canilleras para proteger las manos, brazos y piernas del trabajador de las esquirlas de roca o mineral que saltan cuando el material es fragmentado.



Figura 5. Operario en la fundición, con elementos de protección personal indicados por Agricola para protegerse del calor. Incluye gorra, máscara “con orificios para poder ver y respirar”, guantes y pecheras.

Su formación como médico, sumado a su ingeniosa visión para presentar soluciones se aprecia en su propuesta de manejo de la plaga que se vivió en Sajonia en 1552. Su forma de enfrentar la epidemia parece provenir de las actuales autoridades de la Organización Mundial de la Salud encargadas de manejar la pandemia de COVID-19 a la que estamos enfrentados desde comienzos de 2020. En su libro “De Peste”, impreso en latín en 1554 en Basilea (Figura 6). Agrícola establece los siguientes pasos para controlar la epidemia: 1) en sus primeras etapas, seguimiento de los contactos de las personas contagiadas, aislamiento y observación; 2) distanciamiento social y restricción de la vida pública, permitiéndose solo actividades esenciales; 3) establecimiento de centros médicos especiales para el tratamiento y aislamiento de las personas contagiadas. Una vez pasado el *peak* de la epidemia, Agrícola establece una fase basada en la vigilancia y autocontrol como una estrategia de salida con el objeto de recomenzar lentamente la vida pública y economía de la ciudad (Mahr, 2020)

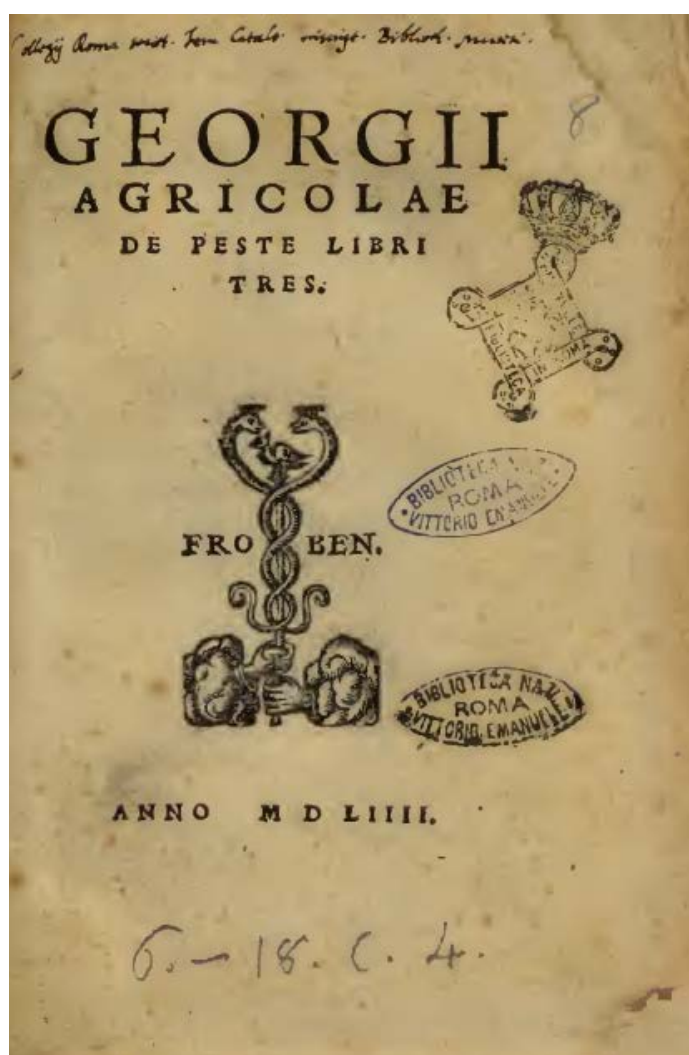


Figura 6. Portada de “De Peste”, publicado en la imprenta de Froben, Basilea, en 1554.

Agrícola también jugó un papel importante en actividades públicas y diplomáticas. En 1546 fue elegido para el cargo equivalente a alcalde de la ciudad de Chemnitz (Sajonia) y el mismo

año fue nombrado burgomaestro (la autoridad máxima de la ciudad) por el Duque Mauricio, además de llamarlo para cumplir cargos como consejero y diplomático. Estos nombramientos oficiales fueron seguidos por otros, de manera prácticamente ininterrumpida hasta su muerte en 1555 (Hoover and Hoover, 1950; Prescher, 1994).

El primer libro publicado por Agricola fue una gramática de latín en 1520, seguido por obras de teología, medicina, política, geología, minería, metalurgia, historia, pesos y medidas, etc. Su primer libro sobre minería y metalurgia “*Bermannus, sive De re metallica*” fue publicado en 1530 y fue el prelude de lo que sería su obra mayor, “*De re metallica*”, cuya primera impresión, en latín, vio la luz en 1556, en la importante imprenta de Froben, en Basilea. El libro fue una referencia en minería y metalurgia por casi 200 años (Habashi, 2001). Hasta comienzos del siglo XX el libro completo había sido publicado en latín, alemán e italiano. En 1912 el geólogo e ingeniero de minas Herbert Clark Hoover (quien sería presidente de Estados Unidos entre 1929 y 1933) y su esposa, Lou Henry Hoover, geóloga y experta en latín, publicaron en inglés “*De re metálica*”, siendo reimpresso en 1950. El libro publicado por los Hoover es mucho más que una traducción de la obra de Agricola. Es, además un trabajo de investigación que incluye una biografía de Agricola, una revisión de sus obras, incluyendo aquellas no relacionadas con minería, así como sus escritos no publicados o perdidos. También se menciona en él referencias a obras en mineralogía, minería y metalurgia escritas por autores desde la antigüedad hasta el comienzo del siglo XVI. Pero, sin lugar a dudas, la más valiosa contribución de los traductores son las incontables notas al pie (que a veces cubren casi toda la página) en las que se explica o complementa el texto principal, revisando obras de autores clásicos y antiguos, así como complementando “*De re metallica*” con lo escrito en otras obras de Agricola.

En este artículo se aprovecha el trabajo de Hoover y Hoover (1950) presentado en el Apéndice A de su traducción de “*De re metallica*”. En el apéndice se revisan las principales obras de Agricola relacionadas con mineralogía, minería y geología, las que se detallan a continuación, junto al año de la primera edición: “*De Natura Fossilium*” (1546), “*De Ortu et Causis Subterraneorum*” (1546), “*Bermannus, sive De re metallica*” (1530), “*Rerum metallicarum interpretatio*” (1546), “*De mensuris et ponderibus*” (1533), “*De veteribus et novis metallis*” (1546), “*De animantibus subterraneis*” (1549), “*De natura eorum quae effluunt ex terra*” (1546).

De las obras mencionadas en el párrafo anterior, “*De ortu et causis subterraneorum*” es la que se refiere al proceso de erosión, y se analizará a continuación

3. DE ORTU ET CAUSIS SUBTERRANEORUM

La primera edición de “*De ortu et causis subterraneorum*” (“El origen y las causas del subsuelo”), fue impresa en Basilea en 1546. Una segunda edición, revisada y aumentada, fue impresa en 1558 (Figura 7) y es la que utilizan los Hoover en su traducción, la que no es de toda la obra, sino solo de algunos aspectos que ellos consideraron los más esenciales y que, en total están contenidos en menos de dos páginas. Sin embargo, esta es la única traducción

al inglés de “De ortu” y será usada como fuente básica en este artículo. Cuando se conmemoraron los 500 años de la muerte de Agricola, Eyles (1955) escribió: “El “De Ortu” se tradujo al italiano en 1550 y otras traducciones en latín aparecieron en 1558, 1612 y 1657; pero la edición más útil para el estudiante es la traducción al alemán, con muchas notas que apareció durante 1806-10. Desafortunadamente, esta es tan escasa como las ediciones anteriores. Una traducción al inglés sería muy valiosa y atraería al libro la atención que sin duda merece.” Han pasado 66 años y, a pesar del reconocimiento de la obra, este comentario aún es válido, sin nuevas traducciones.

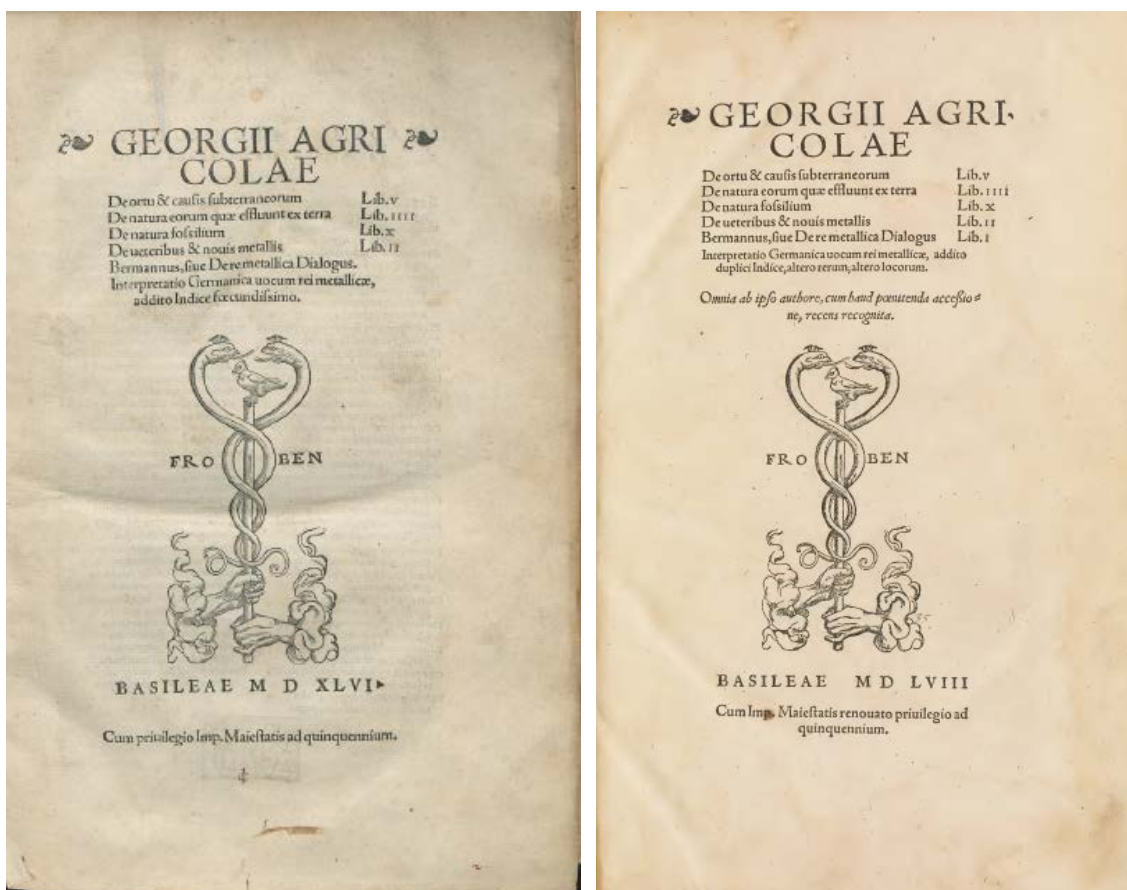


Figura 7. Primera página de “De ortu et causis subterraneorum”. Izquierda, primera edición de 1546. Derecha, segunda edición corregida y aumentada de 1558. Ambas fueron impresas en Basilea por Froben.

“De ortu et causis subterraneorum” está compuesto por 5 libros (capítulos). El primer libro se refiere al origen de las aguas subterráneas. El segundo libro está dedicado al origen y acciones del aire dentro de la tierra. El tercer libro trata del efecto del flujo de agua en el suelo. Los libros cuarto y quinto abordan el origen y clasificación de los minerales.

Parece ser interesante hacer un comentario respecto a parte del contenido del primer libro, en el que se expone el origen de las aguas, citando a los autores clásicos. Al igual que la mayoría de ellos, Agricola considera que la lluvia no es suficiente para suministrar toda el agua sobre la Tierra, por lo que parte de ella es generada en el interior de la Tierra. En este punto, Agrícola considera la existencia de ríos y lagos subterráneos, similares a los que existen sobre la superficie terrestre. Más de doscientos años después, esta idea continuaba siendo una explicación válida. Es así como la encontramos expuesta en la obra del abate Juan Ignacio Molina, quizás el primer gran intelectual chileno quien, después de ser expulsado de Chile en 1768 por su condición de sacerdote jesuita se radicó en Italia, siendo académico de la Universidad de Boloña, donde tuvo a cargo la cátedra de Griego y desde 1803 fue profesor de Ciencias Naturales. En 1776 publicó “Compendio della storia geografica, naturale e civile del regno del Chile”, el que también fue traducido al castellano (Figura 8).

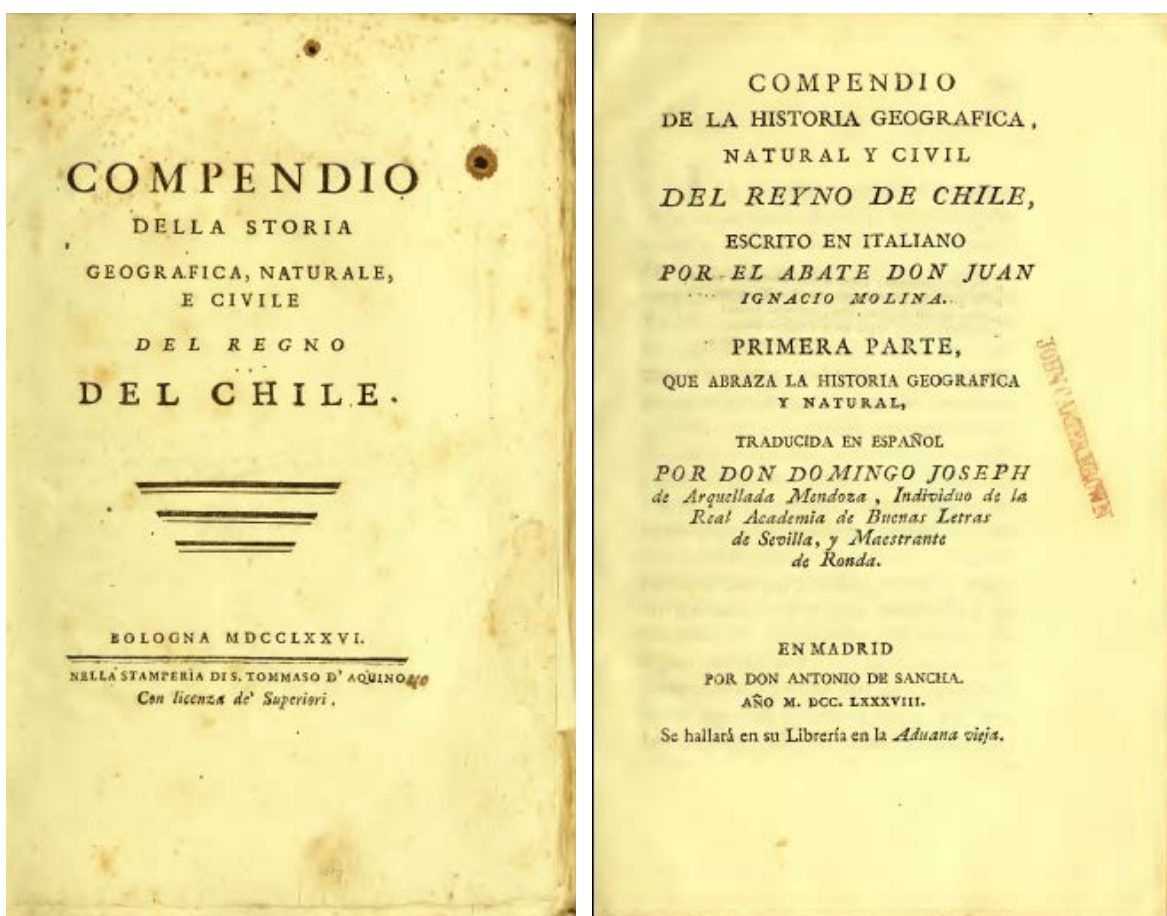


Figura 8. Primera página de las versiones en italiano y castellano del “Compendio della Storia Geografica, Naturale e Civile del Regno del Chile” del abate Molina. La primera impresa en Boloña en 1776 y la segunda en Madrid en 1788. Notar que en la edición italiana no aparece el nombre del autor y tanto en la primera página como en el resto del libro dice Chile, en vez de Cile, como corresponde en italiano.

El abate Molina en su “Compendio” refleja el conocimiento científico de la época en que vivió. Tomando el texto de la edición en castellano de 1788, los terremotos que afectan Chile

se explican tanto debido a la efervescencia subterránea de las materias inflamables que componen la base del terreno como por “el aire interno, enrarecido extremadamente por su propia elasticidad, cuanto la prodigiosa fuerza del agua que se introduce desde el mar inmediato por los conductos subterráneos para reducirse después en vapores”, reafirmando así la concepción de cavernas y túneles subterráneos por los que fluye el agua. Más adelante escribe, refiriéndose a Copiapó y Coquimbo, “... Dícese que el terreno de aquellas provincias está interiormente cruzado de grandes cavernas, sobre cuya superficie se oye a veces una especie de rumor subterráneo como si corriesen por debajo de tierra torrentes de agua o vientos impetuosos.”[#]

En el contexto del conocimiento basado principalmente en las obras de los clásicos, con el que Agrícola estaba ampliamente familiarizado es que fundamenta sus ideas, pero en muchas oportunidades se daba cuenta que algunas de ellas estaban en conflicto con sus deducciones basadas en la observación (mostrando así que era un hombre del renacimiento). Uno de los temas en discusión era el de la formación de las montañas. A modo de ejemplo, según Aristóteles (384-322 a.C.) había cambios entre los espacios de los mares y los continentes producidos por lluvias torrenciales que generaban grandes inundaciones o diluvios locales anegando los continentes y el mar retrocedía dejando regiones que quedaban secas (Aristóteles, Meteorología, en Delphi Classics, 2013). Por otra parte, el geógrafo Estrabón (64 a.C.-24 d.C.), mantenía la posición de que la morfología terrestre era resultado de eventos como erupciones volcánicas, terremotos, súbitos hundimientos de la superficie del terreno y levantamientos del fondo marino (Schvarcz, 1868). Sin embargo, Estrabón estaba consciente del arrastre de sedimentos debido al flujo de agua y la formación de depósitos aluviales a lo largo del cauce de los ríos y en sus desembocaduras, idea ya planteada por el primer filósofo, Tales de Mileto (c.636-546 a.C.). Ristoro d’Arezzo, monje italiano del siglo XIII, en su manuscrito “Composizione del Mondo” (c. 1282), establece la importancia del agua en la orografía ya que su flujo “corta la tierra y deja los remanentes de la erosión en forma de colinas y montañas”(Adams, 1938).

En medio de las ideas anteriores, que eran parte del bagaje de conocimientos de los eruditos de la época, es que en el tercer libro de “De ortus”, Agrícola indica la generación de las colinas y montañas. Siguiendo la traducción de Hoover y Hoover (1950), ellas son el resultado de dos fuerzas, “una de las cuales es el poder del agua y la otra la fuerza del viento”. Además, dice “hay tres fuerzas que aflojan y derriban las montañas, pues en este caso, a la fuerza del agua y la fuerza del viento hay que sumar el fuego en el interior de la tierra. Ahora podemos ver claramente que una gran abundancia de agua produce montañas, porque los torrentes primero lavan la tierra blanda, luego se llevan la tierra más dura y luego ruedan las rocas, y así en unos pocos años excavan las llanuras o pendientes a una profundidad considerable; esto puede ser notado en regiones montañosas incluso por observadores no

[#] La idea de existencia de ríos subterráneos seguía bien difundida en Copiapó durante la segunda mitad del siglo XX. El autor, quien vivió su infancia y parte de la adolescencia en dicha ciudad, recuerda que muchas personas (especialmente las mayores) aseveraban que un río subterráneo corría bajo la Plaza de Armas, pudiendo oírse el fluir de las aguas si se ponía atención en la quietud de la noche.

calificados. Mediante tal excavación a gran profundidad a lo largo de muchas edades, se eleva una inmensa protuberancia [la traducción utiliza la palabra eminencia] a cada lado. Cuando ha surgido así una eminencia, la tierra rueda hacia abajo, aflojada por la lluvia constante y partida por las heladas, y las rocas, a menos que estén excesivamente firmes, ya que sus capas [o vetas] están igualmente ablandadas por la humedad, ruedan hacia las excavaciones de abajo. Esto continúa hasta que la empinada protuberancia se convierte en una pendiente. Cada lado de esta excavación se dice que es una montaña, al igual que el fondo se llama valle. Además, los arroyos y, en mucha mayor medida, los ríos, producen los mismos resultados por su velocidad y lavado; por esta razón se les ve frecuentemente fluyendo entre las montañas muy altas que han creado, o cerca de los bordes que las rodean. Tampoco existieron antes las depresiones que ahora contienen los mares, ni tampoco las montañas que detienen y rompen su avance, sino que en muchas partes había una llanura plana, hasta que la fuerza de los vientos soltó sobre ella un mar tumultuoso y una incisiva marea.” Mediante un proceso similar, el impacto del agua derriba y aplanar por completo colinas y montañas. “Los procesos son lentos, por lo que no pueden ser distinguidos por la “gente común”...”.

Pero el agua no es el único agente de cambio. También el viento “produce colinas y montañas de dos maneras”: ya sea generando el transporte eólico de la arena, o bien porque al introducirse en las fisuras de la tierra la rompe por efecto del frío. Agrega más adelante Agrícola que “si el tiempo y el espacio lo permite”, el material removido (arena y polvo), puede consolidarse o ser dispersado por el viento. Finalmente, en el tercer libro de “De ortus”, concluye que “está claro que el agua y los vientos fuertes producen montañas, y también las dispersan y las destruyen”.

La idea propuesta por Agrícola de erosión por acción del agua y el viento no era nueva en el siglo XVI. Ello ya había sido establecido por el Avicena (Ibn Sina, 980-1037 d.C.) sabio persa que dominó todas las ramas del conocimiento que tradujo las obras de Aristóteles, lo que permitió su difusión en occidente. De acuerdo a Avicena, las montañas pueden originarse por dos causas, ya sea emergiendo desde el suelo, como cuando hay terremotos, o debido al efecto del flujo de agua y del viento o ahuecando las rocas blandas de los valles y exponiendo las rocas duras, procesos que deben haber tomado largos periodos de tiempo producirse (Geikie, 1905). La gran diferencia entre Avicena y Agrícola es que según el primero la erosión fue un proceso que ocurrió en el pasado, en cambio el segundo considera que es un proceso continuo. Hay que tener presente que la idea de Agrícola no era inocua. Aseverar que la Tierra estaba cambiando permanentemente y no era tal como había sido creada por Dios podía generarle problemas con las autoridades religiosas. Agrícola vivió en una época de efervescencia religiosa. En 1517 Martín Lutero clavó en la puerta de la iglesia de Wittenberg sus noventa y cinco tesis, comenzando así la Reforma Protestante. Georgius Agrícola se mantuvo católico, a pesar de vivir en una región protestante y servir en cargos oficiales y de confianza a los duques de Sajonia (Hoover y Hoover, 1950), lo que es indicativo del respeto que se le tenía como erudito.*

* Sin embargo cuando murió, en su calidad de burgomaestre de Chemnitz, merecía ser sepultado en la Catedral Protestante St. Jacob de la ciudad, lo que no le fue permitido por su condición de católico.

4. CONCLUSIÓN

En este artículo el autor ha querido rendir un homenaje al Prof. Fuentes con un tema que para muchos podrá parecer alejado de las temáticas técnicas que él abordó en vida. Sin embargo, quienes tuvieron la posibilidad de conversar con él, ya sea durante el *break* de un congreso, o en algún restaurant después de una sesión de presentaciones técnicas, recordarán que era fácil terminar hablando de historia, literatura o cualquier otro tema.

El Prof. Fuentes gustaba de referirse a “De re metallica” y mostrar alguna de sus ilustraciones en sus presentaciones, especialmente en aquellas relacionados con transporte de relaves y concentrados o de sedimentación. En este artículo se ha mostrado la amplitud de intereses de Georgius Agricola y se ha tomado una de sus ideas, desarrollada en otro de sus libros, pero que aparece en un anexo de la versión “De re metallica” que el Prof. Fuentes usaba como referencia. De este modo, se ha presentado la importancia que daba Agricola a los procesos de erosión en la formación de colinas y montañas que define la orografía de una región, procesos que consideraba continuos y no confinados a un pasado remoto.

REFERENCIAS

- Adams, F.D. (1938) *The birth and development of the geological sciences*. The Williams & Wilkins Company. Baltimore. USA.
- Delphi Classics (2013) *Aristotle, Complete Works*. Ancient Classics Series. Hastings, East Sussex United Kingdom
- Encyclopaedia Britannica (2021). Georgius Agricola. Date Published: 20 March 2021 www.britannica.com/biography/Georgius-Agricola. Accesada Julio 05, 2021
- Eyles, J.M. (1955) “Georgius Agricola (1494-1555)”, *Nature*, Vol. 176, No. 4490, pp. 949-950.
- Geikie, F. (1905) *The Founders of Geology*. Second Edition, Macmillan and Co., Limited. London, UK.
- Habashi, F. (2001), “History of Metallurgy”, in *Encyclopedia of Materials: Science and Technology* (Eds. K.H.J. Buschow, R.W. Cahn, M.C. Flemings; B. Ilshner, E. Kramer, S. Mahajan, P. Veyssiere). Second Edition. Pergamon, Pages 5537-5541.
- Hoover, H.C. and Hoover, L.H. (Translators, 1950) *Georgius Agricola. De Re Metallica. Translated from the First Latin Edition of 1556*. Dover Pub., Inc. New York, USA.
- Langård, S. (2017) “Georgius Agricola, a Pioneer in the Toxic Hazards of Mining, and His Influence”, in *Toxicology in the Middle Ages and Renaissance* (P. Wexler, Ed), Chapter 8, pp. 83-90. Academic Press, London, U.K.
- Mahr, D. (2020) “The Equilibrium of Control I: Pandemic Exit-Strategies in Historical Perspective”, VIRAL Les Multiples Vies de COVID-19. 25 mai 2020. <https://wp.unil.ch/viral/the-equilibrium-of-control-i-pandemic-exit-strategies-in-historical-perspective/>. Accessed on July 15, 2021.

Solo después de cuatro días pudo ser sepultado en la Catedral de Zeitz, a unos 85 km de Chemnitz (Hoover y Hoover, 1950).

- McLaughlin, A.I.G. (1953) "The Prevention of the Dust Diseases", The Lancet, Vol. 262, No. 6776, pp. 49-53.
- Prescher, H. (1994) "Dr. Georgius Agricola 1494-1555. A European Scientist and Humanist from Saxony", GeoJournal, Vol, 32, No. 2, pp. 85-89.
- Schvarcz, J. (1868) *The failure of geological attempts made by the Greeks from the earliest ages down to the epoch of Alexander*. Trübner & Co., London, U.K.

ACERCA DEL AUTOR

Aldo Tamburrino es Ingeniero Civil mención Hidráulica de la Universidad de Chile, M.Sc y Ph.D. in Civil Engineering de la Universidad de Minnesota, EEUU. Es Profesor Asociado del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile, donde enseña cursos de pre y postgrado de dicha universidad. Actualmente sus áreas de interés se centran fundamentalmente en hidráulica fundamental, flujos detríticos, granulares y de fluidos no-newtonianos.

CAUDALES EXTRA-HIDROLOGICOS DURANTE AVENIDAS TORRENCIALES

JAIME IVÁN ORDÓÑEZ ORDÓÑEZ, I.C., M.SC., DR. ENG.

Profesor Titular. Universidad Nacional de Colombia (R)

jiordone@etb.net.co

RESUMEN

Se presenta la problemática del cálculo de caudales para determinar la magnitud y los parámetros hidráulicos del flujo en el caso de las avenidas torrenciales en zonas de abanicos aluviales de piedemonte, con énfasis en los países tropicales. Se resumen brevemente las características de este tipo de flujos y los problemas de la aplicación de métodos usualmente utilizados en la determinación de parámetros hidrológicos e hidráulicos para el caso de avenidas lentas, y se propone un protocolo simplificado de cálculo para mejorar las predicciones hidrológicas e hidráulicas de este tipo de avenidas en la práctica. La propuesta se basa en los trabajos del autor, presentados en los últimos Congresos Internacionales de Hidráulica de la IAHR (Ordóñez, 2018, 2019).

Palabras claves: Caudales extra-hidrológicos, Avenidas Torrenciales

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Los desastres por avenidas torrenciales son causa de daños materiales importantes y pérdidas humanas causadas por conflagraciones hidrológicas de índole local, en las zonas de piedemonte, particularmente en la zona tropical, con el agravante de que el conocimiento empírico adquirido por la gente con las avenidas en flujo lento, presentan características muy diferentes, y en general menos agresivas sobre las poblaciones y las zonas de inundación.

Resulta entonces conveniente, desarrollar un protocolo diferente de cálculo para el caso de la amenaza torrencial, considerando las diferencias en el comportamiento de las inundaciones en flujo lento y régimen bajo, y las inundaciones en flujo rápido y régimen alto, a fin de compartir un mejor entendimiento de estos flujos, con fines de ordenamiento de cuencas, dado que en muchos casos los protocolos de cálculo y las medidas de control que se derivan de los mismos, no se adaptan a las condiciones de protección de las áreas bajo amenaza.

Se propone entonces la necesidad de un “protocolo para avenida torrencial”, al no existir, dentro de las normas de los actuales planes de ordenamiento y manejo de cuencas hidrográficas (POMCAS), un protocolo o secuencia adecuada de cálculo de parámetros hidráulicos para el caso de flujo torrencial, puesto que el protocolo disponible está pensado desde el punto de vista de las avenidas de régimen lento.

2. TIPOS DE INUNDACIONES

Los cauces fluviales no tienen siempre capacidad para llevar todos los caudales que pueden ocurrir en la cuenca hidrográfica al influjo de los volúmenes de esorrentía. En zonas áridas y semiáridas, los ríos aluviales raras veces generan canales capaces de llevar un caudal más alto que el que estadísticamente tiene un periodo de retorno del orden de 1.5 años. Este caudal es inferior al caudal máximo que puede ocurrir en un sector dado una vez al año, el cual tiene un periodo estadístico de retorno de 2.33 años. Por esta razón, se puede esperar que en ríos de naturaleza aluvial, los desbordamientos ocurran por lo menos una vez cada 2 a 3 años. Las avenidas con periodo de retorno más altos, (15, 50, 100 años y más), pueden generar inundaciones mucho más intensas

De la misma manera, no todas las avenidas de los ríos son del mismo tipo, pues los ríos no siempre presentan un funcionamiento similar. En general son diferentes las avenidas en régimen lento y las avenidas torrenciales; las diferencias son obvias cuando se observan las fotografías de la Figura 1:



A.- Régimen lento, la Virginia, Río Cauca, Colombia

B.- Régimen torrencial, Río Otún, Pereira, Colombia

Figura 1. Tipos de Avenidas en ríos

Las avenidas en régimen torrencial se denominan también “avalanchas”, o “flujos de lodos”, por el abundante transporte de sedimentos de grano grueso y fino que, en suspensión en el agua, se denominan “lodos”, estas avenidas tienen carácter direccional y alta velocidad, por lo que conllevan una gran capacidad destructiva, pudiendo demoler construcciones y arrasas planicies aluviales, cubriéndolas de material sólido y escombros, Figura 2.



Figura 2. Avalancha de Mocoa, Colombia, Marzo de 2017

El origen de las avalanchas es similar al de las avenidas de régimen lento, y ocurren cuando el periodo de retorno de las lluvias excede un cierto periodo de retorno, generalmente entre 5 y 10 años; sin embargo, vienen acompañadas de fenómenos geotécnicos colaterales, como derrumbes en la zona montañosa, derretimiento de nieves, o lahares de origen volcánico, que en combinación con los excesos de escorrentía, generan caudales de magnitud extra-hidrológica, mayores que los que se pueden deducir del cálculo hidrológico, donde los volúmenes del material sólido pueden aumentar los caudales normales, hasta llegar a concentraciones límite del orden del 65%, (Pierson, 2005).

3. SISTEMAS DE DRENAJE

Los sistemas de drenaje naturales se conforman por el conjunto de canales interconectados que integran la red de flujo de una cuenca hidrográfica. Dado que todo el sistema contribuye a evacuar las aguas y los sedimentos de la parte alta de la cuenca hacia la parte baja, al influjo de la gravedad, la mayoría de los sistemas son “contributivos”, con las subcuencas aportando su caudal mediante ríos subsidiarios hacia canales cada vez más grandes.

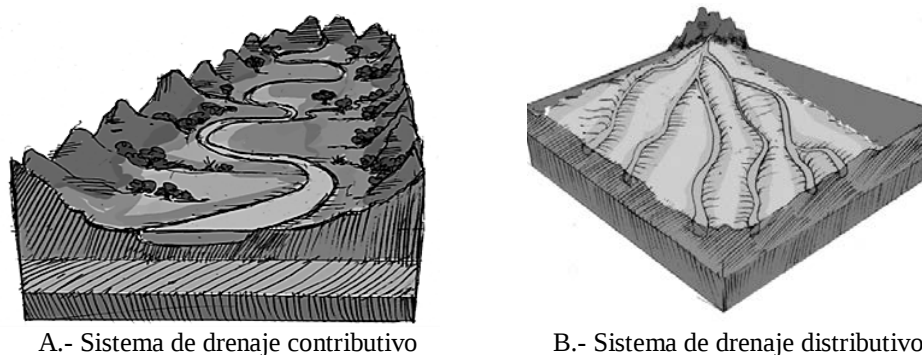


Figura 3. Sistemas de drenaje fluvial. (Ordóñez, 2011)

A pesar de que la mayoría de los sistemas de drenaje son “contributivos”, hay excepciones notables, particularmente en la zona tropical, donde los abanicos aluviales del piedemonte alcanzan áreas extensas, dando origen al emplazamiento de muchas ciudades y poblaciones importantes al amparo de mejores climas y óptima disponibilidad de agua corriente y agua subterránea para el desarrollo de las comunidades. Estas zonas de piedemonte, dan origen a cuencas o segmentos de cuencas, que generan por naturaleza sistemas de drenaje de tipo distributivo con canales subsidiarios difluentes en lugar de afluentes, Figura 3-B.

Las características de las corrientes en estos dos sistemas han sido advertidas por el autor antes, (Ordóñez, 2015), anotando que el régimen torrencial corresponde con el de los drenajes distributivos que ocurren sobre abanicos aluviales de piedemonte con cauces trenzados.

4. CARÁCTER DESTRUCTIVO EL RÉGIMEN TORRENCIAL

En régimen lento las velocidades del agua son generalmente bajas, como también lo son las de las ondas de avenida; así, la sección transversal en un tramo de llanura se va llenando lentamente y el resultado es la inundación producida por los altos niveles, si bien en las vecindades del canal las corrientes locales a lo largo de la rívera pueden arrastrar personas, animales o cosas.

En régimen torrencial las velocidades son altas, pero además hay una gran concentración de sedimentos y partículas sólidas, que se mueven con el flujo; la onda de avenida presenta un frente singular similar al de un resalto hidráulico móvil; el llenado de la sección es instantáneo constituyendo más una transgresión del flujo que un llenado ascensional del nivel de agua. El canal principal usualmente se llena de sedimentos, y la onda puede viajar a lo largo de trayectorias diferentes, afectando solo una, o ambas márgenes del cauce original.

El flujo torrencial se caracteriza hidrodinámicamente como casi-crítico, cuando el llamado “número de Froude” (¹), tiene un valor superior a 0.50, con lo cual la velocidad corresponde a la mayor que puede adquirir el agua en un canal abierto, (Baker y Costa, 1987; Ordóñez, 2011). La característica del flujo casi-crítico, es similar a la del flujo crítico, y consiste en su inestabilidad superficial, que genera una amplia fluctuación de nivel, Figura 4. La figura 5 muestra el fenómeno de inestabilidad superficial en dos avenidas torrenciales recientes, en la quebrada Taruca, Mocoa, Colombia, 2017, y el río Medellín, Colombia, Mayo de 2021.

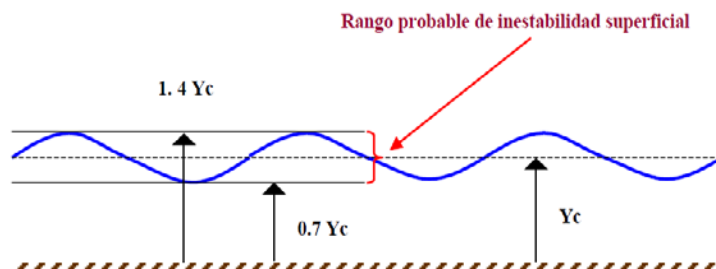
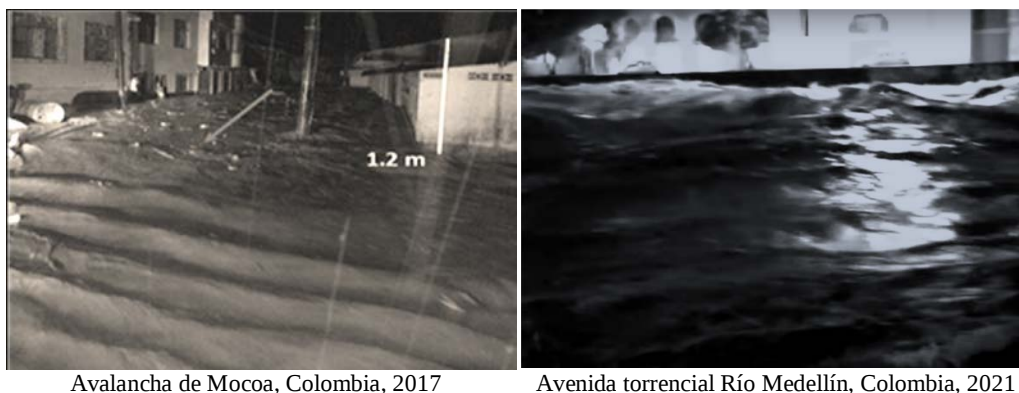


Figura 4. Inestabilidad de superficie en los flujos casi-críticos. (Pierson, 2005)



Avalancha de Mocoa, Colombia, 2017

Avenida torrencial Río Medellín, Colombia, 2021

Figura 5. Ejemplo de Avenidas Torrenciales

5. LA CONCENTRACIÓN DE LOS SEDIMENTOS EN EL FLUJO

Las avenidas torrenciales tienen un detonante hidrológico pero también una componente geotécnica, dado que bajo condiciones de alta precipitación, alta humedad ambiental y alta escorrentía en las laderas montañosas, suelen ocurrir simultáneamente derrumbes y flujos de escombros que llegan rápidamente a los cauces y se involucran en el flujo aumentando la

¹ El número de Froude se define por la relación: $F = V / \sqrt{gY}$; V es la velocidad del flujo, Y su profundidad, y g la aceleración de la gravedad.

concentración de material sólido por encima de las concentraciones hidrológicas normales, que rara vez superan el 5% en volumen.

Los flujos de lodo pueden mantener su condición hidrodinámica de fluidez hasta concentraciones del orden del 65% en volumen; concentraciones más altas, corresponden al movimiento de masas de material sólido húmedo que se denominan flujos de escombros, (Pierson, 2005). La concentración de sedimentos disminuye rápidamente hacia aguas abajo, por depositación, al reducirse la pendiente de los cauces así, los flujos torrenciales presentan apenas concentraciones del orden del 15%, al 25% en volumen, donde el cauce deja el control geológico de la montaña, y entra al valle aluvial plano; esas concentraciones son aún muy superiores a las concentraciones hidrológicas normales y deben tomarse en cuenta para aumentar los caudales calculados hidrológicamente, generando los caudales que llamaremos Extra-Hidrológicos.

6. LA CONCENTRACIÓN DEL CAUDAL EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL

Además de la alta velocidad, la concentración de sedimentos y la fluctuación de niveles, el problema más notorio de los flujos torrenciales es una mayor dificultad de expandirse que la de los flujos lentos, cuya dificultad es aún notoria; los flujos torrenciales presentan una fuerte tendencia a la concentración del caudal en alguna parte de la sección transversal.

El autor ha mostrado esta característica, (Ordóñez, 2011), mediante el uso de la ecuación de Manning en una forma transformada, en la cual en lugar de usar los parámetros usuales de velocidad y profundidad del flujo, (para canales anchos), se utilizan el caudal por unidad de ancho “ q ”, y el número de Froude “ F ”; las ecuaciones 1 y 2 son como se puede demostrar equivalentes:

$$V = \frac{q}{y} = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (1)$$

$$q_F = \frac{g^5 n^9}{S^{4.5}} F^{10} \quad (2)$$

En la ecuación (2), el subíndice F del caudal por unidad de ancho significa simplemente que si el flujo tiene esa concentración por unidad de ancho, el número de Froude será exactamente F . Con la ecuación (2) es posible calcular el valor resultante del número de Froude de un canal de pendiente y rugosidad dada, de acuerdo con el caudal por unidad de ancho, como se indica en la Tabla 1.

Se aprecia que, para rugosidades bajas, el flujo es casi-crítico para pendientes desde el 0,5 por mil. Esto puede ocurrir cuando los sedimentos son muy finos, por ejemplo arenas medias, dado que en flujos de alta velocidad la rugosidad de forma no ocurre. Para valores más altos de la rugosidad, estos flujos son casi críticos para pendientes superiores al 0,5%. El autor también ha demostrado, que para cualquier tipo de régimen, bajo o alto, la máxima concentración del flujo en la sección se puede expresar por la ecuación (3):

$$q_{\max} = a q^n \quad (3)$$

y que en esa sección de máximo flujo el número de Froude se puede estimar como:

$$F_m = b_1 F + b_2 \quad (4)$$

donde a , b_1 , b_2 y n son coeficientes y exponente que se pueden expresar por la Tabla 2 para diferentes valores de F , de acuerdo con el análisis de un número superior a 200 aforos líquidos en estaciones principales del IDEAM, en Colombia.

Tabla 1. Números de Froude en canal rectangular dados n y So con caudal unitario creciente

q	$n = 0.012$				$n = 0.020$				
	$So = 0.0001$	$So = 0.0003$	$So = 0.0005$	$So = 0.001$	$So = 0.0001$	$So = 0.0003$	$So = 0.0005$	$So = 0.001$	$So = 0.010$
1	0.27	0.44	0.56	0.76	0.17	0.28	0.35	0.48	1.36
3	0.30	0.50	0.62	0.85	0.19	0.31	0.39	0.54	1.52
5	0.32	0.52	0.67	0.90	0.20	0.33	0.41	0.57	1.60
10	0.34	0.56	0.70	0.96	0.22	0.35	0.44	0.61	1.71
20	0.36	0.60	0.75	1.03	0.23	0.38	0.48	0.65	1.83
30	0.38	0.62	0.78	1.07	0.24	0.39	0.50	0.68	1.91
50	0.40	0.66	0.83	1.15	0.25	0.42	0.52	0.71	2.01
100	0.43	0.70	0.89	1.21	0.27	0.44	0.56	0.76	2.16

Tabla 2.- Valores de coeficientes y exponentes de las ecuaciones (3) y (4)

FROUDE	a_1	n	b_1	b_2
$F < 0.40$	1.551	0.984	0.85	0.01
$F > 0.40$	1.271	1.271	0.71	0.10

Aun cuando las ecuaciones parecen similares en forma para regímenes bajos y altos, la Figura 6 muestra el resultado de extender el análisis de la concentración del flujo a caudales cada vez mayores, y permite ver que para regímenes bajos, la concentración del caudal permanece invariable, en tanto que para los altos, la tendencia a concentrar el flujo en chorros más potentes cada vez y más destructivos, está siempre en ascenso.

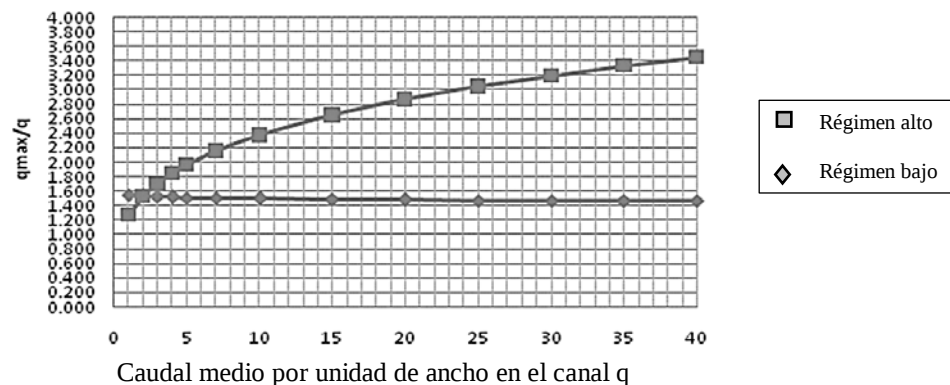


Figura 6. Concentración del flujo en un canal recto a medida que aumenta el caudal medio

7. TRANSGRESIÓN Y EROSIÓN POR LA DIRECCIONALIDAD DEL FLUJO

El resultado de la concentración del caudal, es doblemente peligroso. Por un lado, la inercia del flujo de alta velocidad y su capacidad para remontar obstáculos, hace que la corriente pueda en caso de una curva pronunciada del cauce, invadir una margen del río sin extenderse a la otra margen. La Figura 7 muestra el caso de un flujo torrencial sobre la margen derecha del río Pirai en Bolivia, por una avenida de relativa baja magnitud, indicando que el flujo ha afectado una orilla sin dañar la otra, y que puede abandonar el cauce normal y transitar por la planicie aluvial. Por otro lado, el impacto de la corriente sobre la orilla en la porción exterior de la curva, produce efectos erosivos muy importantes sea la orilla rígida o blanda, como se aprecia en el esquema de la derecha, Figura 7.

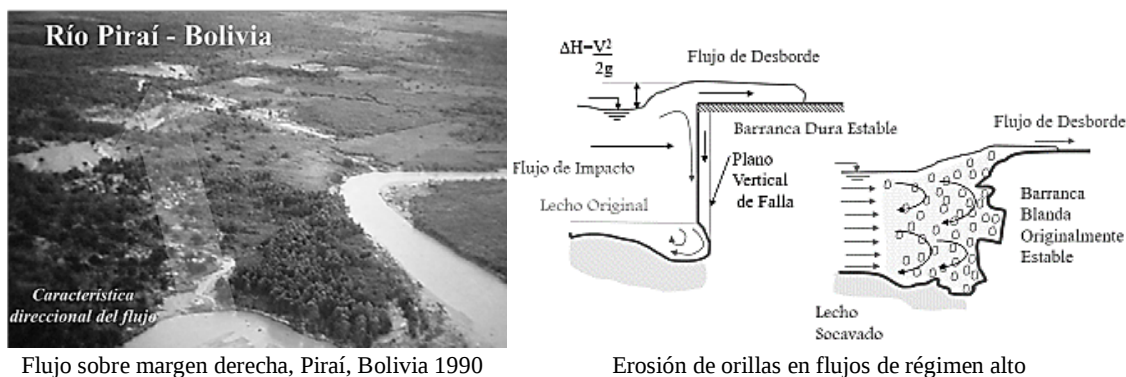
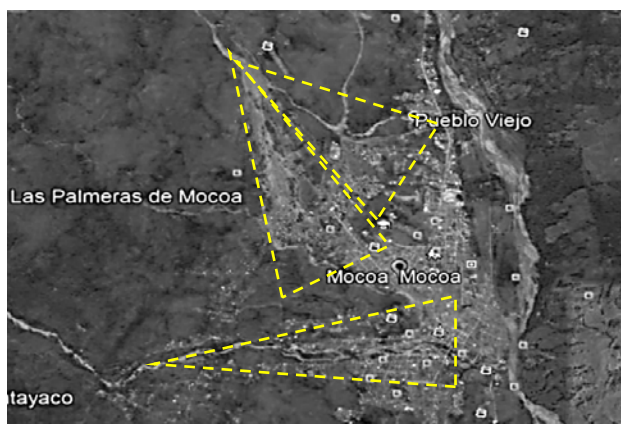


Figura 7. Fenómenos característicos de la agresividad de los flujos torrenciales (Pierson, 2005)

8. ZONAS DE PELIGRO DURANTE AVALANCHAS Y FLUJOS DE LODO

De lo anterior se deduce que las zonas de amenaza por flujos torrenciales sobrepasan el alineamiento normal de los cauces y se extienden considerablemente fuera de ellos. La Figura 8 a continuación muestra las trazas de fenómenos recientes de flujos torrenciales devastadores, que han ocurrido recientemente en la ciudad de Mocoa, capital del Departamento de Putumayo en Colombia.



Mocoa, Colombia, marzo, 2017

Figura 8. Proyección de las zonas afectadas por el turbión de 2017 en Mocoa, Colombia

9. USO DEL PROTOCOLO NORMAL EN EL CASO TORRENCIAL

Se presenta el cálculo de amenaza torrencial en la cuenca del río Campoalegre en Colombia, con fines de ordenamiento y manejo de su cuenca hidrográfica, donde todos los afluentes presentan pendientes mayores del uno por mil; se utilizó inicialmente el protocolo normal de cálculo, mediante el uso del programa Hec-Ras para obtener los parámetros hidráulicos, y dibujar manchas de inundación para periodos de retorno de 15, 100 y 500 años, con el DEM disponible para la cuenca, señalando así las zonas sujetas a amenaza alta, para avenidas de 15 años, media de 15 a 100 años, y baja para avenidas de 100 a 500 años de recurrencia. Aun cuando se realizaron los cálculos para todos los cauces principales de la cuenca, el resultado se puede juzgar para uno cualquiera de ellos, por lo cual se presentan los resultados para el cauce principal del río San Francisco que es un caso típico. El procedimiento seguido fue el siguiente:

1. Realizar la modelación hidrológica para calcular los caudales extremos en la cuenca
2. Calcular los caudales extremos para cada sector del río
3. Adaptar el DEM existente para entrada al programa bidimensional HEC-RAS 5
4. Calcular velocidades y niveles de inundación para cada caudal
5. Seleccionar otros parámetros de la modelación, en especial el coeficiente de rugosidad del canal
6. Utilizar AUTOCAD, para editar las manchas debido a posibles conflictos del DEM, (pixel 12m).
7. Localizar secciones transversales para análisis detallado
8. Editar secciones y verificar los resultados
9. Iterar con otros valores de rugosidad

El proceso es largo y complejo porque HEC-RAS 5 aún no tiene salidas directas autosuficientes para examinar los resultados, en particular cuando el DEM es de baja precisión, como en el presente caso, dado que el pixel es demasiado grueso. En el caso del río San Francisco se calcularon las manchas de inundación variando los coeficientes de rugosidad de Manning entre 0.045 y 0.06, utilizando caudales directos de un estudio regional de frecuencias, tomando los caudales en el punto de entrega del río al Campoalegre y reduciendo por área de la cuenca los caudales de las subcuencas principales aguas arriba.

La Figura 9 muestra las secciones transversales generadas para análisis, y las manchas de inundación para las tres avenidas consideradas; La Figura 10 muestra los niveles obtenidos en algunas de las secciones utilizadas; la Figura 11 muestra diagramas de velocidad en dos secciones del programa para $n = 0.06$ y para $n = 0.045$. La Tabla 3 muestra algunos de los resultados obtenidos.

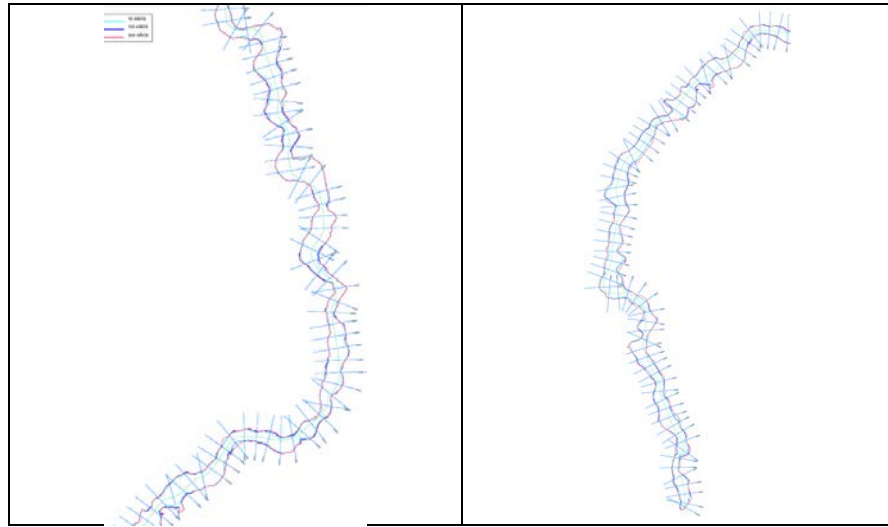


Figura 9. Manchas de Inundación del Río San Francisco del programa Hec-Ras 5

Se pueden hacer las siguientes observaciones:

1. El DEM no muestra el canal central del río. El alineamiento del cauce principal se define por el punto más bajo de la sección, y no siempre corresponden con el alineamiento del río en fotos aéreas, (por ejemplo imágenes Google Earth recientes). Esto no necesariamente implica errores en las elevaciones, dado que en el caso de flujos de lodo el canal de aguas bajas casi siempre se llena de sedimentos en primera instancia y los flujos son todos de desborde, sin que el flujo principal siga necesariamente el alineamiento del canal; sin embargo, dado que el flujo es altamente direccional, la curvatura del canal define qué zonas son más afectadas que otras.
2. Las manchas de inundación para todos los caudales son muy similares; es claro que los bordes de la sección presentan irregularidades que hacen los resultados poco confiables, lo cual se aprecia mejor en los diagramas de velocidad de la Figura 12. Significa que el DEM requiere mayor precisión y los resultados del modelo no permiten definir bien los contornos que pide el protocolo.

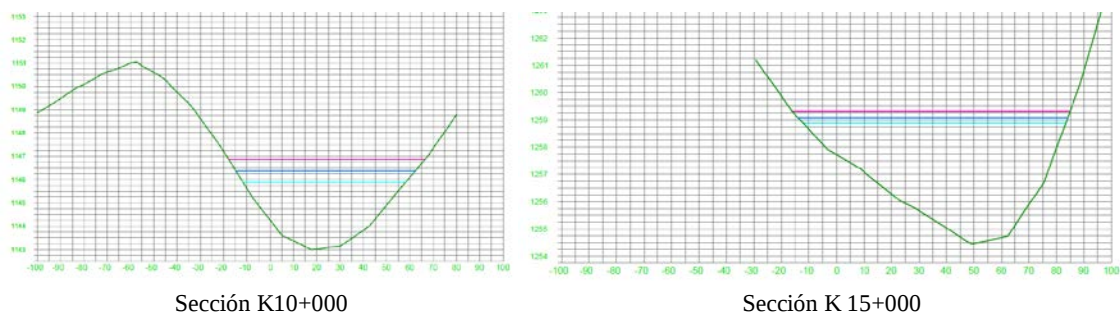


Figura 12. Secciones típicas del Río San Francisco del programa Hec-Ras 5

3. El programa no está diseñado para flujo torrencial, y considera que el alineamiento es básicamente el del valle y no el del cauce; en todos los casos trata de llenar toda la sección de flujo sin dar importancia a la concentración del caudal en una porción menor de la sección, según la curvatura o del grado de contracción y expansión de las secciones.

4. El programa calcula siempre el flujo como si fuera subcrítico para todo número de Froude por debajo de 1.0, y no reconoce diferencias para flujo casi-crítico, que ocurre siempre en cauces de alta pendiente, mayores del 1 por mil. La Tabla 2 muestra ejemplos de cálculo del número de Froude en un canal rectangular con n y S_o dados, para valores crecientes del caudal unitario.

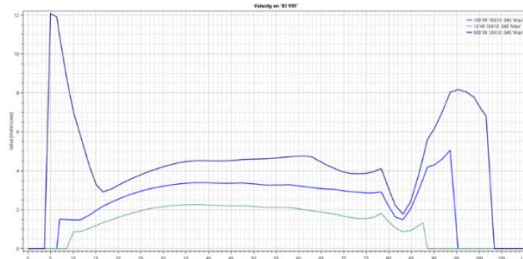


Diagrama de Velocidades para la sección K1+000

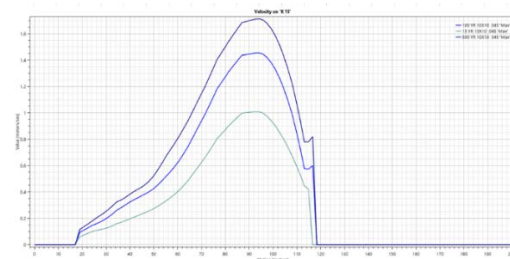


Diagrama de Velocidades para la sección K15+000

Figura 13. Diagramas de Velocidad producidos por Hec-Ras 5 para algunas secciones típicas

5. Se observa la respuesta errática en los extremos o bordes de la sección, que solo podría dilucidarse mediante calibración con marcas de inundación y una topografía o un DEM de mayor precisión. Las marcas de inundación son muy difíciles de obtener en el caso de avenidas torrenciales, a menos que las mediciones u observaciones se realicen recién ocurrido el flujo de avenida.

La Tabla 3 presenta resultados directos del programa para algunas secciones, indicando que, en todos los casos el flujo presenta valores del número de Froude por encima de 0.5 pero por debajo de 2.0 siendo entonces flujos “casi críticos”, con un comportamiento muy similar al de los flujos “críticos”.

Tabla 3. Resultados del programa Hec-Ras 5 para algunas secciones del Río San Francisco

Reach	River Sta	Profile	Q Total (m ³ /s)	Length Chnl (m)	Mann Wtd	Cl Min	Ch El (m)	W.S. Elev (m)	Crit W.S. (m)	E.G. Elev (m)	E.G. Slope (m/m)	Vel Chnl (m/s)	Flow Area (m ²)	Top Width (m)	Froude # Chl
SF	1,1	Q 2.33	32,72	45,71	0,035		1124,62	1126,01		1126,18	0,004515	1,82	18,53	33,87	0,59
SF	1,1	Q 15	62,16	45,71	0,035		1124,62	1126,2	1126,2	1126,56	0,007937	2,73	26,51	41,66	0,81
SF	1,1	Q 100	91,6	45,71	0,035		1124,62	1126,44	1126,44	1126,87	0,00788	3,08	36,4	41,66	0,83
SF	1,1	Q 500	117,78	45,71	0,035		1124,62	1126,6	1126,6	1127,1	0,008185	3,38	43,21	41,66	0,87
SF	1,1	QM 15	93,1	45,71	0,035		1124,62	1126,45	1126,45	1126,88	0,007986	3,11	36,66	41,66	0,84
SF	1,1	QM 100	137,2	45,71	0,035		1124,62	1126,72	1126,72	1127,27	0,008264	3,56	48	41,66	0,88
SF	1,1	QM 500	176,4	45,71	0,035		1124,62	1126,92	1126,92	1127,56	0,008514	3,9	56,54	41,66	0,91
SF	-1	Q 2.33	32,72	48,59	0,035		1124,38	1125,47	1125,47	1125,82	0,014147	2,64	12,42	17,55	1
SF	-1	Q 15	62,16	48,59	0,035		1124,38	1125,96	1125,96	1126,21	0,006181	2,4	36,71	78,8	0,72
SF	-1	Q 100	91,6	48,59	0,035		1124,38	1126,13	1126,13	1126,41	0,006395	2,68	50,64	83,96	0,74
SF	-1	Q 500	117,78	48,59	0,035		1124,38	1126,21	1126,21	1126,56	0,007788	3,08	57,47	91,53	0,83
SF	-1	QM 15	93,1	48,59	0,035		1124,38	1126,14	1126,14	1126,42	0,006413	2,7	51,26	84,68	0,75
SF	-1	QM 100	137,2	48,59	0,035		1124,38	1126,34	1126,34	1126,67	0,00695	3,08	69,28	94,43	0,79
SF	-1	QM 500	176,4	48,59	0,035		1124,38	1126,47	1126,47	1126,85	0,007446	3,36	81,58	96,1	0,83
SF	-2	Q 2.33	32,72	64,45	0,035		1122,81	1124,45	1124,37	1124,8	0,010467	2,62	12,48	13,71	0,88
SF	-2	Q 15	62,16	64,45	0,035		1122,81	1124,97	1124,97	1125,4	0,007942	2,96	24,33	36,16	0,81
SF	-2	Q 100	91,6	64,45	0,035		1122,81	1125,26	1125,26	1125,74	0,007601	3,29	35,19	40,26	0,82
SF	-2	Q 500	117,78	64,45	0,035		1122,81	1125,46	1125,46	1125,99	0,007436	3,51	43,82	43,39	0,82
SF	-2	QM 15	93,1	64,45	0,035		1122,81	1125,27	1125,27	1125,76	0,007598	3,3	35,68	40,45	0,82
SF	-2	QM 100	137,2	64,45	0,035		1122,81	1125,59	1125,59	1126,16	0,007479	3,68	49,5	45,33	0,83
SF	-2	QM 500	176,4	64,45	0,035		1122,81	1125,94	1125,94	1126,47	0,005957	3,66	66,26	50,62	0,77
SF	-3	Q 2.33	32,72	50,95	0,035		1122,59	1123,67	1123,67	1124,01	0,014206	2,58	12,68	18,71	1
SF	-3	Q 15	62,16	50,95	0,035		1122,59	1124,04	1124,04	1124,55	0,012729	3,15	19,74	19,61	1
SF	-3	Q 100	91,6	50,95	0,035		1122,59	1124,35	1124,35	1124,99	0,011549	3,54	26,06	21,96	0,99
SF	-3	Q 500	117,78	50,95	0,035		1122,59	1124,6	1124,6	1125,33	0,010443	3,79	31,85	24,13	0,97
SF	-3	QM 15	93,1	50,95	0,035		1122,59	1124,36	1124,36	1125,01	0,011475	3,56	26,39	22,09	0,99
SF	-3	QM 100	137,2	50,95	0,035		1122,59	1124,77	1124,77	1125,55	0,009787	3,94	36,2	25,65	0,96
SF	-3	QM 500	176,4	50,95	0,035		1122,59	1125,09	1125,09	1125,97	0,008951	4,22	44,52	27,21	0,94

10. PROTOCOLO PARA CÁLCULO DE AMENAZA TORRENCIAL

Dado que resulta demasiado costoso realizar topobatismetrías de todos los sectores de cada río, los consultores han determinado un procedimiento aproximado, pero técnicamente justificado, que se muestra a continuación con el título de protocolo para cálculo de la amenaza torrencial en una cuenca extensa; este procedimiento corresponde bien con los casos estudiados de los sectores específicos ya mencionados, y resultan en valores razonables para definir la amenaza en forma generalizada en una cuenca hidrográfica extensa, con numerosos ríos y quebradas.

El protocolo propuesto para el caso de avenidas torrenciales se determina por los siguientes pasos:

1. Se realiza el ordenamiento de los ríos de la cuenca, de acuerdo con el procedimiento de Horton-Strahler, y se calculan los caudales hidrológicos para los cauces promedio de cada orden, de acuerdo con sus características de área, longitud y pendiente mediante un análisis regional de frecuencias de inundación, y se calculan los parámetros de la amenaza hidrológica normal:

Tabla 5. Caudales significativos para la definición de amenaza hidrológica normal

Orden	No. de ríos	L (m)	So (%)	Área (Km ²)	Q ₁₅	Q ₁₀₀	Q ₅₀₀	b ₁₅	b ₁₀₀	b ₅₀₀	q ₁₅	q ₁₀₀	q ₅₀₀
1	3,977	487	21,55	0,34	7,6	11,2	14,4	15	20	25	0,51	0,56	0,58
2	809	829	14,78	1,62	15,2	22,4	28,8	20	25	30	0,76	0,90	0,96
3	212	2,136	10,79	5,11	30,4	44,8	57,6	30	40	50	1,01	1,12	1,15
4	40	5,381	7,11	18,03	51,3	75,6	97,2	45	60	75	1,14	1,26	1,30
5	10	10,499	2,95	59,65	93,1	137,2	176,4	50	70	85	1,86	1,96	2,08
6	3	14,266	2,00	120,37	133,0	196,0	252,0	55	75	90	2,42	2,61	2,80
7	1	20,300	0,83	434,00	228,0	336,0	432,0	60	80	95	3,80	4,20	4,55

Q = valores del estudio regional de frecuencias // b = anchos característicos, secciones transversales, Hec-Ras 5

2. Se calculan los caudales unitarios máximos que ocurren en cada caso con la ecuación de Del Campo-Ordóñez y se aumentan los caudales teniendo en cuenta el probable contenido de material sólido para el caso de flujos hiperconcentrados, característicos de las avenidas torrenciales; se estiman las profundidades medias como las críticas para los caudales maximizados, y se determinan Y_{max}, Y_{min} y V_{max}, de acuerdo con los parámetros del flujo casi-crítico; se anota que la rugosidad no entra en estos cálculos:

Tabla 6. Caudales significativos para la definición de amenaza torrencial

Orden	q _{max15}	q _{max100}	q _{max500}	q _{maxs15}	q _{maxs100}	q _{maxs500}	Y _{max15}	Y _{max100}	Y _{max500}	Y _{min15}	Y _{min100}	Y _{min500}	V _{max15}	V _{max100}	V _{max500}
1	0,54	0,61	0,63	1,61	1,82	1,89	0,90	0,98	1,00	0,45	0,49	0,50	3,58	3,74	3,78
2	0,90	1,11	1,21	2,24	2,76	3,02	1,12	1,29	1,37	0,56	0,64	0,68	4,00	4,29	4,42
3	1,29	1,47	1,52	2,59	2,94	3,04	1,23	1,34	1,37	0,62	0,67	0,69	4,20	4,38	4,43
5	1,50	1,70	1,77	2,63	2,98	3,09	1,25	1,36	1,39	0,62	0,68	0,69	4,22	4,40	4,45
5	2,80	2,99	3,21	4,20	4,48	4,82	1,70	1,78	1,87	0,85	0,89	0,93	4,93	5,04	5,16
6	3,90	4,31	4,70	4,88	5,39	5,88	1,88	2,01	2,13	0,94	1,01	1,07	5,19	5,36	5,52
7	6,94	7,88	8,71	8,11	9,21	10,19	2,64	2,88	3,08	1,32	1,44	1,54	6,14	6,41	6,63

$q_{max} = 1,271 q^{1,271}$ // $q_{maxs} = \lambda q_{max}$ // $Y_{max} = 1,4 Y_c$ // $Y_{min} = 0,7 Y_c$ // $V_{max} = q_{maxs} / Y_{min}$

Los valores de q_{max} , se obtienen de la aplicación de la ecuación de Del Campo-Ordóñez sobre los caudales unitarios de la Tabla 5; los valores de q_{maxs} se obtienen de los anteriores

multiplicando por un valor λ para aumentar los caudales por el volumen adicional debido a las concentraciones “extra-hidrológicas” de los flujos de lodo, de acuerdo con los valores sugeridos del 65% para las zonas de origen de los flujos, en los afluentes de orden 1, ($Q_{s1}=2,86Q$); del 60% para los del orden 2, ($Q_{s2}=2,5Q$); del 55% para los del orden 3, ($Q_{s3}=2,22Q$); del 45% para los del orden 4, ($Q_{s4}=1,82Q$); del 35% para los del orden 5, ($Q_{s5}=1,54Q$); del 20% para los del orden 6, ($Q_{s6}=1,25Q$), y del 15% para los del orden 7, ($Q_{s7}=1,18Q$); correspondiente este último a concentraciones observadas en casos de flujos de lodo reales, (mediciones en el río Pirai, Bolivia, a la salida del cañón montañoso en el turbión de 1983), y el valor máximo del 65% a la máxima concentración posible antes de que la avalancha cambie a un flujo de detritos, es decir material sólido húmedo en lugar de líquido espeso.

Como se puede deducir de la Tabla 6, los parámetros de amenaza para los niveles considerados en el caso de inundaciones lentas, (15, 100 y 500), resultan muy similares, debido al efecto de concentración del caudal durante las avenidas torrenciales, y al mayoramiento diferencial del volumen de las avenidas en la cuenca alta, donde se producen los altos volúmenes de sedimentos, hasta la parte baja donde la carga sólida va siendo cada vez menor debido al efecto de la depositación en los canales de aguas bajas y en la planicie de desborde.

Por esta razón es preferible demarcar un solo nivel de amenaza torrencial correspondiente al nivel de la avenida de 100 años de periodo de retorno; la Tabla 7 muestra el cálculo aproximado de las áreas de amenaza torrencial de acuerdo con los diferentes órdenes de las corrientes. Los anchos afectados se han medido considerando que la cota máxima de afectación corresponde a la cota más baja de la sección, más la altura máxima de influencia torrencial, $Y_{\max}$ de la Tabla 6. Las manchas de inundación corresponden con dicho nivel y se pueden dibujar de acuerdo con el DEM del proyecto en cada uno de los ríos de la cuenca.

Tabla 7. Estimado de las Manchas de Amenaza en la cuenca del Río Campoalegre

Orden	No. de ríos	L (m)	$Y_{\max 15}$	$Y_{\max 100}$	$Y_{\max 500}$	b_{100}	Área Km ² Amenaza Torrencial
1	3,977	487	0,90	0,98	1,00	20	39
2	809	829	1,12	1,29	1,37	25	17
3	212	2,136	1,23	1,34	1,37	40	18
4	40	5,381	1,25	1,36	1,39	60	13
5	10	10,499	1,70	1,78	1,87	70	7
6	3	14,266	1,88	2,01	2,13	75	3
7	1	20,300	2,64	2,88	3,08	80	2
TOTAL							99 Km²

Los resultados muestran que en el caso de flujos torrenciales las profundidades del flujo pueden ser mayores en un 50% sobre las calculadas por Hec-Ras, en tanto que las velocidades máximas en la sección transversal pueden ser del orden del doble de las calculadas.

REFERENCIAS

Baker B.R. y Costa, J.E., (1987). “Flood Power”, in *Catastrophic Flooding*, L. Mayer and D. Nash (Eds.), Allen and Unwin INC. Mass., pp. 1-25.

- Mojica, J., Colmenares, F., Villarroel, C., Macía, C., Moreno, J.M. (1985). “Características del Flujo de Lodo Ocurrido en Armero Tolima en 1985. Historias y Comentarios de los Flujos de Lodo de 1595 y 1845”. *Revista Colombiana de Geología*, No. 14. Bogotá.
- Ordóñez, J.I., (2011). “El Régimen del Flujo y la Morfología de los Cauces Aluviales”. *Publicaciones de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia*.
- Ordóñez, J.I. (2015). “Distributive Drainage Systems”. Proceedings, 36th International Hydraulic Conference, IAHR. The Hage, Netherlands.
- Ordóñez, J.I., (2017). “Riesgo de Inundaciones y Aludes Torrenciales en Colombia”. *Avances y Retos en gestión Integral del Riesgo de Inundaciones y Aludes Torrenciales en América latina y El Caribe*.
- Ordóñez, J.I. (2018) “Amenaza por Inundaciones y Aludes Torrenciales”, Memorias del 28 Congreso Latinoamericano de Hidráulica de la IAHR, Buenos Aires, Argentina, Septiembre.
- Ordóñez, J.I. (2019) “Basic Hydrodynamic Characteristics of Torrential Flow”, Memorias del 38 Congreso Mundial de Hidráulica de la IAHR, Ciudad de Panamá, Septiembre.
- Pierson, Th.C. (2005) “Hyperconcentrated Flow –transitional process between water flow and debris flow”. Capítulo 8 de *Debris Flow Hazards and Related Phenomena*, M. Jacob y O. Hungr (Eds.). Praxis, Springer Berlin, Hidelberg.

ACERCA DEL AUTOR

El doctor Jaime Iván Ordóñez es ingeniero civil de la Universidad Nacional de Colombia en Bogotá (1968), y es Profesor Titular de ingeniería en la misma Universidad. Tiene títulos de Maestría y Doctorado en Ingeniería de la Universidad de California en Berkeley (1974). Ejerce como Profesor Invitado en su universidad y en la Universidad de los Andes de Bogotá, dirigiendo proyectos de investigación y tesis de posgrado en ambos claustros. Es autor de varios libros de hidráulica de canales abiertos, ingeniería de ríos y costas, y ha publicado más de 150 artículos en Congresos y revistas de ingeniería en su país y en el exterior. Es miembro de la Sociedad Colombiana de Ingenieros, la IAHR y el ASCE.

SCOUR APP: UN SOFTWARE DE CÓDIGO ABIERTO PARA DOCENCIA EN SOCAVACIÓN LOCAL

ALONSO PIZARRO^{1,2} Y OSCAR LINK³

¹Escuela de Ingeniería en Obras Civiles, Universidad Diego Portales, Santiago, Chile

²Departamento de Ingeniería Civil, Arquitectónica y Ambiental, Universidad de Nápoles
Federico II, Nápoles, Italia

alonso.pizarro@udp.cl

alonsovicente.pizarrovaldebenito@unina.it

²Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Concepción, Concepción, Chile

olink@udec.cl

RESUMEN

ScourAPP es un software de código abierto que modela la evolución temporal de la socavación local ante condiciones hidráulicas complejas. El software es gratuito y puede ser descargado, usado y modificado por cualquier usuario. Tiene una interfaz gráfica y códigos que pueden emplearse con objetivos de diseño, simulación de escenarios y/o docencia universitaria. Particularmente, este manuscrito presenta ScourAPP con una visión académica de forma que pueda ser usado como material de apoyo en cursos de hidráulica de ríos, diseño de obras hidráulicas y transporte de sedimentos. Las secciones 2 y 3 presentan la metodología usada por ScourAPP y su interfaz gráfica, mientras que la sección 4 presenta el caso de estudio del puente Rapel, ilustrando las posibilidades del software para la docencia universitaria.

Palabras claves: Hidráulica, Transporte de Sedimentos, Socavación local, Software de código abierto, Docencia universitaria.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

La socavación local, definida en este artículo como la erosión alrededor de cepas de puente, es uno de los factores más importantes atribuible a la falla de estas obras. El valor máximo que puede alcanzar durante una crecida depende de las condiciones antecedentes y, por ende, su evolución temporal es clave para un diseño y análisis preciso de los efectos de la socavación sobre la vulnerabilidad del puente ante crecidas. Por otro lado, durante la recesión de las crecidas, es posible que el sedimento en suspensión deposite, relleno la fosa de socavación, generando una dinámica compleja que dificulta la medición y el monitoreo.

Debido a la importancia y complejidad existente, este tópico de investigación ha sido tratado por muchos investigadores (entre ellos el profesor Ramón Fuentes Aguilar, a quien se dedica este número especial de la revista de la Sociedad Chilena de Hidráulica). Sin embargo, muchas de las fórmulas para predecir y modelar la profundidad de socavación local están basadas en condiciones difíciles de cumplir en puentes reales. Por ejemplo, el “gold-

standard” actual se basa en tres pilares fundamentales para el diseño, siendo estos: i) caudal constante actuando sobre el sedimento y pila de puente por un tiempo teóricamente infinito, ii) periodo de retorno del caudal de diseño escogido arbitrariamente (típicamente, 100 años) y dependiente de la importancia de la obra hidráulica, y iii) estimación de la socavación mediante fórmulas basadas en ensayos de laboratorio con condiciones como la señalada en i). No obstante, para mejorar la comprensión de la socavación, parece razonable aplicar fórmulas que describan la evolución temporal de la socavación considerando como forzante un hidrograma.

Este manuscrito tiene como objetivo presentar ScourAPP, un software de código abierto desarrollado por los autores para ser usado en la modelación de socavación local ante crecidas fluviales. ScourAPP puede también ser usado en fases de diseño, predicciones futuras y docencia ingenieril. Este último aspecto es analizado con más detalle en el presente manuscrito, destacando posibles usos, limitaciones actuales y futuras mejoras en el software.

2. MÉTODOS

ScourAPP reúne varios resultados de investigación desarrollada por los autores. La primera contribución que permitió modelar la profundidad de socavación local durante crecidas fluviales, fue la introducción del adimensional trabajo efectivo, W^* (Pizarro et al., 2017). Dicho adimensional se correlaciona extremadamente bien con la profundidad de socavación local independientemente de las condiciones hidráulicas impuestas. Por esta razón, W^* es la base de los modelos de erosión y relleno de la fosa de socavación que utiliza ScourAPP. W^* es definido matemáticamente en la Ec. (1):

$$W^* = \int_0^{t_{end}} \frac{Fr_d^3 u_{ef}}{z_R} \delta dt \quad (1)$$

donde $Fr_d = u_{ef} / \sqrt{\rho' g d_s}$ es el número de Froude densimétrico, $u_{ef} = u - u_{cs}$ es el exceso de velocidad sobre la condición incipiente de socavación $u_{cs} (= 0.5u_c)$, u es la velocidad media del flujo, u_c es la velocidad crítica para el inicio del movimiento del sedimento (calculada con la fórmula de Zanke (1977), Ec. (9)), $z_R = D^2/2d_s$ es una longitud de referencia, D es el diámetro de la cepa, d_s es el diámetro representativo del sedimento (por ejemplo, d_{50}), t_{end} es un tiempo considerado para el análisis (por ejemplo, duración del hidrograma), and δ es la función delta de Dirac,

$$\delta = \begin{cases} 0 & u/u_{cs} < 1.0 \\ 1 & u/u_{cs} \geq 1.0 \end{cases} \quad (2)$$

Nótese que el cálculo de W^* puede realizarse para caudales variables en el tiempo, como también constantes (en el último caso la integral en la Ec. (1) se anula y W^* es calculado como una multiplicación).

La dinámica erosiva de la evolución temporal de la profundidad de socavación local es calculada a través del modelo propuesto por Link et al. (2017), cuya formulación tiene en su núcleo W^* . Dicho modelo es llamado DFW por sus siglas en inglés (*Dimensionless Flow Work*):

$$Z^* = c_1(1 - \exp(-c_2 W^{*c_3})), \quad (3)$$

donde $Z^*(= z_s/z_R)$ es la profundidad de socavación local adimensionalizada, z_s es lo socavación local en su forma dimensional, mientras que c_1 , c_2 , and c_3 son coeficientes del modelo. Nótese que c_1 corresponde a la profundidad de socavación de equilibrio, pudiendo ser calculada con cualquier fórmula existente. En este manuscrito y en la versión actual de ScourAPP, c_1 es calculado siguiendo a Sheppard et al. (2014):

$$c_1 = Z_{eq}^* = z_{eq} \left(\frac{2d_s}{D^2} \right), \quad (4)$$

$$\frac{z_{eq}}{a^*} = 2.5f_1f_2f_3, \quad 0.4 \leq \frac{u}{u_c} < 1.0 \quad (5)$$

$$f_1 = \tanh \left[\left(\frac{h}{a^*} \right)^{0.4} \right], \quad (6)$$

$$f_2 = \left\{ 1 - 1.2 \left[\ln \left(\frac{u}{u_c} \right) \right]^2 \right\}, \quad (7)$$

$$f_3 = \left[\frac{\left(\frac{a^*}{d_s} \right)}{0.4 \left(\frac{a^*}{d_s} \right)^{1.2} + 10.6 \left(\frac{a^*}{d_s} \right)^{-0.13}} \right], \quad (8)$$

donde Z_{eq}^* es el adimensional de la profundidad de socavación al equilibrio, z_{eq} es la profundidad de socavación al equilibrio en su forma dimensional, $a^*(= K_s a_p)$ es el diámetro efectivo de la cepa, K_s es el factor de forma de la cepa, a_p es el ancho proyectado de la cepa y h es el tirante hídrico. u_c es calculada, a su vez, con la fórmula de Zanke (1977):

$$u_c = 1.4(\sqrt{\rho' g d_s} + 10.5\nu/d_s). \quad (9)$$

La dinámica de relleno de la fosa de socavación es modelada siguiendo a Link et al. (2020), en donde se supone que el relleno de la fosa de socavación ocurre cuando la capacidad del flujo de transportar sedimentos es menor a la disponibilidad de este mismo. Matemáticamente,

$$z_{d[i]} = \begin{cases} 0, & \xi g_{s[i-1,j]}^* \leq g_{s[i,j]}^* \\ \frac{\alpha}{\rho_s(1-p)} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\xi g_{s[i-1,j]}^* - g_{s[i,j]}^*}{z_{i-1}} \right) \Delta t, & \xi g_{s[i-1,j]}^* > g_{s[i,j]}^* \end{cases} \quad (10)$$

donde $z_{d[i]}$ es la profundidad de relleno de la fosa de socavación, j e i son contadores para el tamaño del sedimento en la curva granulométrica e instante discreto de tiempo, respectivamente; p es la porosidad, g^* es la capacidad del flujo de transportar sedimentos, ξg^* es la disponibilidad del sedimento en la fosa de socavación, y α y ξ son parámetros de calibración del modelo. Nótese que ξ es un coeficiente de exceso de disponibilidad de sedimento, mientras que la profundidad de socavación local (al considerar los efectos combinados de erosión y relleno en la fosa de socavación) es calculada, a cada instante temporal i , con las Ecs. (11) y (12):

$$z_{[i]} = z_{s[i]} - z_{d[i]} \quad (11)$$

$$W_{[i]}^* = W_{s[i]}^* - \Delta W_{d[i]}^*, \quad (12)$$

donde los subíndices “s” and “d” son usados para denotar erosión y relleno de la fosa de socavación, respectivamente. Finalmente, g^* es calculada siguiendo Meyer-Peter & Müller (1948).

3. INTERFAZ GRÁFICA Y CÓDIGOS

ScourAPP es software de código abierto escrito para ser usado, modificado y reutilizado por cualquier usuario (Pizarro et al., 2021). Dos versiones están actualmente disponibles (códigos: *command-line* e Interfaz gráfica: *Graphical User Interface – GUI*), lo que da libertad a usuarios con distintos niveles de programación. ScourAPP fue escrito en Matlab R2020a y necesita del “*Global Optimization Toolbox*” para una correcta ejecución. Además, la GUI fue compilada para correr en *Windows*, sin la necesidad de tener instalado Matlab en el computador. Debido a la flexibilidad que pueden entregar los códigos en su versión *command-line*, este manuscrito hace referencia a la GUI (Figura 1).

La figura 1 presenta la GUI, donde es posible apreciar cuatro secciones distintas que son brevemente introducidas a continuación:

- a) **Ingreso de datos (Input Data):** Esta sección tiene por objetivo leer un documento en formato Excel que contiene la información hidráulica (series temporales, ancho de la sección mojada, tirante hidráulico, velocidad media del flujo, caudal y profundidad de socavación local en caso de estar disponible), del sedimento (en caso de existir, la curva granulométrica), de la geometría del puente y valores de los coeficientes de los modelos. En caso de no conocer dichos valores, ScourAPP consta con un módulo de calibración que puede usarse, siempre y cuando existan datos de socavación local (para más información, vea punto “c” de la presente lista). La Figura 2 muestra un ejemplo del documento para ser leído por ScourAPP.

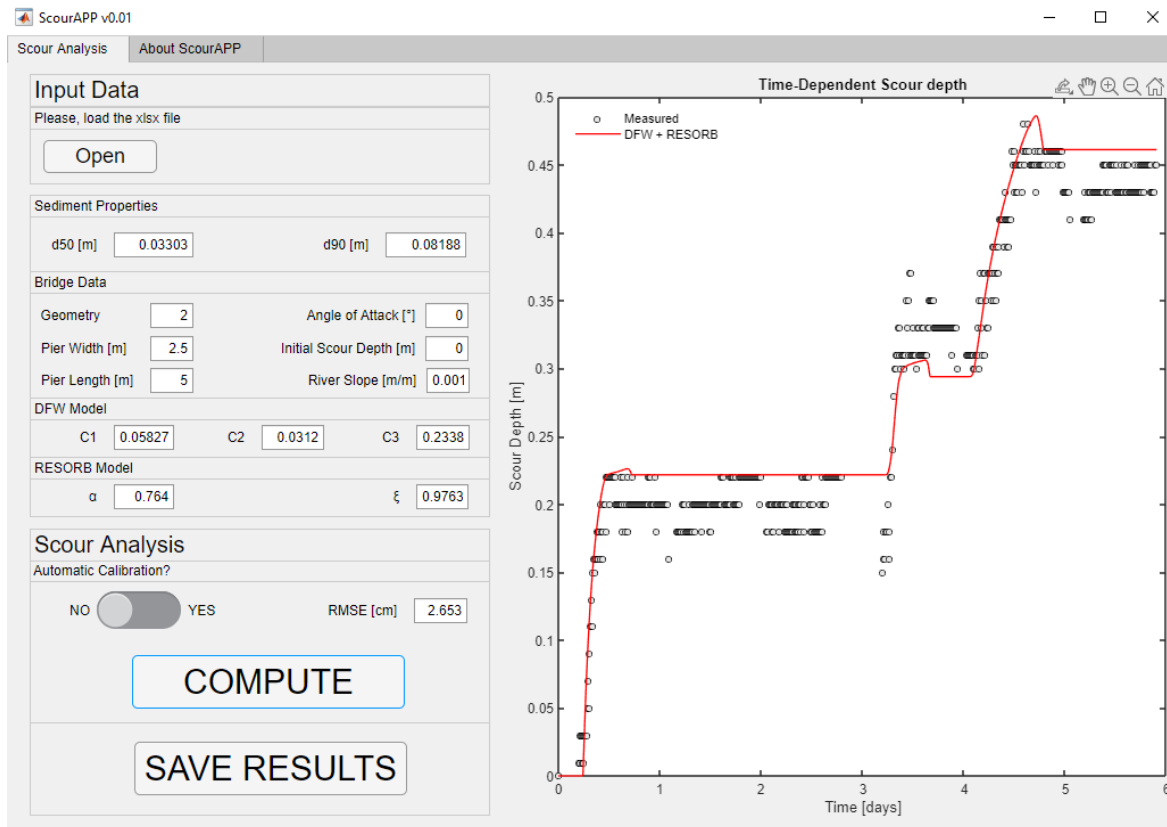


Figura 1. Interfaz gráfica (GUI por sus siglas en inglés) del software ScourAPP. El caso de estudio presentado en esta figura corresponde al Rapel (Sección 4.1).

- b) **Información modificable en la GUI:** Al momento de leer el documento Excel, ScourAPP carga en la memoria toda la información contenida. Nótese que parte de dicha información puede ser modificada por el usuario directamente en la GUI en cualquier momento. Dicha información modificable está relacionada con la información del puente y valores de los parámetros de los modelos (c_1 , c_2 y c_3 para DFW; α y ξ para RESORB).
- c) **Análisis de socavación local (Scour Analysis):** Esta sección cuenta con un módulo de calibración automática de los modelos, en caso de que existan series temporales de socavación. En caso de que no se cuente con series temporales medidas de socavación, el usuario puede asignar valores a los coeficientes del modelo, para que ScourAPP pueda calcular la evolución temporal de la socavación local. El usuario puede guardar los resultados obtenidos. ScourAPP ofrece dicha opción generando una figura y un archivo Excel con los valores de los coeficientes de los modelos y una serie temporal de la socavación local calculada.
- d) **Visualización de los resultados:** Inmediatamente después de completar los cálculos, se genera una figura que es mostrada en el cuadrante derecho de ScourAPP. La profundidad de socavación local modelada es presentada con una línea roja continua,

mientras que los valores medidos de socavación local (en caso de existir) son mostrados en círculos.

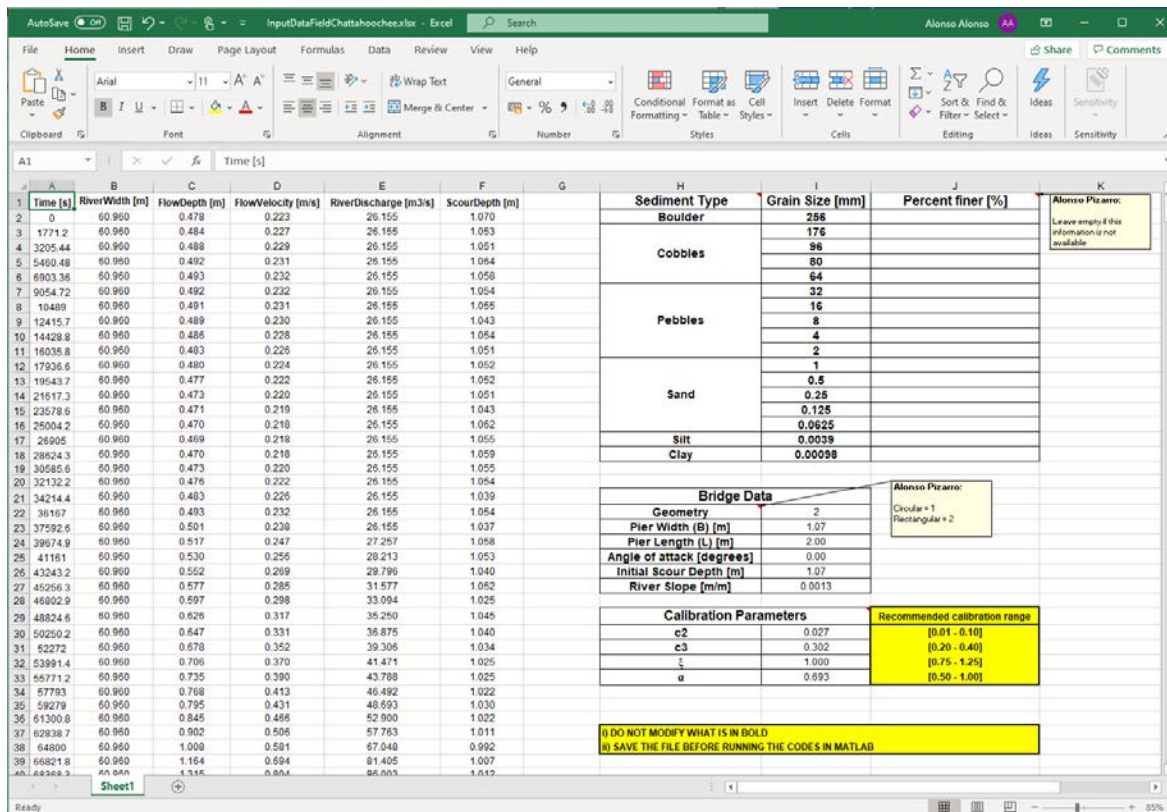


Figura 2. Ejemplo de documento de Excel compilado. Nótese que la siguiente información está disponible en el repositorio de ScourAPP: i) códigos, ii) casos de estudio con documentos Excel ya compilados, y iii) plantilla del documento de Excel, para ser compilado por el usuario.

4. ¿CÓMO USAR SCOUR APP EN DOCENCIA?

Las características presentes en ScourAPP (código abierto, GUI, resultados gráficos) son idóneas para la docencia universitaria en cursos de hidráulica de ríos, diseño de obras hidráulicas y transporte de sedimentos. Además, ScourAPP se presenta con cuatro casos de estudio documentados que pueden usarse para aprender el uso del software y analizar el efecto relativo de los parámetros sobre la socavación calculada. Destaca el hecho que ScourAPP no está limitado sólo a caudales constantes, sino que también puede considerar eventos de crecidas aislados (un evento de diseño, por ejemplo), así como también hidrogramas de largos periodos de tiempo. A continuación se presenta el caso del puente Rapel.

4.1 Caso del puente Rapel

El puente Rapel está ubicado en la región de O'Higgins, aguas abajo de la central hidroeléctrica del mismo nombre y que practica *hydropeaking* (generación de crecidas controladas a escala diaria, para la generación de electricidad). Consta de seis pilas de 2.5 metros de ancho y su longitud total es de 220 metros. La pendiente longitudinal del cauce en el tramo del puente es 0.13%. El sedimento del lecho es grava con diámetros $d_{50} = 33.03$ y $d_{90} = 81.88$ milímetros. Link et al. (2020) publicaron series temporales de variables hidráulicas como caudal, profundidad y velocidad media del flujo que fueron medidas *in-situ*. Además, se midió la socavación local durante seis días mediante un sensor ultrasónico instalado en una de las cepas. La precisión de dicho sensor es de ± 1 centímetro, equivalente a 0.3 veces d_{50} . Toda esta información ha sido ingresada en el documento Excel ("*InputDataFieldRapel.xlsx*" en el repositorio) para que pueda ser leída por ScourAPP.

4.2 Sensibilidad de la socavación a los parámetros del modelo

Desde un punto de vista académico es importante que los estudiantes se familiaricen con los modelos de erosión y relleno de la fosa de socavación. En ello, juega un rol importante el análisis de sensibilidad a sus parámetros. La recomendación *a-priori* de un rango de calibración para los coeficientes de los modelos DFW y RESORB se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1. Rango sugerido por los autores para los coeficientes de los modelos. DFW: c_2 y c_3 . RESORB: ξ y α .

COEFICIENTES DE LOS MODELOS	RANGO DE CALIBRACION SUGERIDO
c_2	0.01 – 0.10
c_3	0.20 – 0.40
ξ	0.75 – 1.25
α	0.50 – 1.00

La Figura 3 muestra un análisis de sensibilidad, para los rangos de la Tabla 1. La Figura 3A y 3B muestran la sensibilidad del relleno de la fosa, mientras que las Figuras 3C y 3D muestran la sensibilidad de la socavación a los parámetros. Nótese que la escala del eje y es diferente para las figuras relacionadas con DFW y RESORB. Esto debido a la distinta sensibilidad de los coeficientes en cuestión. De la Figura 3 es posible apreciar que los coeficientes menos y más sensibles son α y c_2 , respectivamente. ξ y c_3 tienen una sensibilidad similar (¡aunque opuesta!) y en el presente caso de estudio es del orden de la profundidad máxima medida de socavación. Por otro lado, c_2 muestra una sensibilidad tres veces más grande que aquella presentada por ξ y c_3 .

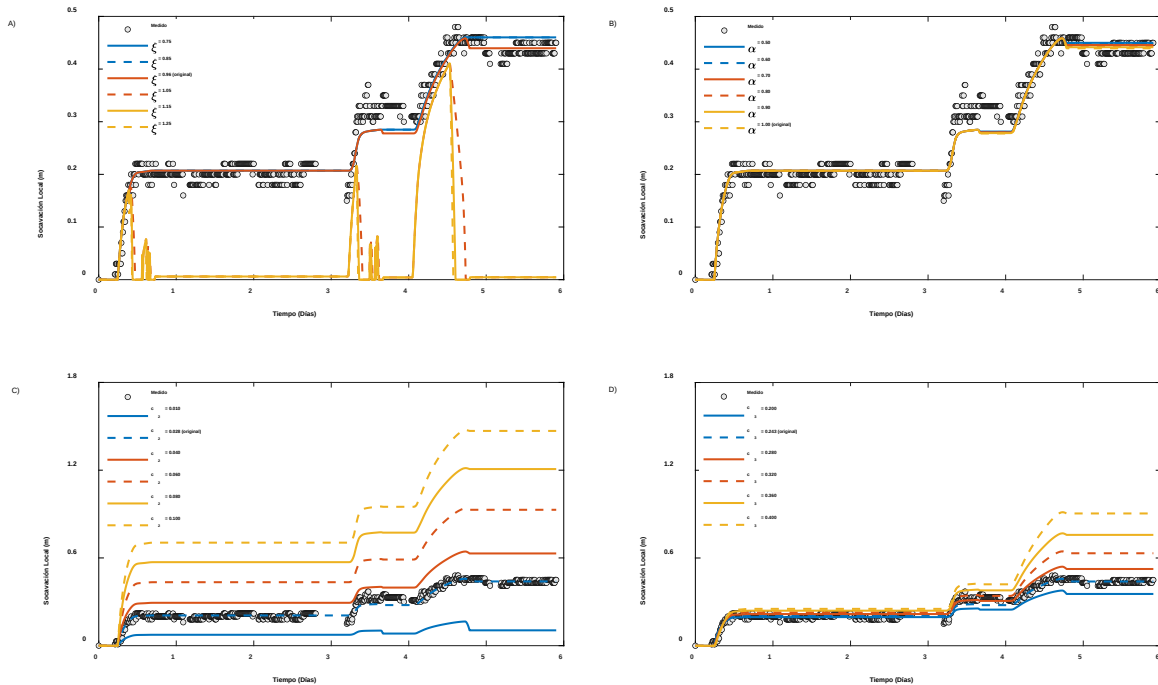


Figura 3. Análisis de sensibilidad de los coeficientes de los modelos. A) y B) RESORB (ξ y α , respectivamente). C) y D) DFW (c_2 y c_3 , respectivamente). Los valores con la palabra “original” son aquellos encontrados a través de calibración automática.

4.3 Sensibilidad de los modelos a la información del puente

La geometría, ancho y longitud de la cepa, así como también el ángulo de ataque del flujo son variables que controlan el diseño de puentes. ScourAPP puede ser usado para estos fines también, dado que permite de una manera sencilla cambiar dichos valores en la GUI. Debido a que las cepas circulares tienen el mismo valor para el ancho, longitud y ángulo de ataque, el análisis de sensibilidad mostrado a continuación asume una cepa con sección rectangular. Las Figuras 4A y 4B muestran la sensibilidad de la socavación al ancho de la cepa, L_w , y el ángulo de ataque del flujo, θ , respectivamente. Tal como es de esperarse, al aumentar L_w y θ , aumenta la socavación local. Para el rango analizado ($L_w \in [1.0; 3.5]$ m y $\theta \in [0; 75]^\circ$), ambas variables tienen un efecto similar.

Las secciones 4.2 y 4.3 muestran lo simple que es cambiar los valores de las variables de interés en la GUI. Dicha modelación toma un tiempo relativamente corto (del orden de segundos), lo que permite que los estudiantes puedan modelar la socavación local ante diferentes condiciones de manera rápida, confiable y sencilla. Los autores tienen planeado mantener vivo el proyecto ScourAPP, por lo que en un futuro cercano se tiene pensado agregar los siguientes módulos: i) Incorporación de modelos de socavación al equilibrio; ii) Diseño y análisis de riesgo; y, iii) Incorporación de otros modelos para la evolución temporal de la socavación (por ejemplo, BRISENT (Pizarro et al., 2017)). Además, extendemos la invitación a todos aquellos que estén interesados en usar ScourAPP para que nos hagan llegar sugerencias, comentarios y retroalimentación.

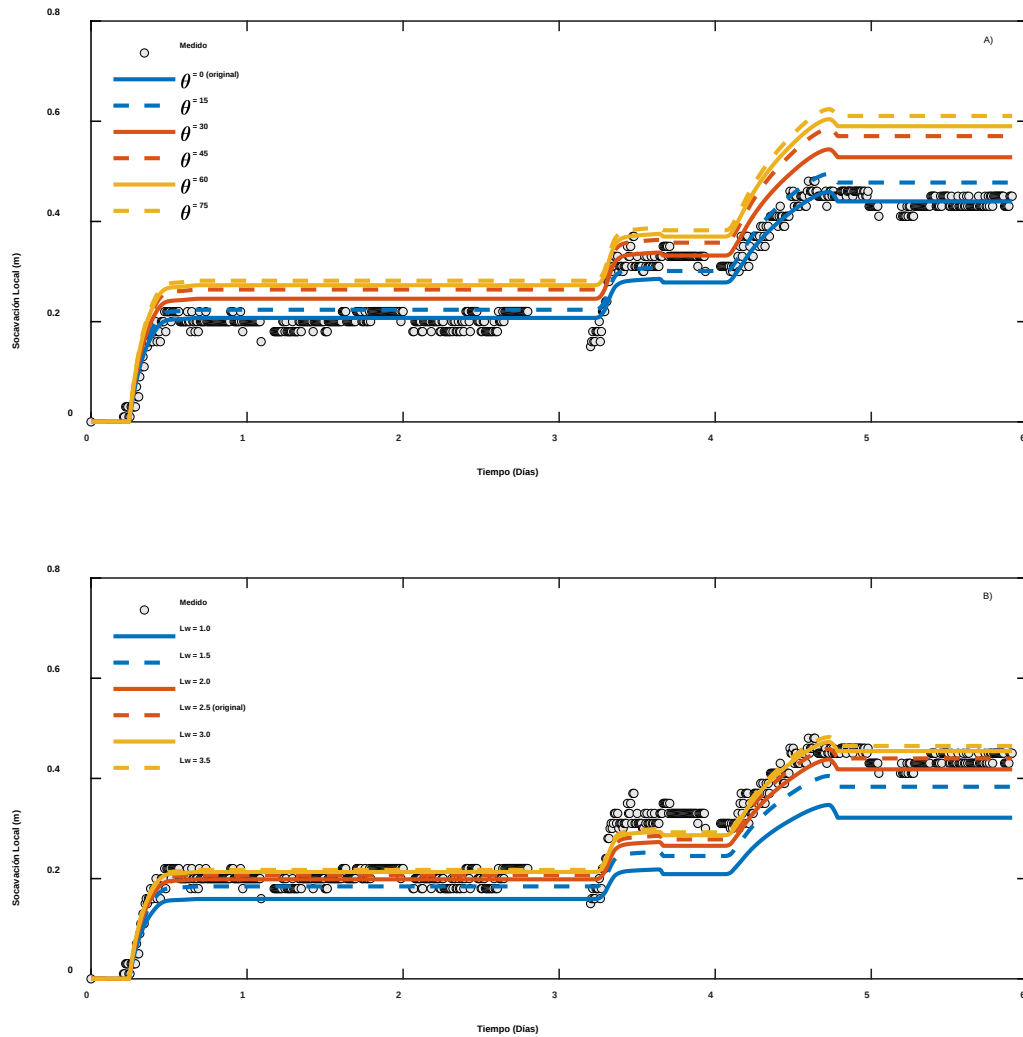


Figura 4. Análisis de sensibilidad del ancho de la cepa L_w (A) y ángulo de ataque del flujo θ (B).

5. CONCLUSIONES

ScourAPP es un software de código abierto que modela la evolución temporal de la socavación local durante crecidas fluviales. Consta de una interfaz gráfica y de códigos que pueden ser usados y modificados para diseño de puentes, simulación de escenarios, y docencia universitaria. En particular, este artículo presentó ScourAPP para ser usado como una herramienta de apoyo en hidráulica de ríos, diseño de obras hidráulicas y transporte de sedimentos. La metodología detrás del software y su interfaz gráfica fueron brevemente introducidas en las secciones 2 y 3, respectivamente. Además, el caso de estudio Rapel fue usado para ilustrar las posibilidades actuales que entrega ScourAPP para la docencia universitaria. En particular, se presentó un análisis de sensibilidad de la socavación a los parámetros del modelo y a la configuración del sitio incluyendo geometría del puente y ángulo de ataque de la corriente.

AGRADECIMIENTOS

O.L. agradece el apoyo económico entregado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (grant no. FONDEF IT1810112).

DISPONIBILIDAD DE CÓDIGOS

ScourAPP v0.01 es código abierto escrito en Matlab R2020a. Puede ser descargado gratuitamente desde el siguiente repositorio: <https://doi.org/10.17605/OSF.IO/VDB9N>

DISPONIBILIDAD DE DATOS

Experimentos de laboratorio y casos de estudio a escala real pueden ser descargados desde el siguiente repositorio: <https://doi.org/10.17605/OSF.IO/VDB9N>

REFERENCIAS

- Link, O., Castillo, C., Pizarro, A., Rojas, A., Ettmer, B., Escauriaza, C., & Manfreda, S. (2017). A model of bridge pier scour during flood waves. *Journal of Hydraulic Research*, 55(3), 310–323. <https://doi.org/10.1080/00221686.2016.1252802>
- Link, O., García, M., Pizarro, A., Alcayaga, H., & Palma, S. (2020). Local Scour and Sediment Deposition at Bridge Piers during Floods. *Journal of Hydraulic Engineering*, 146(3), 04020003. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001696](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001696)
- Meyer-Peter, E., & Müller, R. (1948). Formulas for Bed-Load transport. IAHSR 2nd Meeting, Stockholm, Appendix 2. <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3A4fda9b61-be28-4703-ab06-43cdc2a21bd7>
- Pizarro, A., Ettmer, B., Manfreda, S., Rojas, A., & Link, O. (2017). Dimensionless Effective Flow Work for Estimation of Pier Scour Caused by Flood Waves. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143(7), 06017006. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001295](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001295)
- Pizarro, A., Samela, C., Fiorentino, M., Link, O., & Manfreda, S. (2017). BRISENT: An Entropy-Based Model for Bridge-Pier Scour Estimation under Complex Hydraulic Scenarios. *Water*, 9(11), 889. <https://doi.org/10.3390/w9110889>
- Pizarro, Alonso, Ettmer, B., & Link, O. (2021). ScourApp: A Toolbox for Local Scour and Deposition at Bridges during Floods. Submitted to *Computers & Geosciences* (under Review).
- Sheppard, D. M., Melville, B., & Demir, H. (2014). Evaluation of Existing Equations for Local Scour at Bridge Piers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 140(1), 14–23. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000800](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000800)
- Zanke, Ulrich. (1977). Neuer Ansatz zur Berechnung des Transportbeginns von Sedimenten unter Stromungseinfluss. Franzius-Institut, Technical Univ. Hannover.

ACERCA DE LOS AUTORES

Alonso Pizarro es Ingeniero Civil con amplios intereses científicos, entre ellos: modelación hidrológica, procesos estocásticos en hidrología, monitoreo fluvial con drones y socavación

local. Actualmente, Alonso es Profesor Asistente en la Universidad Diego Portales (Chile) e investigador postdoctoral en la Universidad de Nápoles Federico II (Italia).

Oscar Link es Profesor Titular del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Concepción. Trabaja en el ámbito de la Ciencia e Ingeniería de Ríos, favoreciendo la colaboración para desarrollar investigación interdisciplinaria.

MODELACIÓN DEL TRANSPORTE INCIPIENTE DE SEDIMENTOS MEDIANTE ECUACIONES CONTINUAS DE DOS FASES

CAROLINA MERUANE¹, ALDO TAMBURRINO²,
ALBERTO DE LA FUENTE³, YARKO NIÑO⁴

¹Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile. Modelación Ambiental SpA
cmeruane@modelacion.cl

²Departamento de Ingeniería Civil y Advanced Mining Technology Center
Universidad de Chile.
atamburr@ing.uchile.cl

³Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
aldelafu@ing.uchile.cl

⁴Departamento de Ingeniería Civil y Advanced Mining Technology Center
Universidad de Chile.
ynino@ing.uchile.cl

RESUMEN

El transporte incipiente de sólidos en un lecho de material granular móvil es un problema fundamental de la hidráulica fluvial y ambiental, que permite determinar por ejemplo las condiciones bajo las cuales se produce socavación en el cauce de un río, o las condiciones en las que se podrían arrastrar partículas en un lecho contaminado. En este trabajo se presenta una aplicación de las ecuaciones continuas de dos fases propuestas por Meruane et al. (2010), para estudiar el arrastre incipiente de sedimentos en un lecho de material granular homogéneo y corresponde a una actualización de un trabajo expuesto por los autores en el XXII Congreso Chileno de Ingeniería Hidráulica (Meraune et al., 2005). Los resultados de las simulaciones se comparan con la curva de Shields, mostrando que este enfoque continuo es capaz de representar adecuadamente el inicio del movimiento para la fase de partículas sólidas, representando satisfactoriamente el movimiento de la capa granular móvil.

Palabras claves: Transporte incipiente; Ecuaciones de dos fases; Teoría de mezcla; Flujos multi-especies.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

El transporte incipiente de sólidos en un lecho de material granular móvil es un problema fundamental de la hidráulica fluvial que permite estudiar, por ejemplo, la socavación en el cauce de un río producto de cambios en el régimen de escurrimiento, o la socavación que ocurre alrededor de las pilas de un puente. También, el arrastre incipiente reviste mucha importancia en la hidráulica ambiental, para determinar por ejemplo las condiciones bajo las cuales se podrían arrastrar las partículas de un lecho contaminado (Niño and García, 2003).

Si bien bajo ciertas configuraciones particulares, se conoce la dinámica asociada al umbral sobre el cual ocurre el arrastre del material del lecho de un río (Dey and Papanicolaou, 2008.), no existe aún una propuesta única basada en ecuaciones continuas equivalentes a las ecuaciones de Navier-Stokes, que permita modelar el movimiento incipiente de sedimentos en un lecho de material granular bajo todos los posibles regímenes de escurrimiento. Existen, eso sí, algunas aproximaciones para flujo laminar, como la propuesta de Ouriemi et al. (2010), quienes implementaron satisfactoriamente un modelo de dos fases que tiene una reología newtoniana para la fase fluida y fricción para la fase de partículas, para describir el transporte incipiente en una tubería con flujo laminar. Para el caso de flujo turbulento, el único trabajo que conocen los autores en el que se utiliza el enfoque de dos fases para determinar la condición de movimiento incipiente es el de Meruane et al. (2015).

El mayor desafío para describir adecuadamente la dinámica del arrastre de sólidos está en desarrollar un modelo que considere las diferentes componentes de la mezcla fluido-partículas. En este sentido, Dey and Papanicolaou (2008) plantean que si la magnitud de la sustentación del fluido ambiente tiende a igualar el peso sumergido de las partículas sólidas, entonces la fuerza de arrastre del fluido sería suficiente para causar el movimiento umbral de las partículas sólidas. De este modo, para representar este movimiento umbral de las partículas sólidas, es preciso representar las dos fases por separado, incorporando las fuerzas de interacción entre ambas.

Bajo este escenario, parece apropiado utilizar la teoría de mezcla (Truesdell, 1984). Esta teoría es en esencia una aproximación de homogeneización, en donde las componentes de la mezcla son tratadas como un medio continuo con movimiento propio, que comparten el espacio y que pueden difundirse en el dominio del flujo. En este caso, las ecuaciones de conservación de masa y momentum son aplicadas a cada componente y la interacción entre componentes se representa a través de leyes constitutivas. Es así como la mayor dificultad en resolver este sistema de ecuaciones está en escoger las relaciones constitutivas que representen adecuadamente las fuerzas de interacción recíproca entre componentes de la mezcla.

Este trabajo es una actualización del de Meruane et al. (2015) presentado en el XXII Congreso Chileno de Ingeniería Hidráulica y se basa en el uso de las ecuaciones continuas de dos fases propuestas por Meruane et al. (2010) para la representación físico-matemática del arrastre de sedimentos en un lecho de material granular homogéneo. El sistema de ecuaciones diferenciales propuesto es resuelto con un esquema implícito de volúmenes finitos, que utiliza el método de corrección de la presión propuesto por Patankar (1980) sobre una grilla alternada. Finalmente, los resultados del modelo conceptual son validados a través de la comparación con la curva de Shields, mostrando resultados promisorios para los diferentes regímenes del flujo.

2. MODELO DE DOS FASES

Como se indicó, en este trabajo se utilizan las ecuaciones continuas de dos fases propuestas por Meruane et al. (2010). Para la deducción de las ecuaciones los autores parten la teoría de mezcla de (Truesdell, 1984), en donde se considera una mezcla compuesta por un fluido y un material granular homogéneo, denotados como especies de la mezcla. Para identificarlas se utiliza un índice f para el fluido y s para el material granular. Cada especie de la mezcla es tratada como un continuo con movimiento propio, que comparte el espacio y puede difundirse en el medio.

Cada especie de la mezcla tiene una densidad material γ_n , concentración volumétrica c_n , y se mueve con velocidad u_n ($n=s, f$). Se define la densidad parcial de cada constituyente como, $\rho_n = c_n \gamma_n$. Cada especie debe satisfacer la ecuación de conservación de masa y momentum, dadas por (Truesdell, 1984):

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \frac{\partial (u_{ni} \rho_n)}{\partial x_i} = 0, \quad n = s, f \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_n u_{ni}}{\partial t} + \nabla (\rho_n u_{ni} u_{nj}) = \rho_n g_i - \frac{\partial p_n}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{nij}}{\partial x_j} + \hat{m}_{ni}; \quad n = f, s \quad (2)$$

donde u_{ni} es la componente i de la velocidad, g_i es la gravedad en la dirección i , p_n es la presión, τ_{nij} es el esfuerzo tangencial en la dirección i actuando sobre la cara del volumen de control cuya normal es j , y $\hat{m}_{ni}$ es la fuerza de interacción recíproca entre las especies en la dirección i , que es igual en magnitud y de sentido contrario entre ellas.

2.1 Relación constitutiva para la fuerza de interacción entre fluidos y partículas

La ley constitutiva para la fuerza de interacción recíproca entre el fluido y las partículas es (Meruane et al., 2010):

$$\hat{m}_{si} = -\hat{m}_{fi} = \underbrace{-c_s \frac{\partial p_f}{\partial x_i}}_{\text{fuerza de presión}} + \underbrace{K(u_{fi} - u_{si})}_{\text{arrastré viscoso}}. \quad (3)$$

La función de arrastre K está bien determinada y existen en la literatura muchas relaciones para ella, principalmente porque estas relaciones se derivan de una generalización de la fuerza de arrastre sobre una partícula sólida moviéndose sobre un medio fluido (ver DiFelice (1995) y sus referencias).

En este estudio se adoptará la función propuesta por Foscolo et al. (1983), definida como:

$$K = \left(\frac{17.3}{\text{Re}} + 0.336 \right) \frac{\gamma_s |\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s|}{d_s} c_s c_f^{-1.8} \quad (4)$$

donde d_s es el diámetro de las partículas sólidas, y Re es número de Reynolds de las partículas, definido como:

$$Re = \frac{\gamma_f d_s |\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s|}{\mu_f} \quad (5)$$

donde μ_f es la viscosidad dinámica del fluido. Las variables en negritas denotan vector.

2.2 Tensor de esfuerzos del fluido

Considerando que las variables de estado de las ecuaciones corresponden a cantidades medias obtenidas por un promedio de Reynolds de las ecuaciones, y utilizando el concepto viscosidad de remolino propuesto por Boussinesq (1877) como un modelo para las fluctuaciones turbulentas, el tensor de esfuerzos del fluido se puede escribir como (e.g., Rodi, 1984):

$$T_{fij} = -p_f \delta_{ij} + (\mu_f + \mu_T) \left(\frac{\partial u_{fi}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{fj}}{\partial x_i} \right). \quad (6)$$

Siguiendo la propuesta de Meruane et al. (2010) para la representación de la viscosidad turbulenta, μ_T , utilizamos un modelo $k - \varepsilon$ que incorpora el trabajo hecho por las fuerza de arrastre como término de producción:

$$\mu_T = \rho_f c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho_f k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_f u_{fi} k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \mu_T \left(\frac{\partial u_{fi}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{fj}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_{fi}}{\partial x_j} + K |\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s|^2 - \rho_f \varepsilon, \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho_f \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_f u_{fi} \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \left\{ \mu_T \left(\frac{\partial u_{fi}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{fj}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_{fi}}{\partial x_j} + K |\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s|^2 \right\} - c_{2\varepsilon} \rho_f \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (9)$$

donde k es la energía cinética del movimiento turbulento del fluido, y ε es la tasa de disipación de k . Los valores de las constantes se toman iguales a los valores utilizados para un fluido puro: $c_\mu = 0.09$, $c_{1\varepsilon} = 1.44$, $c_{2\varepsilon} = 1.92$, $\sigma_k = 1.00$, and $\sigma_\varepsilon = 1.30$ (Rodi, 1984).

2.3 Tensor de esfuerzos de las partículas sólidas

El tensor de esfuerzos de las partículas sólidas representa las fuerzas transmitidas por los contactos directos entre las partículas sólidas. Estas fuerzas son bien conocidas para dos regímenes opuestos. Por un lado, está el régimen de flujo colisional, en donde las partículas interactúan por colisiones binarias (Campbell, 1990; Goldhirsch, 2003), y por otro lado, está

el régimen cuasi-estático denso, en donde el inicio del flujo de partículas se representa por la condición de Mohr-Coulomb (Hutter et al., 2005). Con el fin de tener en cuenta estos tres regímenes, Meruane et. al (2010) siguieron el supuesto de Savage (1983) y Johnson & Jackson (1987), quienes propusieron que el tensor de esfuerzos de las partículas sólidas está representado por la suma lineal entre una parte cuasi-estática, T_{sij}^s , y una parte dependiente de la colisión entre partículas, T_{sij}^c , tal que:

$$T_{sij} = T_{sij}^s + T_{sij}^c. \quad (10)$$

La parte cuasi-estática, T_{sij}^s , puede ser descompuesta como:

$$T_{sij}^s = -p_s \delta_{ij} + \tau_{sij}, \quad (11)$$

donde p_s es la presión de sólidos (que se considera isotrópica) y τ_{sij} es el tensor de esfuerzos de corte.

La presión de los sólidos representa las fuerzas que se transmiten entre partículas en los puntos de contacto directo. En consecuencia, si no hay contactos entre partículas, la presión de sólidos desaparece. Para representar este hecho, Meruane et al. (2010) proponen un modelo para la presión de sólidos dado por:

$$p_s(c_s) = \begin{cases} p_s & c_s \geq c_o \\ 0 & c_s < c_o \end{cases}, \quad (12)$$

donde c_o es la concentración de empaquetamiento de las partículas sólidas.

Para representar el esfuerzo de corte τ_{sij} , se utiliza la condición de Mohr-Coulomb, en donde los esfuerzos de compresión y de corte actuando en un plano particular están relacionados por (e.g. Goodman and Cowin, 1971):

$$|\tau_{sij}| = (1 - \delta_{ij}) |p_s| \tan \varphi, \quad (13)$$

siendo φ es el ángulo de fricción interna.

Para la representación de la parte colisional, T_{sij}^c , usamos la teoría cinética propuesta por Jenkins and Savage (1983):

$$T_{sij}^c = -p_c \delta_{ij} + 2\mu_c \dot{\gamma}_{sij}, \quad (14)$$

donde $\dot{\gamma}_{sij} = (\partial_{xj} u_{si} + \partial_{xi} u_{sj})/2$ es el tensor de tasa de deformación angular, $p_c = \gamma_s f_1(c_s, e)T$ es la presión colisional, $\mu_c = \gamma_s d_s f_2(c_s, e)\sqrt{T}$ es la viscosidad colisional, con $T = \langle u_i'^2 \rangle / 3$ la

temperatura granular, donde u' es la desviación instantánea de la velocidad respecto a la media, y $\langle \rangle$ representa un promedio. En este modelo, las funciones f_1 y f_2 son iguales a:

$$f_1 = 2c_s^2(1+e)g_o(c_s), \quad f_2 = \frac{2}{5\sqrt{\pi}}c_s^2(2+\alpha)(1+e)g_o(c_s), \quad (15)$$

donde e es el coeficiente de restitución, α es un parámetro igual a la unidad (Lun et al., 1984), y $g_o(c_s)$ es una función de distribución dada por (Lun et al., 1984):

$$g_o(c_s) = \left[1 - \left(\frac{c_s}{c_M} \right)^{1/3} \right]^{-1}, \quad (16)$$

donde c_M es la máxima concentración de empaquetamiento, igual a 0.64 para esferas (Lun et al. 1984). Finalmente, la temperatura granular se representa como $T = (d_s \gamma_s)^2$.

2.4 Sistema final de ecuaciones

De acuerdo a los supuestos descritos más arriba, las ecuaciones finales de Meruane et al. (2010) quedan dadas por:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \frac{\partial (u_{ni} \rho_n)}{\partial x_i} = 0, \quad n = s, f \quad (17)$$

$$\frac{\partial \rho_f u_{fi}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_f u_{fi} u_{fj})}{\partial x_j} = \rho_f g_i - c_f \frac{\partial p_f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu_f + \mu_T) \left(\frac{\partial u_{fi}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{fj}}{\partial x_i} \right) \right] - K(u_{fi} - u_{si}), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_s u_{si}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_s u_{si} u_{sj})}{\partial x_j} &= \rho_s g_i - \frac{\partial p_s}{\partial x_i} + s_{ij} \frac{\partial p_s}{\partial x_j} \tan \varphi - \frac{\partial p_c}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_c \left(\frac{\partial u_{si}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{sj}}{\partial x_i} \right) \right] \\ &- c_s \frac{\partial p_f}{\partial x_i} + K(u_{fi} - u_{si}), \end{aligned} \quad (19)$$

donde $s_{ij} \equiv \text{sgn}(\partial u_{si} / \partial x_j)$. Este sistema de ecuaciones se cierra con la restricción de saturación: $c_s + c_f = 1$.

3. METODOLOGÍA

3.1 Solución numérica

Para resolver numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales propuesto, se utilizó el método numérico SIMPLE sobre una grilla alternada de volúmenes finitos (Patankar, 1980), que permite resolver simultáneamente, de forma iterativa, el campo de velocidades y presión

para cada especie de la mezcla. Se adoptó un esquema implícito para la solución temporal de las ecuaciones discretizadas, y los términos convectivos en la ecuación de movimiento se resolvieron utilizando un esquema híbrido.

El algoritmo de solución numérica para un paso de tiempo es el siguiente:

1. Dado un campo de concentración de sólidos inicial, suponer valores arbitrarios de presión y velocidades para cada especie.
2. Resolver la ecuación de momentum para el fluido.
3. Resolver la ecuación de corrección de la presión para el fluido. Corregir la presión y velocidades con bajo relajación.
4. Resolver la ecuación de momentum para las partículas sólidas.
5. Resolver la ecuación de corrección de la presión para las partículas sólidas. Corregir la presión y velocidades con bajo relajación.
6. Resolver la ecuación de conservación de masa de las partículas sólidas. Se obtiene un nuevo campo de concentración para cada especie.
7. Repetir el procedimiento desde el punto 2 con los nuevos campos de presión, velocidades, y concentración para cada especie, hasta que se cumpla conservación de masa y momentum lineal para las partículas sólidas y el fluido. Para el paso de tiempo siguiente, se parte en el punto 1 con los campos obtenidos en el ciclo anterior.

3.2 Diseño del experimento numérico

El esquema del experimento numérico se presenta en la Figura 1. Consiste en un canal rectangular de 10 cm de largo y 40 cm de alto, con un lecho de granos esféricos de 10 cm de espesor. El espaciamiento de la grilla vertical fue de 0.25 cm, mientras que horizontalmente fue de 1.0 cm. Como condición de borde aguas arriba, se impone un perfil de velocidad uniforme y constante para el fluido, y se analizan los perfiles de velocidades de partículas sólidas, en el área en donde se desarrolla la capa límite como solución a las condiciones del problema.

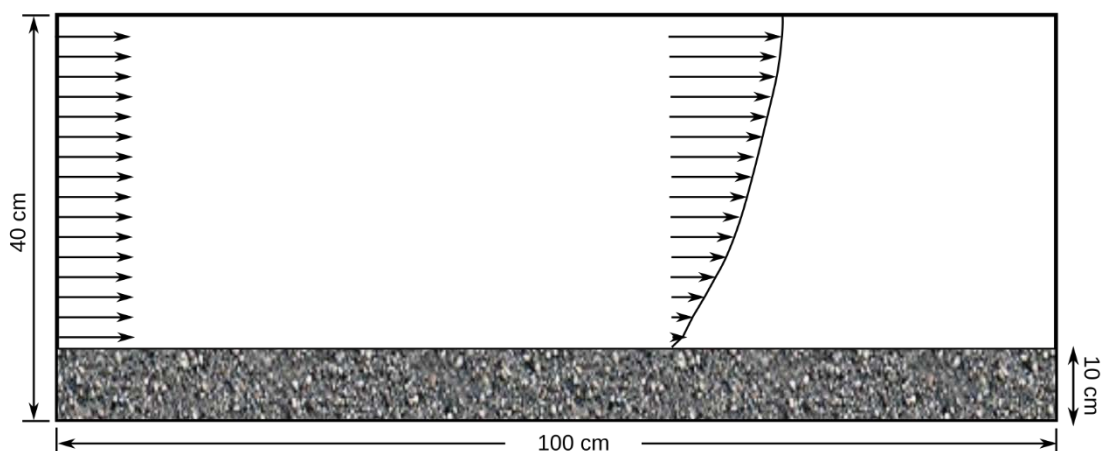


Figura 1. Esquema del experimento numérico.

En la Tabla 1 se resumen las condiciones de los experimentos numéricos. Para cada tamaño de partículas de diámetro entre 0.075 y 2.00 mm, se varió la velocidad del fluido en un rango de 0.1 a 1.0 m/s. Se considera una densidad de las partículas sólidas de 2700 kg/m³, una densidad y viscosidad del fluido de 1000 kg/m³ y 10⁻⁶ m²/s, respectivamente.

Tabla 1. Conjunto de experimentos numéricos.

Conjunto	d _s [mm]	u _f [m/s]
S1	0.075	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S2	0.11	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S3	0.15	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S4	0.20	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S5	0.25	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S6	0.32	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S7	0.40	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S8	0.52	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S9	0.70	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S10	1.00	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S11	1.30	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S12	1.60	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]
S13	2.00	[0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.75, 1.0]

Para cada conjunto de experimentos se calculó el esfuerzo de corte sobre el fondo, τ_* , la velocidad de corte, u_* , y los números de Reynolds de la partícula, Re_{*p} y R_p , dados por:

$$\tau_* = \mu_T \frac{\partial u_f}{\partial y} \quad (20)$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_*}{\rho_f}} \quad (21)$$

$$Re_{*p} = \frac{d_s u_*}{\nu_f} \quad (22)$$

$$R_p = \frac{Re_{*p}}{\sqrt{\tau_*}} \quad (23)$$

Finalmente, los resultados para el arrastre incipiente se compararon con la curva de Brownlie:

$$\tau_{*c} = 0.22R_p^{-0.6} + 0.06 \exp(-17.77R_p^{-0.6}) \quad (24)$$

4. RESULTADOS

En la Figura 2 se presenta un ejemplo de los resultados para tres velocidades del conjunto de experimentos S3, en donde se muestra una condición en la que no hay movimiento del lecho, una condición de arrastre incipiente, y finalmente una condición de movimiento generalizado. Notar que el modelo indica velocidad del fluido bajo el lecho, correspondiente al flujo intersticial de la fase líquida entre la fase sólida.

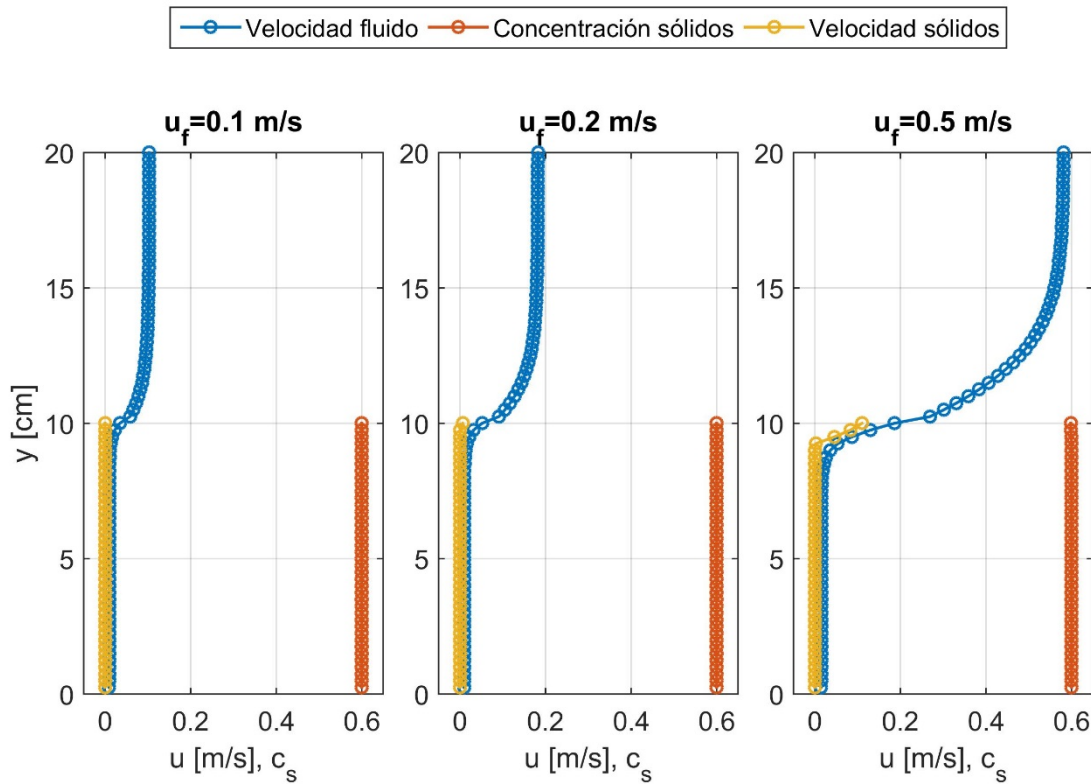


Figura 2. Perfil de velocidades del fluido (línea azul) y de las partículas sólidas (línea roja), y concentración de los sólidos (línea verde), para tres velocidades del set S13.

Un análisis más detallado mostrando el balance de fuerza sobre un volumen de control en la superficie del lecho se muestra en la Figura 3. En esta figura se presenta cada uno de los términos de la ecuación de momentum horizontal de los sólidos (ecuación (19)): gradiente horizontal de presión de sólidos (línea azul), fuerza de Coulomb (línea verde), gradiente

horizontal de presión del fluido (línea roja), fuerza de arrastre (línea celeste), gradiente de presión por colisiones (línea morada), y esfuerzo de corte por colisiones (línea amarilla). El inicio del movimiento ocurre producto del esfuerzo de corte del fluido, y una vez que las partículas sólidas entran en movimiento (ver línea vertical en Figura 3), la fuerza de Coulomb disminuye producto de la suspensión de las partículas (i.e. pérdida del contacto entre partículas). La fuerza de arrastre, por otra parte, aumenta conforme aumenta la velocidad del fluido. Los términos asociados a las colisiones entre partículas, por otra parte, parecen no tener mayor relevancia en el balance de fuerzas.

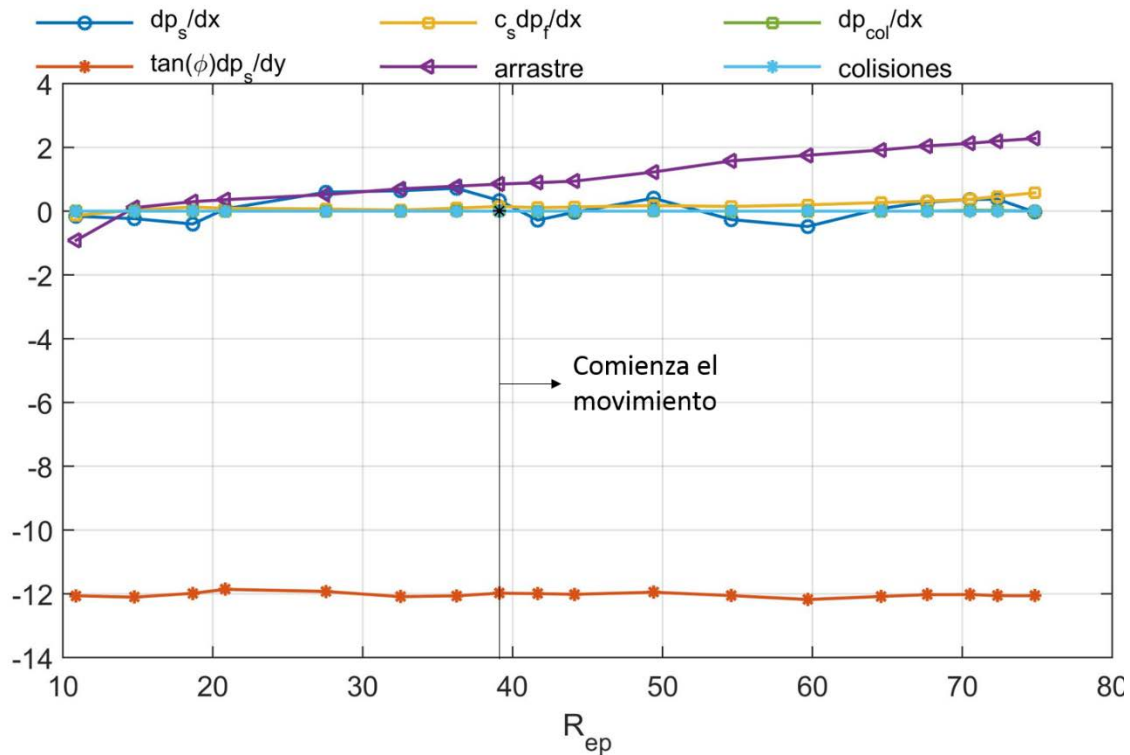


Figura 3. Fuerzas sobre un volumen de control del lecho de partículas sólidas, como función del R_{e*} , para el conjunto de experimentos S13: gradiente horizontal de presión de sólidos (línea azul), fuerza de Coulomb (línea naranja), gradiente horizontal de presión del fluido (línea amarilla), fuerza de arrastre (línea morada), gradiente de presión por colisiones (línea celeste), y esfuerzo de corte por colisiones (línea verde).

Finalmente, en la Figura 4 se presenta una comparación entre la curva de Shields y los resultados de los conjuntos de experimentos numéricos desarrollados. En general, el ajuste se podría considerar satisfactorio, a medida que el flujo en torno a la partícula se hace más turbulento, aunque no se logra representar claramente el cambio de dirección de la curva. Probablemente las discrepancias se deban al cierre utilizado para representar la fuerza de

arrastre (ecuación (4)), el cual tiene directa relación con la producción de turbulencia en las ecuaciones del modelo $k - \varepsilon$ (7) – (9), en donde se incorpora el término asociado al trabajo hecho por la fuerza de arrastre como término de producción.

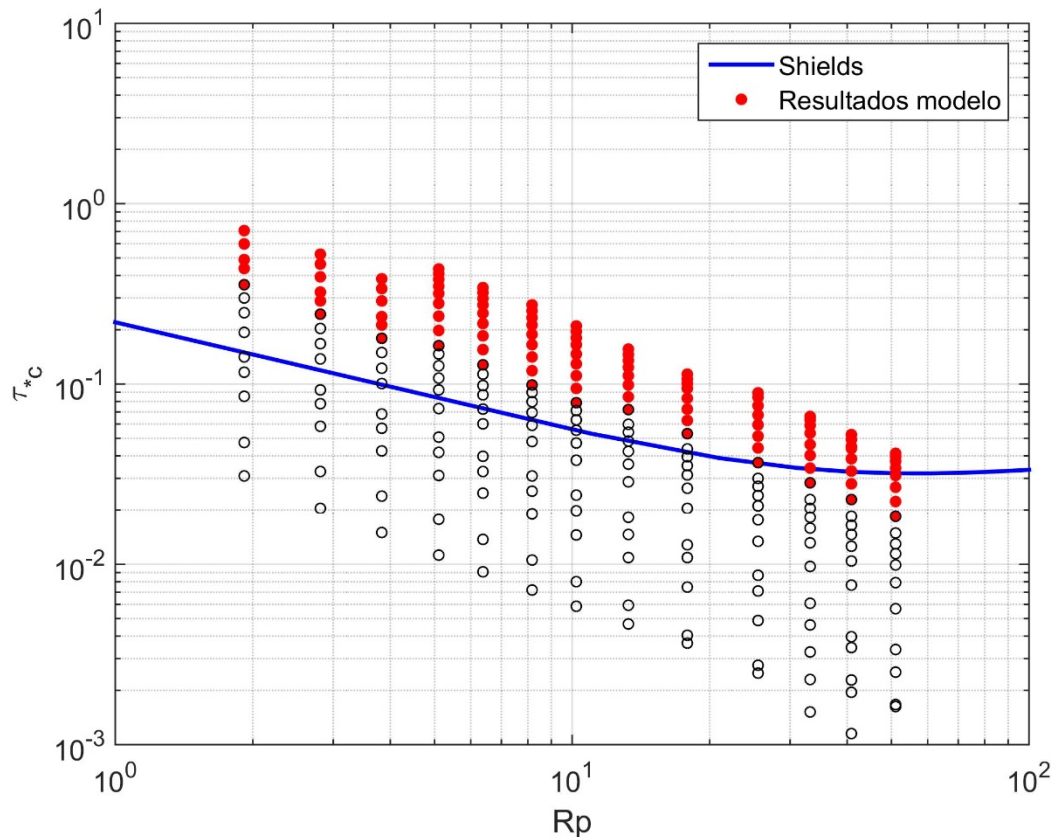


Figura 4. Comparación entre la parametrización de Brownlie (1981) para la curva de Shields y los resultados numéricos de este estudio. Los círculos rojos indican partículas del lecho en movimiento, mientras que los blancos indican que no hay movimiento.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una aplicación de las ecuaciones continuas de dos fases propuestas por Meruane et al. (2010), para estudiar el arrastre incipiente de sedimentos en un lecho de material granular homogéneo. Los resultados del modelo se compararon con la curva de Shields, mostrando la bondad de la aproximación.

Un análisis detallado del balance de fuerza sobre un volumen de control en la superficie del lecho mostró que el inicio del movimiento ocurre producto del esfuerzo de corte del fluido, y una vez que las partículas sólidas entran en movimiento, la fuerza de Coulomb disminuye producto de la suspensión de las partículas (i.e. producto de la pérdida del contacto entre partículas). La fuerza de arrastre, por otra parte, aumenta conforme aumenta la velocidad del fluido. Los términos asociados a las colisiones entre partículas, por otra parte, parecen no

tener mayor relevancia en el balance de fuerzas. En la representación de esta dinámica, un elemento clave es el cierre para las presiones de las partículas sólidas (ecuación (12)), que permite la separación entre partículas, cuando la presión de los sólidos se hace cero.

Finalmente, la comparación entre la curva de Shields y los resultados para los conjuntos de experimentos numéricos desarrollados en este estudio mostró que se tiene un buen ajuste, aunque no muestra el cambio de dirección de la curva cuando se alcanza la capa límite turbulenta en torno a las partículas. Probablemente las discrepancias se deban al cierre para la fuerza de arrastre representado por la ecuación (4), la cual tiene directa relación con la producción de la turbulencia en las ecuaciones del modelo $k - \varepsilon$ (7) – (9), dado que se incorpora el término asociado al trabajo hecho por la fuerza de arrastre como término de producción en el modelo. Es necesario entonces, buscar una mejor aproximación la parametrización de la fuerza de arrastre.

AGRADECIMIENTOS

Carolina Meruane agradece a Modelación Ambiental SpA por la asignación de recursos para desarrollar este artículo.

El modelo de dos fases utilizado en este trabajo fue desarrollado por C. Meruane como parte de su tesis doctoral, dando origen a un artículo publicado en el Journal of Fluid Mechanics. Mediante la presentación de este trabajo los dos primeros autores han querido reconocer al Prof. Ramón Fuentes, quien emitió una favorable opinión cuando leyó la primera versión del manuscrito, antes de ser sometido a revisión para su publicación.

REFERENCIAS

- Campbell, C. 1990. Rapid granular flows. Annu.Rev. Fluid Mech. 22, 57-92.
- Dey, S. and Papanicolaou, A. 2008. Sediment Threshold under Stream Flow: A State-of-the-Art Review. Journal of Civil Engineering, 12, 45-60.
- Di Felice, R. (1995). "Hydrodynamics of liquid fluidisation". Chemical Engineering Science, Vol.50 , 1213–1245.
- Foscolo, P. U., L. G. Gibilaro, and S. P. Waldrum (1983). "A unified model for particulate expansion of fluidised beds and flow in fixed porous media". Chem. Engng Sci. Vol. 38, 1251-1260.
- Goldhirsch, I. 2003. Rapid granular flows. Annu. Rev. Fluid Mech. 35, 267-293.
- Goodman, M. and S. Cowin (1971). "Two problems in the gravity flow of granular materials". J. Fluid Mech., Vol. 45, 321–339.
- Hutter, K. Wang, Y. and Pudasaini, S. (2005). The Savage-Hutter avalanche model: how far can it be pushed? Phil. Trans. R. Soc. A 363, 1507-1528.
- Johnson, P.C. and Jackson, R. (1987). Frictional-collisional constitutive relations for granular materials, with application to plane shearing. J. Fluid Mech. 176, 67-93.

- Lun, C. K. K., Savage, B. and Jeffrey, D. J. (1984) Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in Couette flow and slightly inelastic particles in a general flow field. *J. Fluid Mech.* 140, 223–256.
- Meruane, C., Tamburrino, A. and Roche, O. 2010. On the role of the ambient fluid on gravitational granular flow dynamics. *J. Fluid Mech.* 648: 381-404.
- Meruane, C., A. Tamburrino, A. de la Fuente y Y. Niño (2015) “Ecuaciones continuas de dos fases para la modelación del transporte incipiente de sedimentos”, XXII Congreso Chileno de Ingeniería Hidráulica, SOCHID, Santiago, Oct., 21 – 23.
- Niño, Y., Lopez, F. and García, M. 2003. Threshold for particle entrainment into suspension. *Sedimentology*, 50, 247-263.
- Patankar, S. (1980). “Numerical heat transfer and fluid flow”. Hemisphere Publishing Corporation, Taylor and Francis Group.
- Ouriemi, M., Aussillows, P. and Guazzelli, E. 2009. Sediment dynamics. Part 1. Bed-load transport by laminar shearing flows. *J. Fluid Mech*, vol. 636, pp. 295–319.
- Savage, S.B. 1983. Mechanical of granular materials: new models and constitutive relations. In *Granular Flows Down Rough Inclines: Review and Extension* (ed. J. T. Jenkins and M. Satake), pp. 261-282. Elsevier.
- Truesdell, C. (1984). “Rational thermodynamics”. Springer-Verlag.

ACERCA DE LA AUTORA Y LOS AUTORES

Carolina Meruane es Ingeniera Civil (U. de Chile, 2005). Doctora en Cs. de la Ingeniería (U. de Chile, 2010). Doctora en Cs. de la Tierra (U. Blaise Pascal. Francia, 2010). Magíster en Administración (U. de Chile - U. Tulane, USA, 2015). Actualmente se desempeña como Socia Directora en Modelación Ambiental SpA y como Profesora Adjunta en el Depto. de Ingeniería Civil de la U. de Chile.

Aldo Tamburrino es Ingeniero Civil mención Hidráulica de la Universidad de Chile, M.Sc y Ph.D. in Civil Engineering de la Universidad de Minnesota, EEUU. Es Profesor Asociado del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile, donde enseña cursos de pre y postgrado de dicha universidad. Actualmente sus áreas de interés se centran fundamentalmente en hidráulica fundamental, flujos detríticos, granulares y de fluidos no-newtonianos.

Alberto de la Fuente Stranger es Ingeniero Civil mención Hidráulica, Sanitaria y Ambiental, y Ph.D en Ciencias de la Ingeniería mención Fluidodinámica de la Universidad de Chile. Es Profesor Asociado del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile. Sus áreas de interés son mecánica de fluidos ambiental, limnología física, y humedales.

Yarko Niño es Ingeniero Civil mención Hidráulica de la Universidad de Chile, M.Sc. y Ph.D. in Civil Engineering de la Universidad Illinois en Urbana-Champaign, EEUU. Es académico y Profesor Titular de la Universidad de Chile. Profesor de Ingeniería Civil, Magíster en Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Doctorado en Fluidodinámica y Doctorado en Ingeniería Civil. Sus áreas de interés son hidráulica ambiental, flujos geofísicos, transporte de sedimentos, métodos numéricos y técnicas experimentales.

MODELO DE ANÁLISIS DE FENÓMENOS TRANSITORIOS EN CENTRALES SUBTERRÁNEAS

RODRIGO CARO¹, RODRIGO CARRASCO²

¹ Ingeniero Civil UC

rodrigocaroc@gmail.com

²Ingeniero Civil UCH

carrasco.ing.ro@gmail.com

RESUMEN

Se presentan los fundamentos de un modelo matemático que permite analizar el comportamiento hidráulico de centrales hidroeléctricas subterráneas, tanto en régimen permanente como en régimen transiente (oscilación en masa). Un aspecto relevante de las centrales subterráneas es que el sistema de aducciones está constituido por túneles en presión, cuya construcción puede ser mediante explosivos (Drill&Blast) o mediante el uso de máquina tunelera (TBM) y su grado de terminación – revestido o sin revestir – depende de las condiciones geológica-geotécnicas locales. El cálculo de las pérdidas de carga es altamente dependiente del método constructivo elegido y del grado de terminación y/o revestimiento de las secciones de cada tramo de las conducciones.

Las características particulares de las centrales subterráneas llevaron a los autores a desestimar el uso de softwares comerciales y a preferir el desarrollo de un modelo específico que tenga flexibilidad para analizar diferentes configuraciones. El artículo describe las características topológicas de una central subterránea típica y las ecuaciones que rigen los transitorios lentos de oscilación en masa. Se incluye una descripción del modelo mismo, el cual fue desarrollado utilizando como plataforma Microsoft Excel; el menú de alternativas de cálculo; el ingreso de datos y la presentación de los resultados. Se concluye que el modelo es amigable tanto para el ingreso de datos como en la visualización de resultados, lo que ha permitido utilizarlo como una valiosa herramienta para el diseño hidráulico, particularmente de las chimeneas de equilibrio.

Palabras claves: centrales hidroeléctricas; modelos de simulación; transientes; túneles en presión; chimeneas de equilibrio.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

El propósito de este artículo es presentar los fundamentos de un modelo matemático que permite analizar el comportamiento hidráulico de centrales hidroeléctricas subterráneas tanto en régimen permanente como en régimen transiente (oscilación en masa). Respecto a este último, el modelo incorpora escenarios de rechazo de carga, toma de carga y blackout del sistema.

La principal característica de las centrales subterráneas es que su sistema de conducciones está constituido por un alto porcentaje de túneles en presión, cuyo nivel de terminación (revestidos o sin revestir) es altamente variable, dependiendo de las condiciones geológicas y geotécnicas locales. De este modo, un aspecto fundamental del cálculo hidráulico tiene que ver con el cálculo de las pérdidas friccionales, las que pueden tener una alta variación entre lo supuesto en el proyecto y lo realmente obtenido después de la construcción.

Enfrentados a un requerimiento específico de análisis de los fenómenos transitorios de una central subterránea, los autores desestimaron la alternativa de utilizar softwares comerciales y optaron por desarrollar un modelo específico que satisfaga los principales requerimientos de este tipo de centrales.

2. CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL SISTEMA MODELADO

Con el objeto de elaborar un modelo que presente una amplia flexibilidad y posibilidades de uso, se eligió una central “en espuela” la cual se alimenta de dos ramales que se denominan Ramal A y Ramal B, tal como se esquematiza en las Figuras 1 y 2.

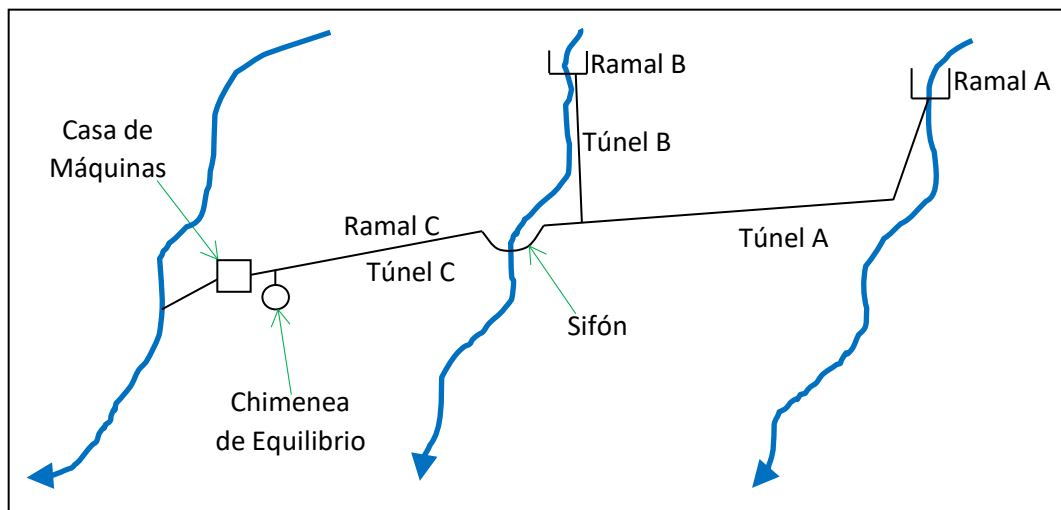


Figura 1. Esquema en planta.

Provenientes de distintos valles, cada ramal tiene características diferentes. En el ramal proveniente de la cuenca A, que es la más alejada, las aguas captadas en las bocatomas superficiales son conducidas, por medio de un acueducto enterrado, hasta el túnel A, el cual tiene una alta pendiente en su primer tramo. La oscilación del nivel de agua se desarrolla en este tramo de alta pendiente, que actúa en la práctica como un pique inclinado. En el caso del ramal de la cuenca B, el caudal captado en la bocatoma es conducido, en su primer tramo, utilizando un acueducto en superficie libre, el cual alimenta el túnel B.

Las aguas captadas en la parte alta de la cuenca A son conducidas mediante un largo túnel hasta el valle B, donde se juntan con el caudal proveniente del túnel B, dando origen a una aducción común que se ha denominado C. Esta última presenta, en su primer tramo, un sifón de acero, el cual empalma con el túnel C.

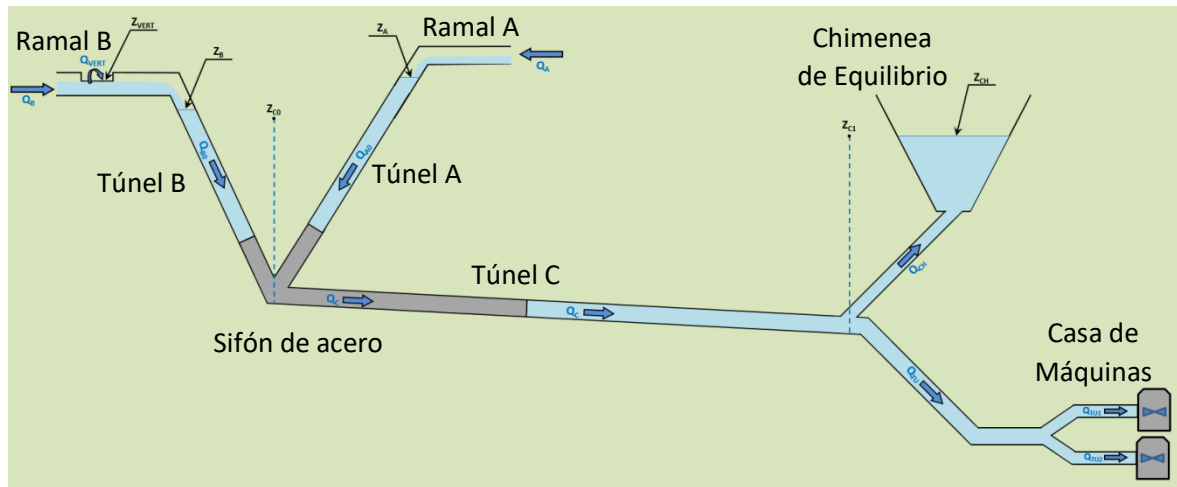


Figura 2. Perfil típico de la central.

Normalmente será deseable operar la central con la mayor altura de generación posible, lo que implica operar con niveles piezométricos máximos en las cabeceras de los ramales A y B. La condición de borde más compleja de modelar resulta de suponer que la mayor altura de generación se obtiene maximizando el nivel de agua en el ramal B. En virtud de lo anterior, la central debe operar de tal forma que el primer tramo de la aducción tenga escurrimiento libre, cumpliendo la condición que la altura del agua h no sea mayor que el 70% de la altura H del conducto ($h/H < 0,7$). Esta condición permite asegurar que la cota umbral del vertedero de seguridad ubicado en la captación del ramal B, no sea superado por el escurrimiento frente a él.

3. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES

3.1 Ecuaciones generales

Las ecuaciones que sustentan el modelo de simulación corresponden a las de transitorios lentos de oscilación en masa, en la forma que han sido definidas por Abreu et al (1995).

La ecuación general del movimiento que caracteriza la oscilación en masa es conocida como ecuación de Bernoulli generalizada o ecuación de Euler y para un conducto circular se expresa así:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \quad (1)$$

Considerando una conducción de sección cualquiera e integrando para un valor genérico de t y para un tramo de túnel entre dos puntos separados por una distancia L , se obtiene:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{gA}{L} (Z_i - Z_f - P) \quad (2)$$

Donde:

- dQ : variación de caudal en el tramo
- dt : intervalo de tiempo
- A : área de túnel
- L : longitud del tramo
- Z_i : nivel piezométrico en el punto inicial
- Z_f : nivel piezométrico en el punto final
- P : pérdidas de carga en el tramo

La ecuación dinámica presentada en (2) se complementa con la ecuación de continuidad, que se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

En un sistema inercial rígido, la ecuación (3) tiende a que $\partial Q / \partial x = 0$ y, en definitiva, que Q es sólo función del tiempo: $Q = Q(t)$.

3.2 Pérdidas de carga

Desde el punto de vista del funcionamiento hidráulico, el modelo está especialmente dirigido a centrales subterráneas, caracterizadas por un sistema de aducciones constituido por túneles en presión, cuya construcción puede ser mediante diversos métodos de excavación, tales como explosivos (Drill&Blast) o mediante el uso de máquinas tuneladoras (TBM/RBM). El cálculo de las pérdidas de carga es altamente dependiente del método constructivo elegido y del grado de terminación y/o revestimiento de las secciones de cada tramo de las conducciones. De este modo, un aspecto fundamental del modelo de simulación es poder realizar sensibilizaciones de las pérdidas de carga según la rugosidad final resultante.

En el cálculo de las pérdidas friccionales en túneles excavados con explosivos (D&B) se ha utilizado el método de Huval (1969) que considera que la sobre-excavación k es una medida razonable de la rugosidad absoluta del túnel. Para tomar en cuenta el efecto del revestimiento del radier del túnel, se utiliza un coeficiente de rugosidad compuesto, mediante el uso de la ecuación de Horton & Einstein, que se expresa en la siguiente relación:

$$n = \left[\frac{\Psi_R n_R^{3/2} + \Psi_H n_H^{3/2}}{\Psi} \right]^{2/3} \quad (4)$$

Donde Ψ representa el perímetro mojado y n el coeficiente de rugosidad de Manning, mientras que los subíndices R y H corresponden a roca y hormigón, respectivamente.

Según lo indicado en el Manual del Corps of Engineers (1997), el uso de máquina tunelera permite una disminución de la rugosidad en comparación a la excavación convencional por medio de explosivos (D&B). En función de lo anterior, para el cálculo de las pérdidas de carga friccionales, se emplea la fórmula de Manning considerando la sección excavada real A_m .

Asumiendo que cada uno de los túneles que forman parte del sistema está compuesto por varios tramos de diferentes características geométricas y rugosidades y con el propósito de disminuir la cantidad de ecuaciones que se deben plantear para modelar cada sistema se han definido “túneles equivalentes” que, desde el punto de vista de la resolución de las ecuaciones dinámicas, tienen las mismas propiedades que los túneles proyectados. Los túneles equivalentes tienen la misma longitud que los túneles proyectados, pero con áreas equivalentes. Para calcular la sección hidráulica equivalente se ha usado la ecuación (5).

$$A_{eq} = \frac{\sum L_i}{\sum \frac{L_i}{A_i}} \quad (5)$$

Donde A_{eq} es el área equivalente del túnel (m^2), A_i es el área hidráulica del tramo i (m^2) y L_i es la longitud del tramo i (m).

Las pérdidas de carga del túnel equivalente se calculan a partir de los coeficientes de pérdidas de cada tramo (K_i) según lo siguiente:

$$K_i = \frac{L_i \cdot n_i^2}{R_{hi}^{4/3} \cdot A_i^2} \quad (6)$$

$$K_{eq} = \sum K_i \quad (7)$$

$$\Delta H = K_{eq} \cdot Q_i^2 \quad (8)$$

En las ecuaciones anteriores, K_i es el coeficiente de pérdida del tramo i (s^2/m^5), ΔH es la pérdida friccional del tramo i (m), Q_i es el caudal portado por el tramo i (m^3/s), n_i es el coeficiente de Manning del tramo i (), R_{hi} es el radio hidráulico del tramo i (m), A_i es el área hidráulica del tramo i (m^2) y L_i es la longitud del tramo i (m).

Las pérdidas singulares se han evaluado considerando que son proporcionales a la altura de velocidad.

3.3 Ecuaciones del modelo

3.3.1 Ecuaciones dinámicas

La primera decisión a considerar en la modelación es definir los puntos o nodos clave del sistema de túneles donde se requiere conocer la variación de la altura piezométrica, definición que permite, a su vez, identificar los tramos de interés del sistema de conducciones.

Para una configuración como la presentada en las figuras 1 y 2, los tramos de interés mínimos requeridos son el Ramal A, Ramal B, Ramal C y Pique chimenea de equilibrio (incluyendo la chimenea). De este modo, los nodos de interés resultantes son: superficie libre del Ramal A; superficie libre del Ramal B; cota piezométrica del punto de conjunción entre ambos ramales; punto del ramal C donde nace la chimenea de equilibrio y superficie libre de la chimenea de equilibrio. Aplicando la ecuación (2) a cada uno de estos tramos, resultan 4 ecuaciones dinámicas de la forma:

$$\frac{L_{ij}}{gA^{EQ}_{ij}} \frac{dQ_{ij}}{dt} = (Z_i - Z_j - K_{ij}Q_{ij}|Q_{ij}|) \quad (9)$$

Donde:

A^{EQ}_{ij} : Área equivalente del tramo entre los nodos i (inicio) y j (fin) (m^2).

L_{ij} : Longitud de la columna líquida del tramo entre los nodos i (inicio) y j (fin) (m).

Q_{ij} : Caudal que circula en el tramo entre los nodos i (inicio) y j (fin) (m^3/s).

K_{ij} : Coef. de pérdida equivalente del tramo entre nodos i (inicio) y j (fin) (s^2/m^5).

3.3.2 Ecuaciones de continuidad

Las ecuaciones de continuidad se aplican tanto en el nodo que corresponde al punto de conjunción entre los ramales A y B, como en el nodo donde nace la chimenea de equilibrio:

$$Q_A + Q_B = Q_C \quad (10)$$

$$Q_{CH} + Q_{TURB} = Q_C \quad (11)$$

3.3.3 Ecuaciones de balance volumétrico

Las ecuaciones de balance volumétrico corresponden a una variación de la ecuación de continuidad que da cuenta del cambio de posición de la superficie libre en función de los caudales entrantes y salientes de un volumen de control. Para el caso de la central en análisis, se aplican en los puntos donde existe superficie libre, es decir, al inicio del Ramal A, al inicio del Ramal B y en la chimenea de equilibrio. Su forma es típicamente la siguiente:

$$A_i^{ESP} \frac{dZ_i}{dt} = (Q_{i-ENTRA} - Q_{i-SALE}) \quad (12)$$

Donde:

A_i^{ESP} : área del espejo de agua en el punto i (m^2)

Z_i : cota superficie libre en el punto i (m)

4. MODELO DE SIMULACIÓN

4.1 Presentación

En este capítulo se presentan los fundamentos del modelo de simulación que permite analizar el comportamiento hidráulico de la central hidroeléctrica tanto en régimen permanente como en régimen transiente (oscilación en masa). Respecto a este último, el modelo incorpora escenarios de rechazo de carga, toma de carga y blackout del sistema.

En su primera versión, el modelo fue planteado por las empresas consultoras Norconsult, Poch y Cade-Idepe (2009), como parte del desarrollo de la Ingeniería Básica de las centrales del Proyecto Hidroeléctrico Alto Maipo (PHAM). Posteriormente, AES Gener encargó a JRI (2013) un estudio orientado a analizar diferentes soluciones para las chimeneas de equilibrio. Dicho estudio fue realizado bajo la dirección del ingeniero Ramón Fuentes, lo que constituye la motivación fundamental para la presentación de este artículo.

El presente modelo está basado en los dos estudios anteriores e incorpora herramientas de simulación que lo hacen aplicable a cualquier central subterránea. Fue desarrollado utilizando como plataforma base el programa Microsoft Excel 2007, por lo que es fundamental para su funcionamiento el contar con este software instalado en esa misma versión o superior. Por otra parte, todas las opciones gráficas del programa (esquemas, menús, pantallas de modelación) están optimizadas para trabajar en resolución Full HD (1920x1080 pixeles). Finalmente, en función de la cantidad de pasos de cálculo que puede tener un escenario de modelación en régimen transiente, el tiempo de duración de su procesamiento puede llegar a ser bastante alto (varias horas). Es por ello que se sugiere la utilización de un ordenador con las siguientes características mínimas recomendadas:

- Procesador de 4 núcleos o superior (Intel Core i5 o equivalente).
- Memoria RAM de 8Gb DDR4 o superior.
- Windows 10 o equivalente.

En el siguiente acápite se describen las opciones que ofrece el modelo para el ingreso de datos y parámetros base (geometría de secciones, coeficientes de rugosidad, layout detallado del sistema modelado) y los diferentes escenarios de operación que es posible modelar. La descripción de procedimientos se apoya en capturas de pantalla del modelo, las cuales facilitan el entendimiento por parte del usuario.

4.2 Menú principal

El cálculo del régimen transiente involucra la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales formado por las ecuaciones dinámicas, de continuidad y de balance volumétrico que fueron presentadas en el capítulo 3, lo cual se logra mediante un análisis de diferencias finitas sobre la variable tiempo. Como condición inicial se utiliza un escenario del sistema en equilibrio, previamente calculado mediante el modelo de régimen permanente.

La complejidad del cálculo es directamente proporcional a la complejidad del esquema conceptual considerado, de modo que el primer paso consiste en definir una topología

simplificada, con nodos limitados a aquellos puntos donde resulta estrictamente necesario conocer la variación del nivel piezométrico en el tiempo.

En la figura 3 se presenta el menú principal del modelo, seguido de una breve descripción de cada una de las opciones que éste presenta.



Figura 3. Menú principal del modelo.

En el costado derecho de la figura 3 aparecen los datos de entrada del modelo y en el costado izquierdo, la simulación que se desea realizar. A continuación se explica la función de cada uno de estos botones.

4.2.1 Geometría del sistema

Presionando el botón "Geometría del Sistema", se accede a la pantalla que se muestra en la Figura 4. En esta pantalla, el usuario debe efectuar la sectorización de cada tramo de túnel, a partir de la cual se obtienen las características de los túneles equivalentes que representan a cada tramo: área equivalente, largo equivalente y coeficientes de pérdida K ($\Delta = K \cdot Q^2$) para cada régimen y sentido de escurrimiento. Los valores numéricos en color azul corresponden a celdas con fórmulas que no deben ser modificadas por el usuario, a diferencia de los números en color negro, que corresponden a celdas con información que debe ser ingresada externamente. Los parámetros a ingresar corresponden al tipo de sección (circular, herradura, etc); el kilometraje de inicio y fin de cada subtramo; la cota de radier al inicio y al final de cada subtramo y las singularidades.

Sectorización aducción Las Lajas - Tramo 0: desde L0 (cámara de carga Las Lajas) hasta L1 (unión con bypass)															Z ₀ (msnm) = 1314,47		Nivel superficie libre Cámara de Carga Las Lajas										Menú Principal	
Tramo N°	Tipo de Sección		Kilometraje en Planta (m)		Largo Tramo en planta (m)	Altura Hidr. BLL Sección (m)		Cota de Radier (msnm)		Cota de Clave (msnm)		Pendiente Tramo ()	Largo Real Tramo (m)	Largo en Presión (m)	Área BLL Sección (m²)		Áncho/Diámt. Sección (m²)		Área Espejo (m²)									
	Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo		Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo				Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo										
1	L1	L1	0+018	0+025	6,200	3,600	3,600	1310,80	1310,80	1314,40	1314,40	0,000000	6,200	6,200	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
2	L1	L1	0+025	0+075	50,370	3,600	3,600	1310,80	1300,98	1314,47	1304,65	-0,194957	51,318	51,318	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
3	L1	L1	0+075	0+114	38,810	3,600	3,600	1300,98	1299,08	1304,58	1302,68	-0,048956	38,856	38,856	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
4	L1	L1	0+114	0+130	16,170	3,600	3,600	1299,08	1293,95	1302,86	1297,73	-0,317254	16,964	16,964	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
5	L1	L1	0+130	0+133	3,480	3,600	3,600	1293,95	1293,95	1297,55	1297,55	0,000000	3,480	3,480	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
													L ₀₋₁ (m) =	116,819	A ^B ₀₋₁ (m²) =	10,179	A ^{ESP} ₀₋₁ (m²) = 0,000											
Sectorización Bypass Las Lajas: desde B0 (cámara de carga Bypass) hasta L1 (unión con aducción)															Z _{B0} (msnm) = 1319,66		Nivel superficie libre Cámara de Carga Bypass Las Lajas											
Tramo N°	Tipo de Sección		Kilometraje en Planta (m)		Largo Tramo en planta (m)	Altura Hidr. BLL Sección (m)		Cota de Radier (msnm)		Cota de Clave (msnm)		Pendiente Tramo ()	Largo Real Tramo (m)	Largo en Presión (m)	Área BLL Sección (m²)		Áncho/Diámt. Sección (m²)		Área Espejo (m²)									
	Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo		Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo				Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo										
1	L1	L1	0+006	0+060	54,140	3,600	3,600	1316,00	1312,50	1319,61	1316,11	-0,064647	54,253	54,253	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
2	L1	L1	0+060	0+340	280,000	3,600	3,600	1312,50	1305,00	1316,10	1308,60	-0,026786	280,100	280,100	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
3	L1	L1	0+340	0+490	149,610	3,600	3,600	1305,00	1302,49	1308,60	1306,09	-0,016777	149,631	149,631	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
4	L1	L1	0+490	0+517	26,910	3,600	3,600	1302,49	1293,95	1306,27	1297,73	-0,317354	28,233	28,233	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
5	L1	L1	0+517	0+520	3,480	3,600	3,600	1293,95	1293,95	1297,55	1297,55	0,000000	3,480	3,480	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
													L _{B0-1} (m) =	515,697	A ^B _{B0-1} (m²) =	10,179	A ^{ESP} _{B0-1} (m²) = 0,000											
Sectorización aducción Las Lajas - Tramo 1: desde L1 (unión con bypass) hasta L2 (inicio tunel D&B)															Z _{L1} (msnm) = 1307,62		Nivel superficie libre Aducción Las Lajas											
Tramo N°	Tipo de Sección		Kilometraje en Planta (m)		Largo Tramo en planta (m)	Altura Hidr. BLL Sección (m)		Cota de Radier (msnm)		Cota de Clave (msnm)		Pendiente Tramo ()	Largo Real Tramo (m)	Largo en Presión (m)	Área BLL Sección (m²)		Áncho/Diámt. Sección (m²)		Área Espejo (m²)									
	Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo		Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio	Fin	Inicio	Fin				Inicio Tramo	Fin Tramo	Inicio Tramo	Fin Tramo										
1	L1	L1	0+000	0+049	49,270	3,600	3,600	1293,95	1294,00	1297,55	1297,60	0,001015	49,270	49,270	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
2	L1	L1	0+049	0+057	8,220	3,600	3,600	1294,00	1298,26	1298,05	1302,31	0,518248	9,258	9,258	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
3	L1	L1	0+057	0+516	458,220	3,600	3,600	1298,26	1298,95	1301,86	1302,55	0,001506	458,221	458,221	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
4	L1	L1	0+516	0+760	244,620	3,600	3,600	1298,95	1302,00	1302,55	1305,60	0,012468	244,639	244,639	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
5	L1	L1	0+760	0+950	190,000	3,600	3,600	1302,00	1302,73	1305,60	1306,33	0,003842	190,001	190,001	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
6	L1	L1	0+950	1+030	79,200	3,600	3,600	1302,73	1303,74	1306,33	1307,34	0,012753	79,206	79,206	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
7	L1	L1	1+030	1+070	40,500	3,600	3,600	1303,74	1304,00	1307,34	1307,60	0,006420	40,501	40,501	10,179	10,179	3,600	3,600	0,000									
8	L1	L2	1+070	1+170	100,000	3,600	5,283	1304,00	1296,24	1307,61	1301,54	-0,077560	100,300	100,300	10,179	23,366	3,600	4,913	0,000									
													L _{L1-2} (m) =	1171,397	A ^B _{L1-2} (m²) =	10,533	A ^{ESP} _{L1-2} (m²) = 0,000											

Figura 4. Pantalla de definición de la geometría del sistema.

4.2.2 Secciones tipo

Presionando el botón "Secciones Tipo" se accede a la pantalla donde se realiza la definición de los parámetros geométricos que definen las secciones que son características de las diferentes conducciones presentes en el sistema modelado.

Los parámetros a ingresar por el usuario dependen del tipo de sección de la que se trate. Específicamente, en el caso de conducciones circulares - tuberías, piques blindados, piques excavados con máquina tunelera (TBM) - se debe ingresar el material y el diámetro. En el caso de conducciones en túneles medio punto (excavados con método Drill & Blast), se debe ingresar alto y ancho de la sección; espesor de radier; espesor de la sobreexcavación; porcentaje de distribución de los tipos de roca y espesores de sostenimiento asociados a cada tipo de roca.

4.2.3 Coeficientes de pérdida de carga

Presionando el botón "Coeficientes de Pérdida" se accede a la pantalla que se muestra en la Figura 5. En esta pantalla se realiza la definición de los coeficientes de Manning que son utilizados en el cálculo de pérdidas friccionales para los diferentes tipos de conducciones presentes en la configuración de la central, diferenciando entre régimen permanente, régimen transiente para rechazo de carga, blackout y régimen transiente para toma de carga. Esta tabla permite hacer un análisis de sensibilidad respecto a los coeficientes de Manning supuestos, para lo cual se han dispuesto columnas con factores de sensibilización que afecten dichos valores, los cuales son distintos para cada régimen y cada material (shotcrete, hormigón, acero, etc.).

La hoja "Coeficientes de Pérdida" contiene también una tabla de coeficientes de pérdidas singulares k ($\text{Pérdida} = k \cdot [V^2/2g]$) para cada régimen y tipo de singularidad presente en el sistema, así como factores de sensibilización de estos coeficientes según régimen. Finalmente la hoja dispone de una tabla de coeficientes de pérdida singular por bifurcación simétrica en una conducción en presión, singularidad que se puede dar en el pantalón de la tubería forzada.

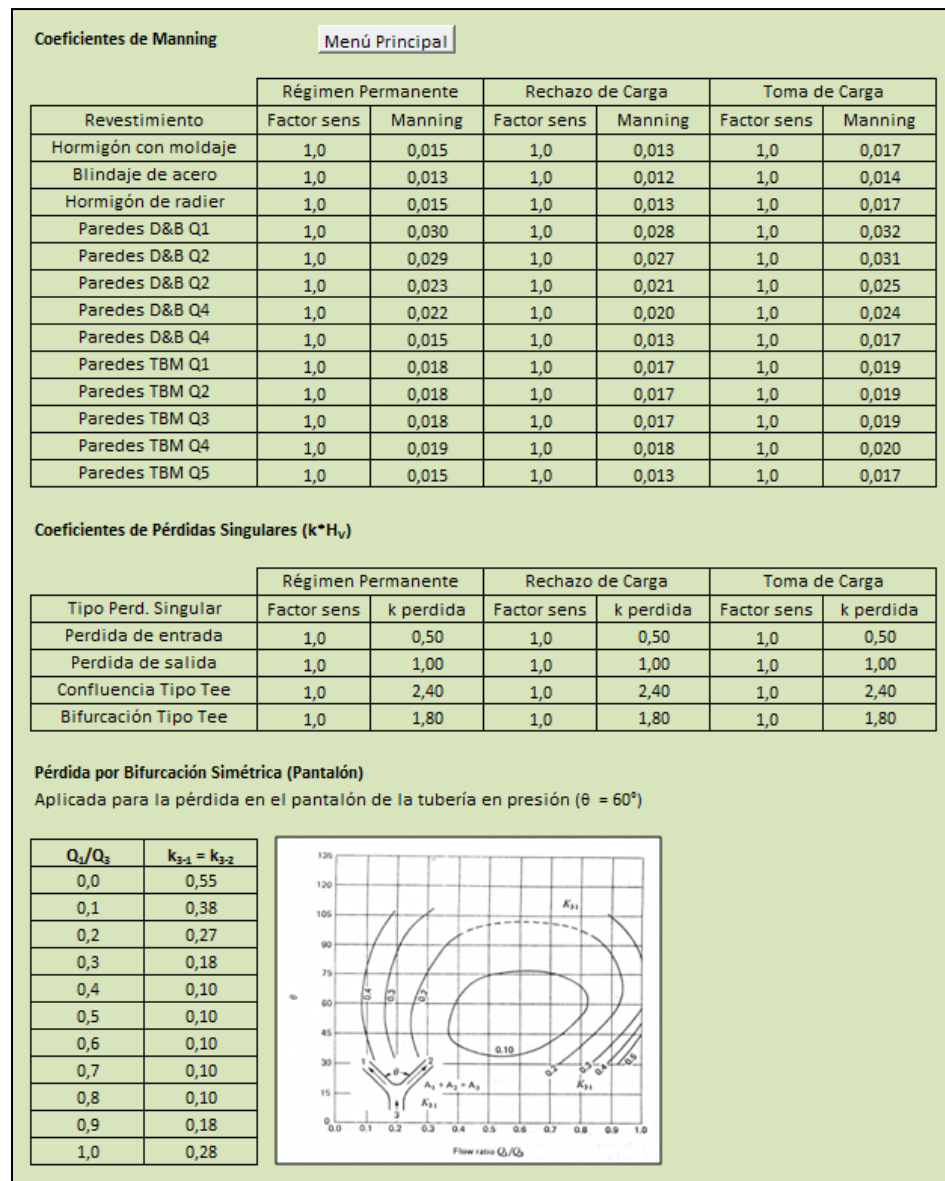


Figura 5. Pantalla de definición de coeficientes de pérdida.

4.2.4 Parámetros de modelación

Presionando el botón "Parámetros de Modelación" se accede a la pantalla donde se construye en forma automática un resumen de los parámetros de tuberías equivalentes de cada tramo (K , A y L), los cuales son incluidos en la totalidad de los cálculos posteriores.

En la primera parte de la interfaz, se presentan los parámetros correspondientes a aquellos tramos que funcionan (o deben funcionar) completamente en presión bajo cualquier escenario de modelación. En la segunda parte, aparecen los tramos donde la variación de la superficie libre es una condición de borde y donde se construyen las curvas de variación de los parámetros en función de un determinado nivel de la superficie libre. Además, esta hoja

contiene las curvas de embalse de todas las obras de superficie libre (cámaras de carga, chimeneas de equilibrio, etc.).

4.3 Procesamiento del modelo

Los botones del lado izquierdo del menú principal (Figura 3) permiten llevar a cabo la simulación de las siguientes operaciones:

- Régimen permanente
- Transiente rechazo de carga
- Transiente Toma de carga
- Transiente Blackout

4.3.1 Modelación régimen permanente

Presionando el botón "Modelo Régimen Permanente" se accede a la pantalla que se muestra en las figuras 6 y 7, que corresponde a la interfaz del modelo de régimen permanente de la central modelada.

En la parte central superior de la interfaz se dispone de la tabla "Niveles Máximos y Mínimos de Operación", que corresponde a un resumen de niveles máximos y mínimos que puede alcanzar la superficie libre presente en esas conducciones u obras. En el caso que los niveles piezométricos y de superficie libre que resultan del cálculo del régimen permanente estén fuera de los rangos establecidos en esta tabla, los valores desviados son destacados con negrita y color rojo, para así dar aviso al usuario de una posible anomalía en el diseño de las conducciones u obras respectivas. Los valores que registra esta tabla son llamadas automáticas a la información ingresada en la interfaz "Geometría del Sistema" y no son valores que deban ser ingresados por el usuario.



Figura 6. Pantalla principal del modelo en régimen permanente (lado izquierdo).

Z _{YO} (msnm)	Z _{Y1} (msnm)	Z _{Y2} (msnm)	Z _{AO} (msnm)	Z _{V2} (msnm)	Z _{V1} (msnm)	Z _{VO} (msnm)	Z _{A1} (msnm)	Z _{A2} (msnm)	Z _{A3} (msnm)	Z _{PCH} (msnm)	Z _{CH} (msnm)	Z _{PA} (msnm)	Z _{TU1} (msnm)	Z _{TU2} (msnm)
2499,00	2498,80	2497,98	2497,69	2497,97	2503,14	2507,50	2491,37	2485,40	2467,60	2467,60	2467,60	2455,67	2454,91	2454,72
2499,00	2498,78	2497,87	2497,55	2497,79	2501,77	2507,41	2491,22	2485,26	2467,45	2467,45	2467,45	2455,52	2454,76	2454,58
2499,00	2498,93	2498,65	2498,56	2498,61	2499,23	2506,55	2496,98	2495,49	2491,04	2491,04	2491,04	2488,05	2487,35	2487,80
2499,00	2499,00	2498,98	2498,97	2498,98	2499,05	2505,96	2498,84	2498,71	2498,34	2498,34	2498,34	2498,08	2498,02	2498,06
2499,00	2499,00	2499,00	2499,00	2499,24	2503,92	2507,41	2497,75	2496,57	2493,06	2493,06	2493,06	2490,70	2490,14	2490,50
2499,00	2498,78	2497,87	2497,55	2497,55	2497,55	-	2495,59	2493,23	2486,17	2486,17	2486,17	2481,44	2480,79	2481,20
2499,67	2499,12	2500,18	2500,50	2500,77	2506,13	2507,50	2500,53	2500,53	2500,53	2500,53	2500,53	2500,53	2500,53	2500,53
2499,40	2499,00	2498,99	2498,99	2499,23	2503,91	2507,41	2497,40	2495,91	2491,46	2491,46	2491,46	2488,48	2487,78	2488,23
2499,00	2498,78	2497,87	2497,55	2497,82	2502,87	2507,50	2490,84	2483,62	2462,08	2462,08	2462,08	2447,64	2446,73	2446,50

Figura 7. Pantalla principal del modelo en régimen permanente (lado derecho).

En el caso de la central modelada, el régimen permanente parte de la condición de borde dada por la operación del ramal B, consistente en altura máxima de escurrimiento, sin vertimiento por sobre el umbral del vertedero. A partir de esta condición de escurrimiento libre, se calcula el eje hidráulico al interior de la aducción, hasta el punto donde ésta entra en presión. En el escenario en que haya vertimiento de caudal excedente a través del vertedero de seguridad, la condición de borde del escurrimiento libre está dada por la carga sobre el vertedero.

4.3.2 Rechazo de carga

Presionando el botón "Modelo Transiente: Rechazo de Carga" se accede a la pantalla que se muestra en la Figura 8, que corresponde a la primera interfaz del modelo de régimen transiente de la central modelada, la del rechazo de carga del sistema.

Para la modelación de la toma y rechazo de carga, la condición inicial del sistema en términos de caudales y niveles piezométricos, resulta de la aplicación del Modelo de Régimen Permanente. El modelo de régimen permanente permite calcular los niveles piezométricos en diferentes puntos del sistema para diferentes combinaciones de caudales y diferentes condiciones de borde.

Considerando las características de las diferentes conducciones y sus secciones, el modelo calcula las pérdidas de carga para cada uno de los tramos considerados, para lo cual el usuario debe introducir los coeficientes de rugosidad de Manning que desea utilizar. Un criterio generalmente utilizado en el cálculo de las pérdidas de carga en rechazo de carga es considerar rugosidades mínimas.

La interfaz dispone de 3 celdas para el ingreso de los parámetros generales de modelación del transiente: paso de tiempo (Δt en segundos), duración total de la modelación (T_{TOTAL} en horas) y el tipo de chimenea de equilibrio que se usará en la simulación. El cálculo se detiene cuando el tiempo se iguala al tiempo total de modelación T_{TOTAL} , instante en el que el archivo guarda automáticamente los resultados y actualiza los gráficos de caudales y niveles que corresponden a los resultados visuales de la modelación. Los resultados numéricos de la modelación quedan disponibles para el usuario como datos en la pantalla de modelo, mientras que los resultados visuales, correspondientes a los gráficos de caudales y niveles v/s tiempo de modelación, pueden ser vistos presionando los botones "Ver Caudales Resultantes" y "Ver Niveles Resultante". Un ejemplo de lo anterior se visualiza en las figuras 10 y 11.

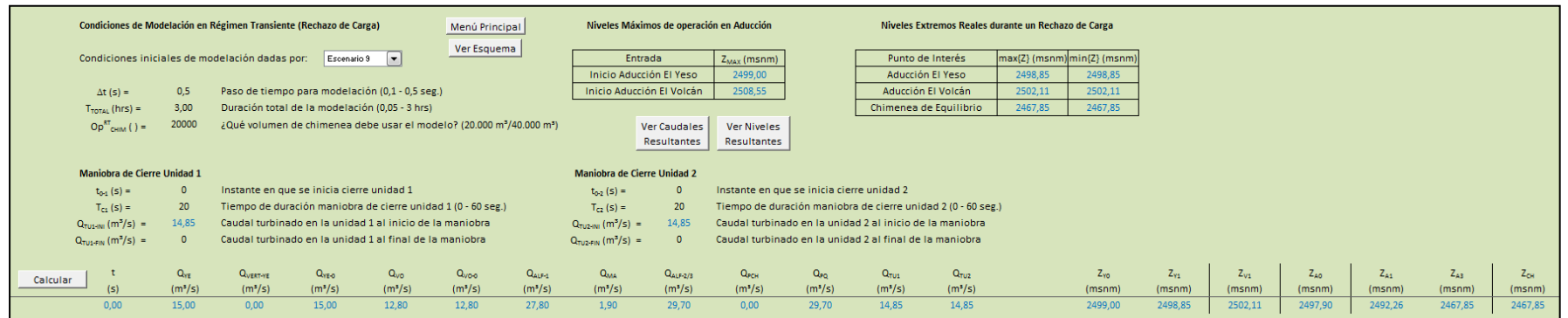


Figura 8. Pantalla principal del modelo en régimen transiente de rechazo de carga.

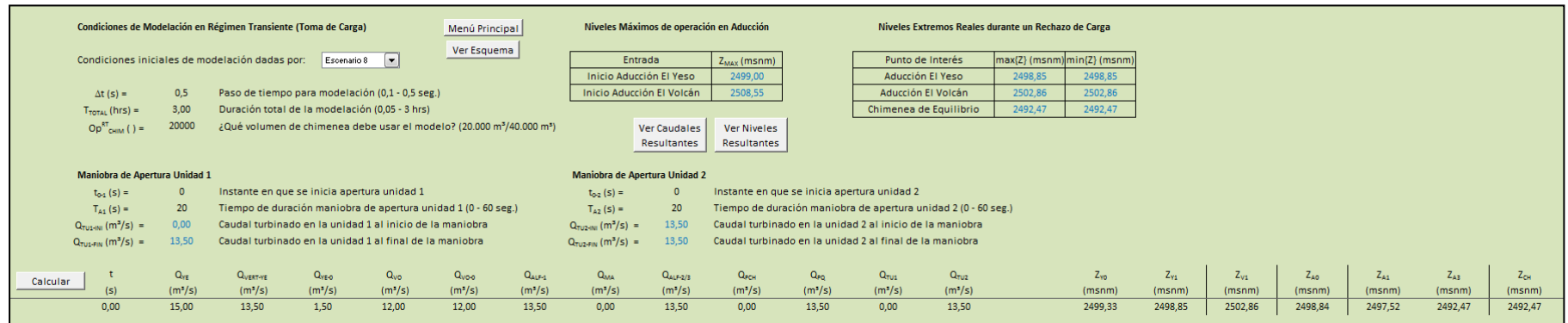


Figura 9. Pantalla principal del modelo en régimen transiente de toma de carga.

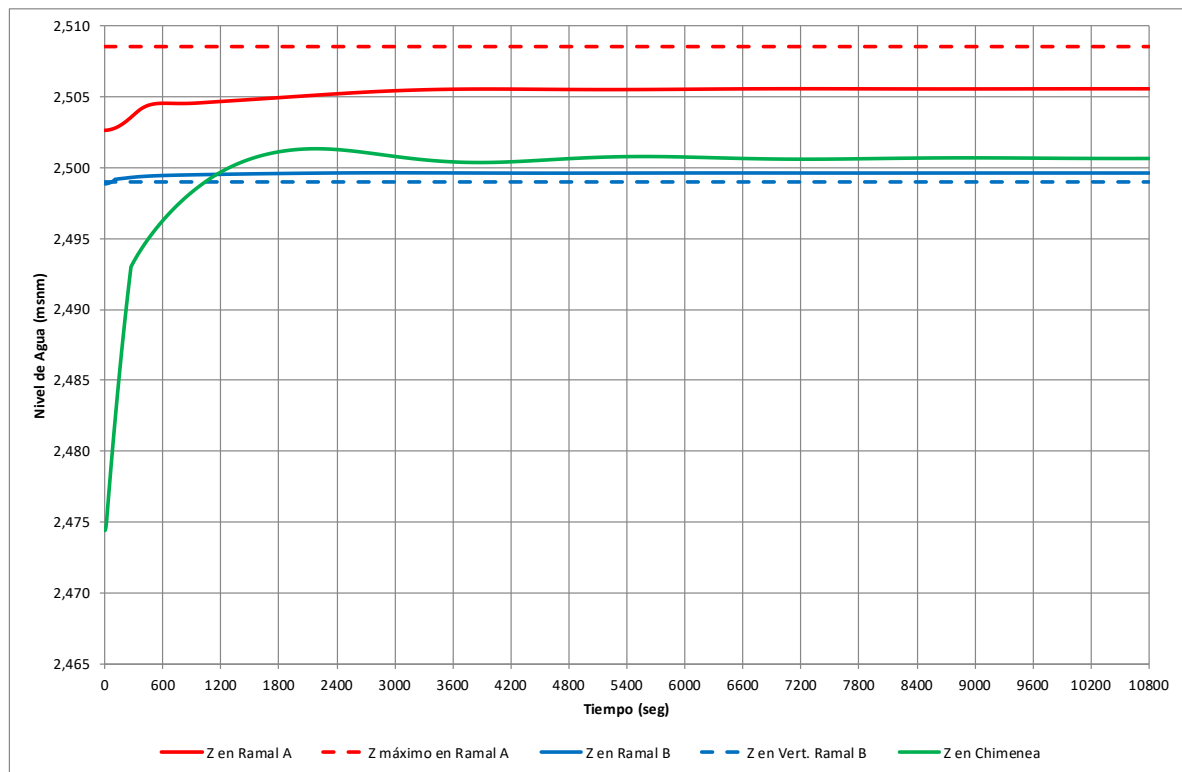


Figura 10. Niveles en Rechazo de Carga.

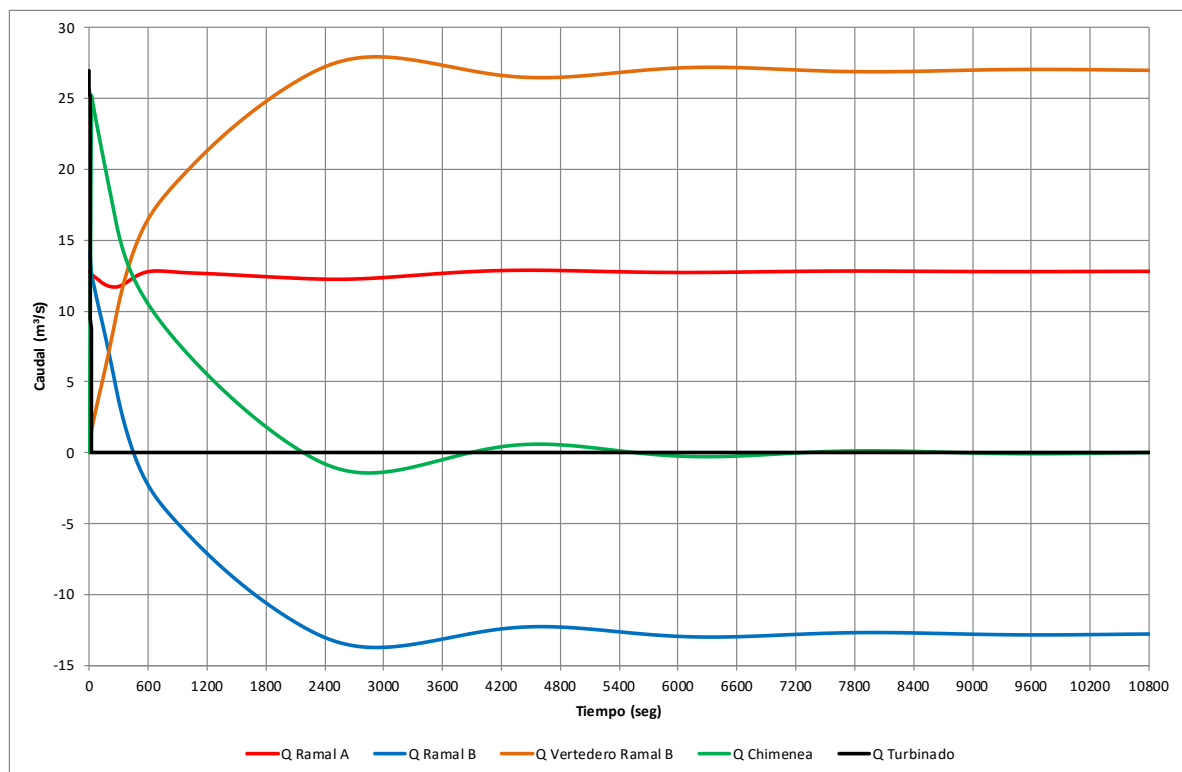


Figura 11. Caudales de Rechazo de Carga.

4.3.3 Toma de carga

Presionando el botón "Modelo Transiente: Toma de Carga" se accede a la pantalla que se muestra en la Figura 9, que corresponde a la segunda interfaz del modelo de régimen transiente de la central modelada, la toma de carga del sistema.

En la primera sección de la pantalla (esquina superior izquierda), se seleccionan desde el menú desplegable las condiciones iniciales de la modelación transiente. Las opciones de selección, al igual que para el rechazo de carga, corresponden a los escenarios previamente modelados en régimen permanente. Al seleccionar un escenario, se actualizan los caudales de cada ramal para el tiempo $t = 0$, y se recalculan los niveles piezométricos de régimen permanente usando un escenario de pérdidas de carga con rugosidad máxima (o según el criterio del usuario). Las pérdidas de carga así definidas son usadas para el resto de la modelación de la toma de carga.

Tal como se describió en 4.3.2, el cálculo se detiene cuando el tiempo se iguala al tiempo total de modelación T_{TOTAL} , instante en el que el archivo guarda automáticamente los resultados y actualiza los gráficos de caudales y niveles que corresponden a los resultados visuales de la modelación. Los resultados obtenidos – variaciones de caudales y niveles - se pueden visualizar gráficamente tal como se muestra en las figuras 12 y 13.

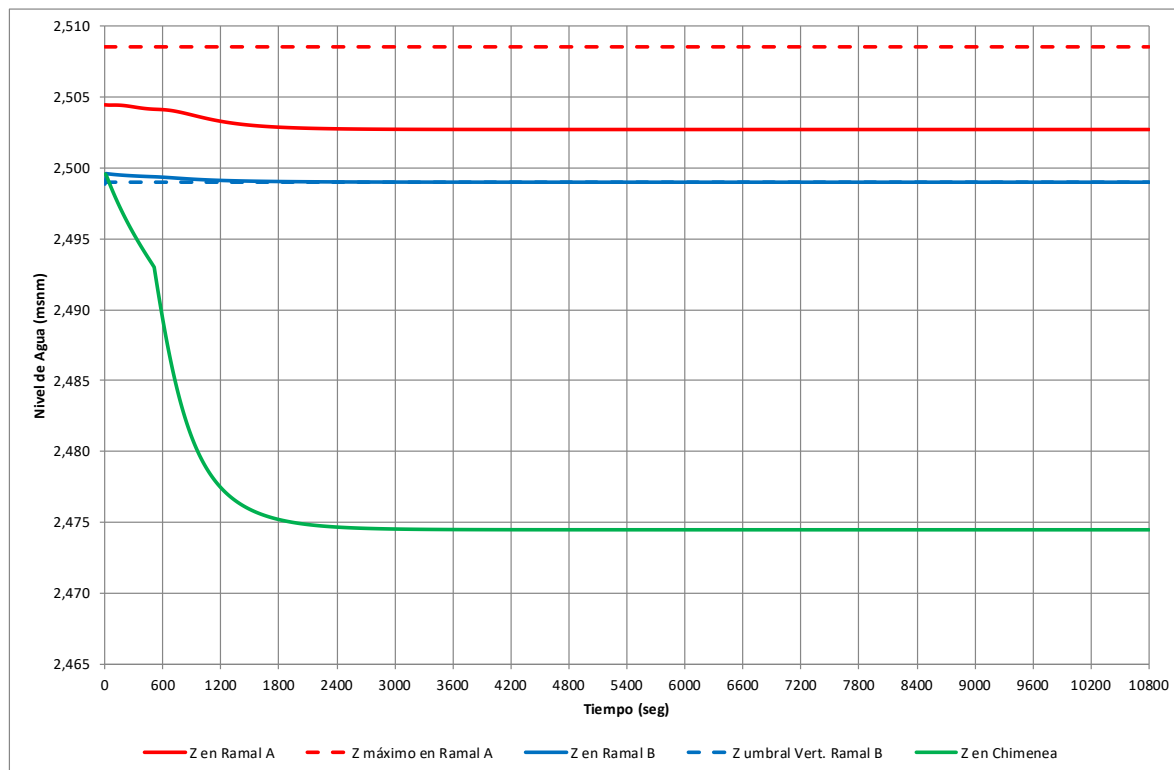


Figura 12. Niveles Toma de Carga Operación Normal.

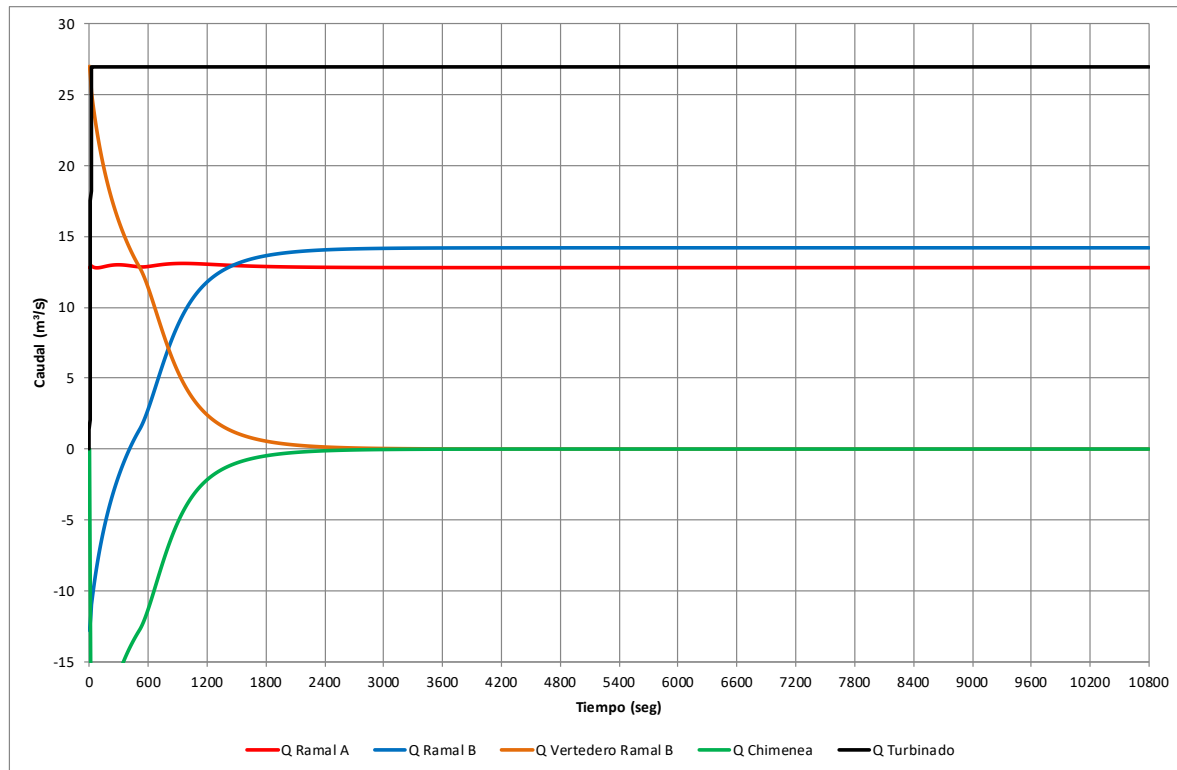


Figura 13. Caudales de Toma de Carga Operación Normal.

5 CONCLUSIONES

Se presentan los fundamentos de un modelo matemático orientado a analizar el comportamiento hidráulico de centrales hidroeléctricas subterráneas tanto en régimen permanente como en régimen transiente (oscilación en masa). La principal característica de las centrales subterráneas es que su sistema de conducciones está constituido por un alto porcentaje de túneles en presión, los cuales pueden ser construidos por diferentes métodos, todo lo cual influye en el grado de terminación de la sección del túnel. El cálculo de las pérdidas de carga es altamente dependiente del método constructivo elegido y del grado de terminación y/o revestimiento de las secciones de cada tramo de las conducciones. Esto implica que las rugosidades supuestas durante el desarrollo del proyecto pueden tener significativas variaciones durante la construcción de los túneles de modo que un aspecto fundamental del modelo de simulación es poder realizar sensibilizaciones de las pérdidas friccionales.

El modelo descrito está basado en dos estudios anteriores, pero incorpora nuevas herramientas de simulación que lo hacen aplicable a cualquier central subterránea. Fue desarrollado utilizando como plataforma base el programa Microsoft Excel 2007, por lo que es fundamental para su funcionamiento el contar con este software instalado en esa misma versión o superior.

El modelo es amigable tanto para el ingreso de datos como para llevar a cabo la simulación de las siguientes operaciones: régimen permanente, toma de carga, rechazo de carga y blackout. Uno de los aspectos fundamentales en el ingreso de datos es definir con precisión las características geométricas de los diferentes tramos de túneles y sus coeficientes de rugosidad, los cuales pueden ser fácilmente sensibilizados. El modelo ha sido utilizado exitosamente en el análisis de fenómenos transitorios considerando diversas soluciones de chimeneas de equilibrio.

AGRADECIMIENTOS

Al momento de desarrollar el modelo, los autores de este artículo se desempeñaban como ingenieros de la empresa AMEC-Cade (hoy Wood PLC)

REFERENCIAS

- Abreu, J.M., Guarga, R. e Izquierdo, J. (1995) *Transitorios y Oscilaciones en Sistemas Hidráulicos a Presión*. Universidades de Coimbra, Politécnica de Valencia y de La República (Uruguay)
- Huval, Carl J. (1969) *Hydraulic Design of Unlined Rock Tunnels*. Journal of the Hydraulics Division ASCE (Julio 1969)
- United States Army Corps of Engineers (1997) *Tunnels and Shafts in Rock Engineer Manual* n°1110-2-2901
- Gener (2009). *Análisis de los fenómenos transitorios en el sistema Alfalfal II y Las Lajas durante el Blackout*. Informe 000-HI-INF-012 preparado por Cade-Idepe, Poch Ingeniería y Norconsult.
- AES Gener (2012). *Régimen transitorio Central Alfalfal II*. Memoria de cálculo F012-ODS03-MEM-HI-001-R0 preparada por JRI.

ACERCA DE LOS AUTORES

Rodrigo Caro es ingeniero civil de la Universidad Católica (1970) y M.Sc. de la University of Iowa (1975). Desarrolló gran parte de su vida profesional como Jefe de la División Hidráulica de CADE-IDEPE y actualmente es consultor independiente.

Rodrigo Carrasco es ingeniero civil de la Universidad de Chile (2005). Ha dedicado su vida profesional principalmente al diseño y análisis de fenómenos transientes de centrales hidroeléctricas de diversas configuraciones. Actualmente se desempeña como consultor independiente.

THE ENTROPY SOLUTION TO THE EVOLUTION OF A BEDFORM IN A CLOSED CONDUIT

BENJAMIN OBANDO¹, RAÚL GORMAZ², CARLOS CONCA³,
JORGE SAN MARTÍN⁴, Y ALDO TAMBURRINO⁵

¹Mathematical Engineering Department, University of Chile

benjamin.obando.vallejos@gmail.com

²Mathematical Engineering Department, Center for Mathematical Modeling-UMI 2807
CNRS-Chile and Center for Biotechnology and Bioengineering, University of Chile

rgormaz@dim.uchile.cl

³Mathematical Engineering Department, Center for Mathematical Modeling-UMI 2807
CNRS-Chile and Center for Biotechnology and Bioengineering, University of Chile

cconca@dim.uchile.cl

⁴Mathematical Engineering Department, Center for Mathematical Modeling-UMI 2807
CNRS-Chile, University of Chile

jorge@dim.uchile.cl

⁵Department of Civil Engineering and Advanced Mining Technology Center,
University of Chile

atamburr@ing.uchile.cl

ABSTRACT

Exner's classical approach for the evolution of a bedform is applied to a cylindrical closed conduit. The discontinuity that appears in a progressive wave after a given time is overcome using an entropy solution. Exner's original equation is used to determine the bedload relation. This simple model reproduces the general features of bedforms inside closed conduits, while the numerical entropy solution is free of oscillations. This simplified analysis represents a first step towards developing a more complex model that considers the momentum equation including a frictional term.

Palabras claves: bedforms, circular cross-section pipe, non-conservative equation; Exner equation, entropy solution.

1. INTRODUCTION AND OBJECTIVES

Bedforms develop and evolve in channels with a deformable bed when the flow conditions are such that the particles constituting the bed can be transported by the flow. They can be found in fluids in both open channels and closed conduits. The hydraulic transport of solids in pipes is a highly advantageous method for transporting solid materials and is used in industries such as sanitary engineering, and the mining industry among others. How solids are transported significantly influences head loss, as well as the flow itself. The dynamics of

sediment transport have mainly been studied in free-surface flows. However, this does not apply when the sediment is transported in pipes, something which has only been studied relatively recently. Nevertheless, a lot of the research on sand waves and river dynamics can, fortunately, be applied to bedforms in pipe flows (Coleman et al., 2010). Although free surface flows sand waves are present in rivers, coasts and alluvial channels, the rational study of these is relatively recent. The first quantitative study and mathematical modeling of sand waves were conducted by Exner (1925).

Although simple and crude, Exner's model has the advantage that it captures the essentials of the evolution of symmetric bump of sediment into a dune profile. However, after a while, the dune develops a wave profile with an overhang at the top, which moves faster than the particles at the bottom of the bed. This is physically impossible since the bed slopes should not exceed the angle of repose of the sediment, as recognized by Exner (Graf, 1971). To overcome this problem, Exner (1925) proposed a graphic solution by connecting the points at the crest of the wave with the lower part of the lee-side, leading the profile to retake the form of a dune.

From a mathematical point of view, the solution calculated by Exner is valid so long as the function that describes the form of the sediment bed is differentiable. However, although this is initially true, it may cease to be valid later in the evolution of the sediment bed. The differentiable solution, therefore, becomes meaningless, and a non-differentiable solution must be sought. This new solution must be the solution to a new integral equation that allows for the existence of a non-differentiable solution. The solution to this new problem is called a weak solution.

It is a well-known fact that weak solutions are not necessarily unique, which means that there exist solutions that don't physical sense. Therefore, a solution that makes physical sense is selected from among all of the weak solutions: the so-called entropy solution. Studies of the entropy solution to Exner's equation were conducted by Kubatko and Westerink (2007). To find the entropy solution, Kubatko et al.(2006) used a numerical algorithm based on the Runge-Kutta discontinuous Galerkin method (RKDG) with a slope limiter. In this method, the solution is approximated in a space with piecewise continuous functions, allowing the solution to develop points of non-differentiability.

In their paper, Kubatko and Westerink (2007) analyzed the evolution of a sediment bed with the presence of three kinds of disturbances: 1) an initial wavy bed following a cosine shape, 2) a dredged section and 3) a sudden change in the bed level. In this final, case the bed can present a sudden elevation from its original level (case 3i) or it can suddenly descend (case 3ii). An overhanging portion of sediment is generated in each of the cases, except for 3i), where a rarefaction wave solution is obtained. For the other cases, the authors rectified the unphysical solution using the "equal-area principle", generating a vertical front in the lee-side of the dune. This type of sedimentary wave, with a discontinuity in the bed, is referred to as a "sediment bore" by Kubatko and Westerink (2007).

Previous analysis of Exner's model has been restricted to rectangular flumes. In this paper, Exner's model is used to study the evolution of a bedform inside a pipe with a circular cross-

section. In this case, variations in the width of the pipe depending on its height poses an additional mathematical problem: the resulting partial differential equation of Exner's model losses its conservative form due to the presence of a term that is a function of the bed elevation. In this case, we can rewrite the equation to include a conservative part and a source term. This allows the classical definition of the entropy solution to a conservative equation to be easily modified and applied to this particular case. An RKDG method was developed to calculate the entropy solution to the non-conservative equation associated with the model. Therefore, this study can be considered a natural extension of the work by Kubatko and Westerink (2007), extending the results obtained by the authors for a rectangular cross-section to include the situation where the bed width depends on the bed elevation. In analogy to the case analyzed by Exner (1925), the evolution of an initially symmetrical sediment bump was solved using the Exner relationship for the bedload transport. The classical solution calculated using the characteristics method was compared with the entropy solution, calculated using the RKGD method.

2. APPLICATION OF THE EXNER'S MODEL TO A CLOSED PIPE

In his seminal paper, Exner (1925) approaches the evolution of the shape of an erodible channel by making several assumptions. Concerning the dynamics of the flow, a frictionless model is first considered by the author. This restriction is then lifted later in the paper. In terms of the channel's erodibility, the author considers two cases: the first one concerns the evolution of a bed disturbance in a channel of constant width, while the other one refers to a channel of variable width and constant flow depth. A description of Exner's model can be found in varying degrees of detail in publications such as Leliavsky (1955) or Graff (1971). In analyzing the case of a frictionless channel with a constant width, Exner only took into account the principles of conservation of water and sediment. Therefore as a purely kinematic model, it only provides a description of the evolution of the channel shape given an initial condition, without subjecting it to the forces involved in the phenomenon. The key assumptions in Exner's model are: water elevation remains constant (only changes the bed elevation changes), the fluid flow is nearly steady and the sediment flux is proportional to the flow velocity. It should be noted that, due to the assumptions of frictionless fluid and constant water elevation, Exner's results are equally valid for open channel flows as they are for closed conduits, providing they have a rectangular cross-section.

In order to extend the analysis made by Kubatko and Westerink (2007) for a channel with a constant width to a circular conduit, a general derivation will first be presented. This derivation will consider suspended and deposited sediment in a prismatic closed conduit with a fixed cross-section area A , where its width B is a function of the distance z from the bottom of the pipe, i.e. $B(z)$, as shown in Figure 1. The lower part of the pipe contains a bed of deposited sediment occupying an area A_D , while the sediment in the rest of the pipe is in suspension, occupying an area A_S , such that $A = A_D + A_S$. The height of the bed η is assumed to depend only on the longitudinal coordinate, x , i.e., $\eta(x)$. The width of the bed is given by $B(\eta)$.

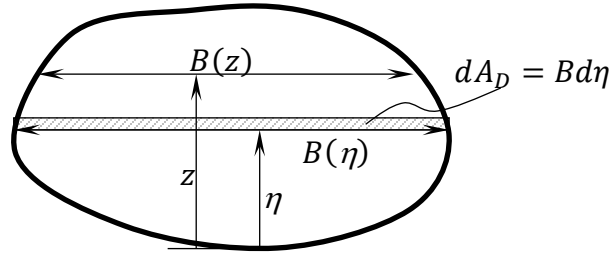


Figure 1. Geometric variables.

Applying the Reynolds transport theorem (White, 1998) to the mass of sediment in the control volume limited between x_1 and $x_2 = x_1 + dx$, as shown in Figure 2, expressing the mass m of sediment in the control volume as $m = CA dx$ where C is the bulk density of sediment in the control volume, and expanding the mass flux of sediment $G(x_2, t)$ in Taylor series around $G(x_1, t)$ gives

$$A \frac{\partial}{\partial t} C(x, t) + \frac{\partial}{\partial t} G(x, t) = 0. \quad (1)$$

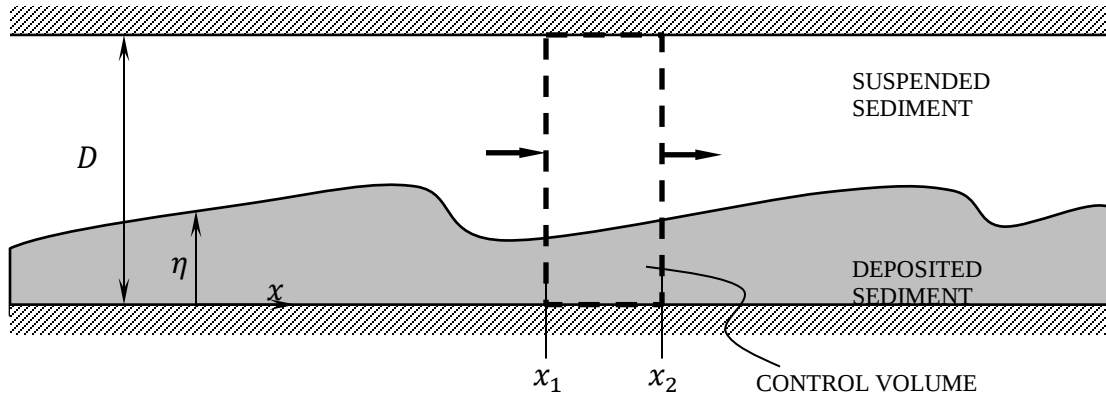


Figure 2. Control volume for the mass balance.

The bulk density C can be expressed as $C = (C_S A_S + C_D A_D)/A$ where C_S is the bulk density of the suspended sediment, and C_D is the bulk density of the sediment forming the bed. The width of the free surface is given by $B(\eta) = dA_D/d\eta$ from which:

$$\frac{\partial}{\partial t} A_D = \frac{d}{d\eta} A_D(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial t} = B(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial t}. \quad (2)$$

With the above equations, the continuity equation for the sediment is:

$$A \frac{\partial}{\partial t} C_S + A_D \frac{\partial}{\partial t} (C_D - C_S) + (C_D - C_S) B(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} G = 0. \quad (3)$$

Assuming that there is not sediment in suspension, $C_S = 0$, Eq. (3) becomes:

$$A_D \frac{\partial C_D}{\partial t} + CB(\eta) \frac{\partial}{\partial t} \eta + \frac{\partial}{\partial x} G = 0. \quad (4)$$

Considering C_D as a constant value, Eq. (4) simplifies to:

$$C_D B(\eta) \frac{\partial}{\partial t} \eta + \frac{\partial}{\partial x} G = 0. \quad (5)$$

Expressing the bulk density C_D in terms of the bed porosity ϵ and the density of the solid particles ρ_p and the sediment mass flux in terms of the volume mass flux, Q_p , Eq. (5) is written as

$$(1 - \epsilon)B(\eta) \frac{\partial}{\partial t} \eta + \frac{\partial}{\partial x} Q_p = 0. \quad (6)$$

Assuming that Q_p can be expressed in terms of the discharge of solid particles per unit of width q_p as $Q_p = B(\eta)q_p$, the Exner equation for an arbitrary prismatic section is obtained:

$$(1 - \epsilon)B(\eta) \frac{\partial}{\partial t} \eta + \frac{\partial}{\partial x} (B(\eta)q_p) = 0. \quad (7)$$

To facilitate analysis of the solution to (7) we consider the dimensionless variables $x^* = x/\lambda$, $\eta^* = \eta/l$, $B^* = B/l$, $q_p^* = q_p/K$ and $t^* = t/T$, where λ, l, K and T are the characteristic parameters of length, width, bedload rate, and time, respectively. Therefore equation (7) can be written in a dimensionless form as:

$$B^*(\eta^*) \frac{\partial}{\partial t^*} \eta^* + \frac{\partial}{\partial x^*} (B^*(\eta^*)q_p^*) = 0, \quad (8)$$

choosing $T = ((1 - \epsilon)l\lambda)/K$. At this point, it is necessary to define the geometry to which the sediment bed is confined and a formula for the dimensionless sediment flux.

3. GEOMETRY AND SEDIMENT FLUX

To study the effect of the geometry in the solution to (8), we choose a pipe with a circular cross section, for which their geometric functions are summarized on Table 1 along with the geometric functions of a pipe with a rectangular cross-section.

In order to compare this with the results obtained by Exner (1925), we study the Exner's sediment flux for circular geometry. Exner's bedload relationship is given by:

$$q_p = a_e(1 - \epsilon)V, \quad (9)$$

where a_e is the erosion coefficient and V is the depth-average flow velocity. Defining K as $K = a_e(1 - \epsilon)/l^2$ Eq. 9 can be written in dimensionless form as:

$$q_p^* = \frac{1}{A_s^*}, \quad (10)$$

with $A_s^* = A_s/l^2$ with l and A_s given in Table 1 for the case of a pipe with a rectangular cross section and a pipe with a circular cross section. As previously, although Eq. (9) is a crude

characterization of the bedload, it provides a qualitative description of the evolution of the bed form.

Table 1. Geometric parameters: B is the width of the pipe and D is the diameter

Geometría	l	$B(\eta)$	$A_S(\eta)$
Rectangular	B	B	$(h - \eta)B$
Circular	D	$2\sqrt{\eta(D - \eta)}$	$\frac{D^2\pi}{4} - \frac{D^2}{2}(\arcsin(\sqrt{\frac{\eta}{D}}) - \sqrt{\frac{\eta}{D}(1 - \frac{\eta}{D})}(1 - 2\frac{\eta}{D}))$

4. SOLUTION

4.1 Classical Solution: Characteristics method

The first part of the analysis is to look for a classical solution to Eq. (8), i.e. a smooth solution. The classical method for accomplishing this task is the characteristics method. The first step in this method is to assume that Eq. (8) has a smooth solution η^* for an initial condition $\eta_0^*(x^*)$. Then a characteristic curve of Eq. (8) is given by $(\xi^*(t^*), t^*)$ for $x^* \geq 0$ and $t^* \geq 0$, where ξ^* is the solution to:

$$\frac{d}{dt^*} \eta^*(\xi^*(t^*), t^*) = 0. \quad (11)$$

If the curve passes through the point $(x^*, 0)$, integrating Eq. 11 we get that:

$$\eta^*(\xi^*(t^*), t^*) = \eta_0^*(x^*). \quad (12)$$

Eq. 12 means that any solid particle will be at the same distance from the bottom as it was at $t^* = 0$. Furthermore, using Equations (11) and (8), it is concluded that:

$$\frac{d\xi^*}{dt^*} = c^*(\eta^*(\xi^*(t^*), t^*)), \quad (13)$$

$$\xi^*(0) = x^*. \quad (14)$$

where c^* represents the dimensionless wave celerity and is expressed as:

$$c^*(\eta^*) = \frac{1}{B^*(\eta^*)} \frac{d}{d\eta^*} (B^*(\eta^*) q_p^*(\eta^*)). \quad (15)$$

Using Eq. (12), the solution to (13) is:

$$\xi^*(t^*) = x^* + t^* c^*(\eta_0^*(x^*)). \quad (16)$$

Eq. (16) indicates that the characteristic curves are straight lines. With an explicit form for $\xi^*(t^*)$ it is easy to calculate η^* by means of the property $\eta^*(\xi^*(t^*), t^*) = \eta_0^*(x^*)$. This solution is called the classical solution.

Exner's equation for the sediment flux

The classical solution to Eq. 8 with the Exner's bedload equation reveals that the initial bedform deforms, evolving in the direction of the flow. In this case the particles that are higher up move faster, until the bedform becomes a multivalued function. The results of the evolution of an initial bedform consisting in a bump similar to that in Exner's paper, $\eta_0^*(x^*) = 0.5 + 0.25\sin^2(\pi x^*)$, are shown in Figure(3).

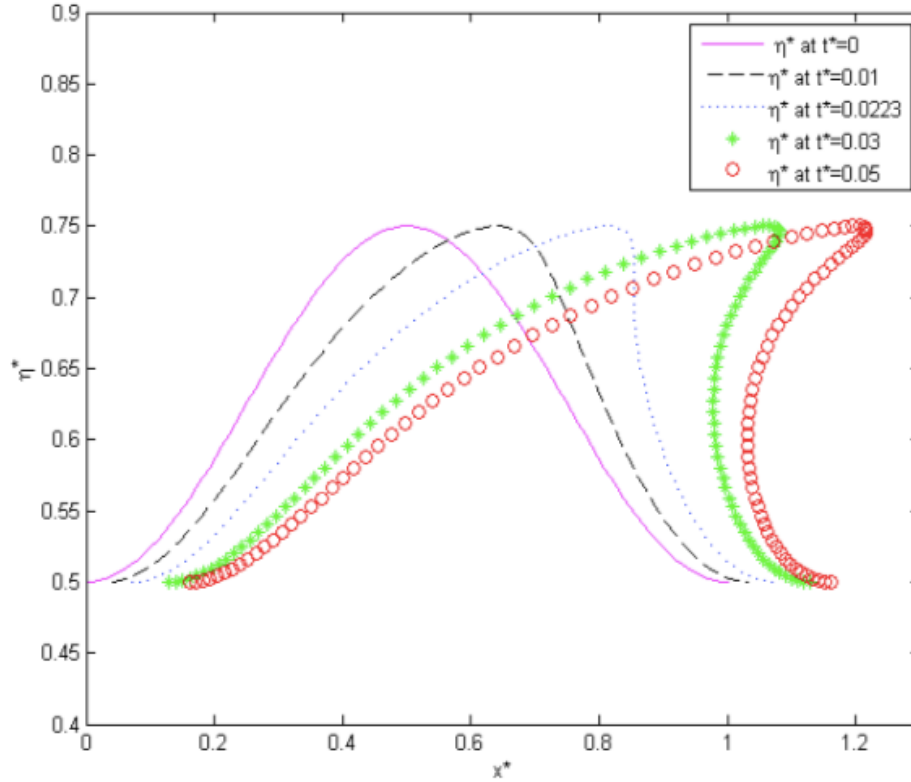


Figure 3. Solution to Eq. (8). As particles located higher up move faster, the lee-side eventually becomes multivalued.

As highlighted previously, from $t^* = 0.0223$, the dimensionless bed height is a multivalued function. This contradiction originates from the assumption that η^* is a smooth function for all $t^* > 0$, which is not necessarily true.

To understand this consider the characteristics curves that pass through the points $(x_1^*, 0)$ and $(x_2^*, 0)$ where $x_1^* < x_2^*$ and suppose that the curves intersect each other. The time t^* at which the curves intersect can be calculated using the equation:

$$t^*(c^*(\eta_0^*(x_1^*)) - c^*(\eta_0^*(x_2^*))) = x_2^* - x_1^*, \quad (17)$$

which has a positive solution if $\eta_0^*(x_1^*) > \eta_0^*(x_2^*)$, i.e, η_0^* decreases. In our example it is clear that we can find two characteristics curves that intersect each other, for example taking $x_1^* = 0.5$ and $x_2^* = 0.75$ (Figure 4).

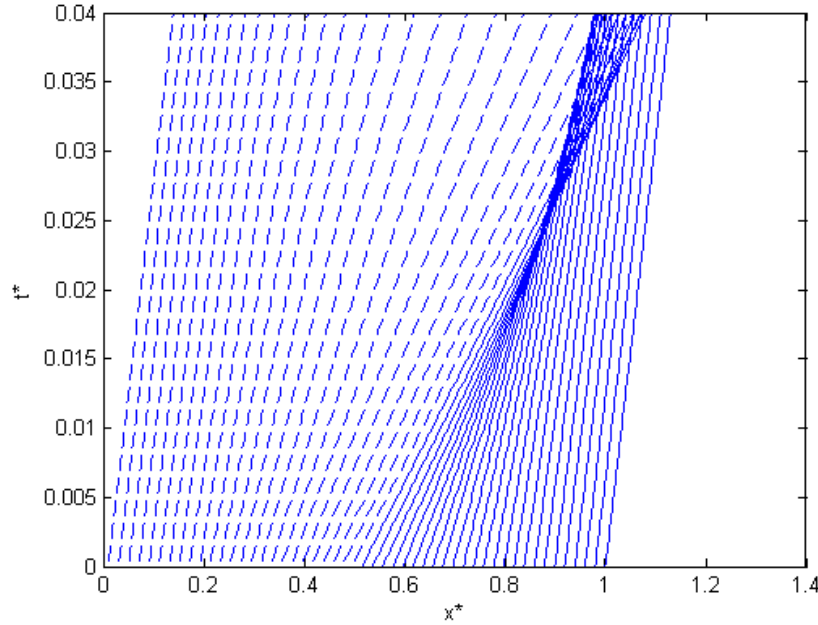


Figure 4. Characteristics curves of (8). The curves which start from $x^* \in [0, 0.5]$ do not intersect. However, the curves which start from $x^* \in [0.5, 1]$ eventually intersect because η_0^* is decreasing at $[0.5, 1]$.

However, this is not possible since η^* would have two different values at the point of intersection, contradicting the smooth assumption. This tells us that we can only use the characteristics method until the point where two characteristics curves intersect each other. This instant, T^* , can be calculated from (17) as follows:

$$T^* = -\frac{1}{\min_{x^* \in \mathbb{R}} \left(\frac{d}{dx^*} c(\eta_0^*(x^*)) \right)} = 0.0223.$$

4.2. Entropy Solution

As previously suggested by Exner, the solution obtained using the characteristics method does not make physical sense at every point in time. An entropy solution is therefore sought in order to find a solution to Eq. (8) that is physically possible, an entropy, although not necessarily differentiable.

The conservative form of a hyperbolic equation is written as $\partial \eta / \partial t + \partial f(\eta) / \partial x = 0$ and the problem of finding a non-differentiable solution with physical meaning has been studied extensively Godlewski and Raviart (1996).

However, equation (8) has a non-conservative form

$$\frac{\partial}{\partial t}\eta + g(\eta)\frac{\partial}{\partial x}f(\eta) = 0. \quad (18)$$

To study this equation, it is necessary to slightly modify the definition of the entropy solution to a conservative equation. The entropy solution is motivated by the existence of spurious solutions. It can therefore be obtained from the solution to Eq. (18) plus a viscous term:

$$\frac{\partial \eta_\epsilon}{\partial t} + g(\eta_\epsilon)\frac{\partial}{\partial x}f(\eta_\epsilon) = \epsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2}\eta_\epsilon. \quad (19)$$

For every $\epsilon > 0$, Eq. (19) has a unique solution. The limit where ϵ tends towards 0 for the sequence of solutions is the entropy solution to (18), Godlewski and Raviart (1996). We say that the entropy solution makes physical sense as it comes from a limit process involving a diffusion term. In nature, every natural process involves some sort of diffusion. Therefore, conservation laws represent a process involving very small diffusion coefficients. However, finding an entropy solution given the previous definition may be harder than finding an entropy solution to (19). Equivalent conditions must therefore be found. One way to approach the non-conservative problem is to consider:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}g(\eta)f(\eta) = G(\eta)$$

where $(\eta) = f(\eta) \partial g(\eta)/\partial x$. We can then address Eq. (18) as a conservative form plus a source term G which can easily be modified to redefine an entropy solution. First we can define a weak solution η to Eq. (18), which represents a solution that is not necessarily differentiable and is solution to integral version form of Eq. (18):

$$\int_0^T \int_0^L (\eta \frac{\partial}{\partial t} \varphi + f(\eta)g(\eta) \frac{\partial}{\partial x} \varphi + f(\eta)\varphi \frac{\partial}{\partial x} g(\eta)) dx dt + \int_0^L \eta_0(x)\varphi(x,0)dx = 0, \quad (20)$$

for all differentiable functions $\varphi: [0, L] \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ such that $\varphi(0, t) = \varphi(L, t) = 0$ for every $t \geq 0$ and $\varphi(x, T) = 0$ for all x in $[0, L]$.

As stated previously the weak solution η is not necessarily differentiable. However but if it were, it would be easy to check whether it satisfies Eq. (18). Nevertheless, it is widely known that Eq. (20) may have many solutions for the same initial condition that are physically meaningless, Godlewski and Raviart (1996). This solutions are called spurious solutions. To identify which solution makes physical sense, we introduce the entropy solution that satisfies Eq. (20) and for every convex function $U: [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ y $F: [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ such that $F' = (fg)'U'$ satisfies the following inequality:

$$\int_0^T \int_0^L U(\eta) \frac{\partial}{\partial t} \varphi + F(\eta) \frac{\partial}{\partial x} \varphi - U'(\eta) f(\eta) \varphi \frac{\partial}{\partial x} g(\eta) dx dt \geq 0, \quad (21)$$

for all differentiable functions $\varphi: [0, L] \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ such that $\varphi(0, t) = \varphi(L, t) = 0$ for every $t \geq 0$, $\varphi(x, T) = 0$ for every x in $[0, L]$ and $\varphi \geq 0$. Functions U and F are called entropy pair. The existence and uniqueness of an entropy solution η is guaranteed if f and g

are differentiable functions and $\eta_0(x)$ is bounded. It can be proved that this solution is the limit solution to (19), so is the entropy solution that we are looking for.

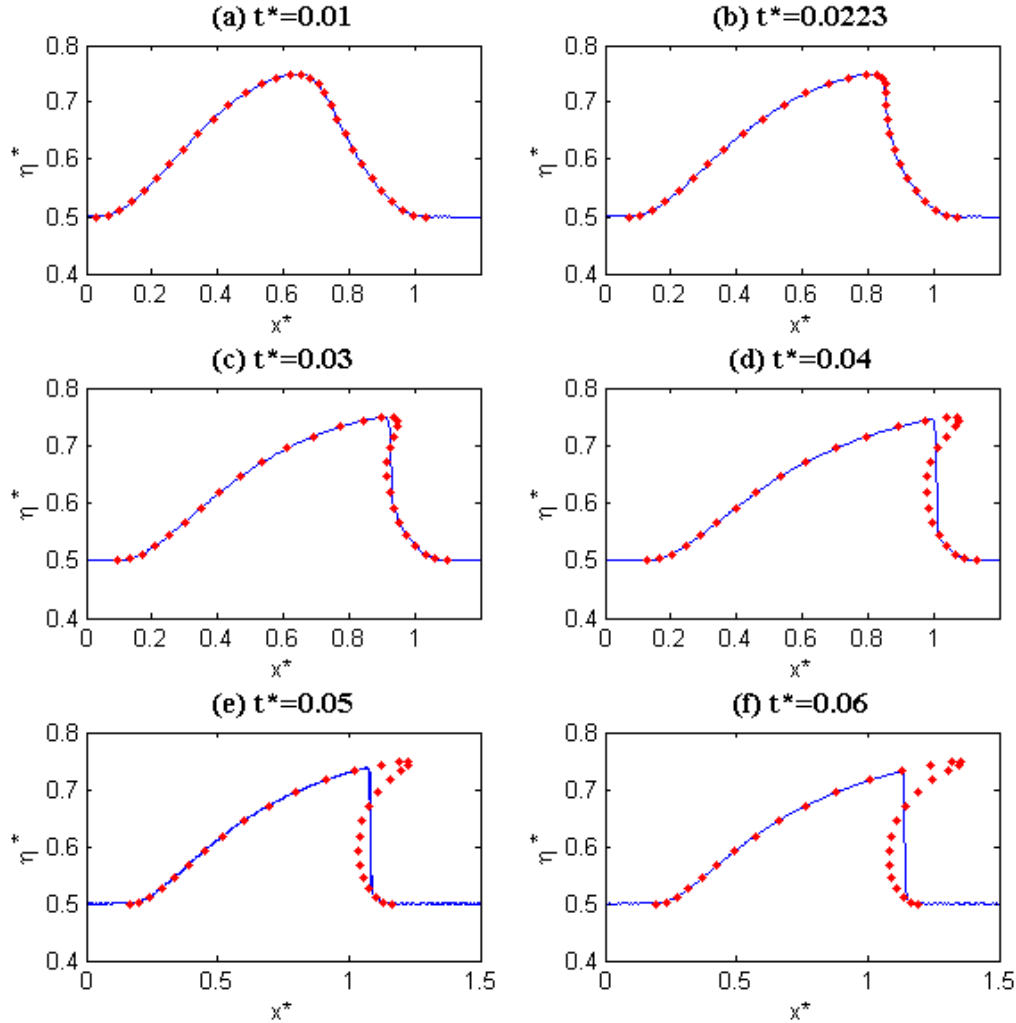


Figure 5. Bedform evolution: Comparison between the solutions to Eq. (8) calculated with the method of characteristics (o) and the entropy solution (—).

The advantage of this definition is that it allows for the use numerical of methods that are based on the integral version of Eq. (18) such as the Runge-Kutta discontinuous Galerkin method. Entropy solutions to hyperbolic equations develop steep gradients. As suggested by Kubatko and Westerink (2007), many numerical methods will exhibit artificial oscillations in the presence of a steep gradient or discontinuities.

The main objective of the numerical methods that solve hyperbolic equations and conservation laws is to obtain the most accurate solution without any artificial oscillations Hesthaven and Warburton (2000). To avoid the appearance of artificial oscillations,

Cockburn (1999) proposes applying a slope limiter to the numerical solution obtained using the Runge-Kutta discontinuous Galerkin method. Following this idea, we implement a Runge-Kutta discontinuous Galerkin method which consists of a first-order basis for the discretization in space and 5-stages strong stability preserving Runge-Kutta method for the discretization in time. We also applied a generalized slope limiter to every iteration of the Runge-Kutta discretization. Using a slope limiter guarantees the stability and the convergence of the numerical solution to the entropy solution Cockburn (1999) and allows the propagation of artificial oscillations to be controlled, Hesthaven and Warburton (2000).

A description of the Runge-Kutta Discontinuous Galerkin method used can be found in Obando (2013). A comparison between the entropy solution and the classical solution obtained characteristics method is shown in Figure 5. As expected, both solutions remain identical until $t^* = 0.0223$ (Figure 5 (b)).

Beyond that point, the entropy solution does not reveal the overhang instead developing a vertical front or sediment bore. Despite being an improvement, this solution is not physically possible as the slope cannot surpass the repose angle of the sediment.

5. CONCLUSIONS

In this study, we have calculated the classical and the entropy solution to Exner's equation for a cylindrical closed conduit. The main challenge of this study is to deal with the non-conservative form of Exner's equation for a cylindrical closed conduit.

Calculating the classical solution using the characteristics method can be treated in the same way as a conservative equation. However, to calculate the entropy solution using the Runge-Kutta Galerkin discontinuous method we need to rewrite this equation as a hyperbolic equation with a divergence structure plus a source term.

Using this method we investigate at which point the classical solution fails, by comparing this solution with the entropy solution and using Exner's assumption regarding the sediment flux. Although the physics involved in the phenomenon has been greatly simplified for the purposes of this study it nevertheless represents a first step for developing a more complex model that should include the effects of friction in convex geometries.

REFERENCES

- Cockburn B. (1999), "Discontinuous Galerkin method for convection-dominated problems", *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, 69–224.
- Coleman S., Fedele J., and García M. (1999), "Closed-Conduit Bed-Form initiation and development", *J. Hydraul. Eng.* **129**, 956–965.
- Evans L. (1996), "Partial Differential Equations", American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, USA.

- Exner F. U. (1925), "Die wechselwirkung zwischen wasser und geschiebe in flussen", *Akad. Wiss. Wien Math. Naturwiss. Klasse* **134**, 165–204.
- Floch P.L. (1988), "Entropy weak solutions to nonlinear hyperbolic systems under non-conservative form", *Communications in Partial Differential Equations* **13**, 669–727.
- Godlewski E. and Raviart P. (1996), "Numerical Approximation of Hyperbolic System of Conservation Laws", Springer-Verlag, New York, USA.
- Graf W. (1971), "Hydraulics of sediment transport", Series in water resources and environmental engineering, 287–291, McGraw-Hill, New York, USA.
- Hesthaven J. and Warburton T. (2000), "Nodal Discontinuous Galerkin Methods Algorithms Analysis and Applications", Springer-Verlag, New York, USA.
- Kubatko E. and Westerink J. (2007), "Exact discontinuous solutions of Exner's bed evolution model: Simple theory for sediment bores", *J. Hydraul. Eng.* **133**, 305–311.
- Kubatko E., Westerink J. and Dawson C. (2006), "An unstructured grid morpho dynamic model with a discontinuous Galerkin method for bed evolution", *Ocean Modelling* **15**, 71–89. The Third Int. Workshop on Unstructured Mesh Numerical Modelling of Coastal, Shelf and Ocean Flows.
- Leliavsky S. (1955), "An Introduction To Fluvial Hydraulics", Constable and Company Ltd. London, UK, 24–33.
- Obando B. (2013), "Estudio Matemático de Ondas de Sedimento y Modelación Matemática de un Reómetro de Paletas". Memoria para optar al Título de Ingeniero Civil Matemático, Departamento de Ingeniería Civil Matemática, Universidad de Chile.
- White F. (1988), "*Fluid Mechanics*". McGraw-Hill. New York, USA.

ABOUT THE AUTHORS

Benjamín Obando holds a Doctorate in Fluid Mechanics from the Université de Lorraine, Francia, and a Mathematical Engineer diploma from the Universidad de Chile. Prof. Ramón Fuentes was the advisor of his engineering thesis. The article presented in this special issue is based on one of the chapters of his thesis.

Raúl Gormaz is Assistant Professor in the Department of Mathematical Engineering and Scientist of Mathematical Modeling Center. His research interest are focused in the numerical modeling of fluid mechanics in industrial processes, particularly in the mining industry.

Carlos Conca is a Full Professor in the Department of Mathematical Engineering and Associated Researcher at both the Center for Mathematical Modeling and the Center for Biotechnology & Bioengineering, University of Chile. His research interests are applications of Mathematics in various scientific areas including industrial processes and natural and engineering sciences.

Jorge San Martín is an Associate Professor in the Department of Mathematical Engineering and Associate Researcher at the Center for Mathematical Modeling, University of Chile. His

research interests are applications of Mathematics in various scientific areas including industrial processes and engineering sciences.

Aldo Tamburrino is Associate Professor in the Department of Civil Engineering and Associate Researcher of the Advanced Mining Technology Center of the University of Chile. His research interests include sediment transport, debris flows, granular and non-Newtonian fluid flows.

THE SEDIMENT AND POLLUTANT MOVEMENTS AS STOCHASTIC PROCESSES

GERALDO WILSON JUNIOR¹, CID DA SILVA MONTEIRO²

¹Federal University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil

jrwilson@gmail.com

²National Institute of Industrial Property, Rio de Janeiro, Brazil

csgm25@gmail.com

ABSTRACT

Our studies of the movements of sediments and pollutants in open channel flows have been presented in the Latin American Congresses since 1972, and always received from the Engineer Professor Don Ramón Fuentes Aguilar, special and encouraging attention. In his honor and memory, we present a synthesis of these studies, as a register of our friendship, feelings, and acknowledgments. The sediment and pollutant 2-D movements, e.g. - longitudinal and vertical-, characterize stochastic processes whose elementary events are the two-dimensional trajectories of individual particles $\omega(x, z, t)$; which result from the combination of two independent chronological series of displacement in the directions $i = 1$ and 3; intercalated by periods in which the particle ceases to advance in these directions. These two independent 1-D series and their 2-D combination are simultaneously considered in this paper. When the two 1-D series are described by Homogeneous Poissonian Stochastic Processes, the resulting 2-D model is also Homogeneous Poissonian, defined by four mobility density functions that characterize spatial and temporal behaviors of the particles. In special, we focus on the longitudinal and vertical movements with sediment transfers between the bed and the suspension. The objectives of these studies are multiple: (i) application of 2-D models to describe the movement of cohesive and non-cohesive sediment of different diameters and concentrations; (ii) presentation of experimental devices that allow recording such movements and transfers; (iii) description of the probability density functions of the positions of the deposited particles. For the development, calibration and validation of the models 1-D (two mobility parameters) and 2-D (four parameters) results, obtained in open channel flows with radioactive and fluorescent tracers have been considered, where the mobile bed layer behaves: (i) as a reflective barrier of cohesive sediments of varying concentrations and of non-cohesive fine sediments of different size classes, (ii) as a source for bedload movements of uniform sand ($D_{50} = 0.150$ and 1,200 mm) in ripple and dune regimes, (iii) as a barrier of sediment absorption and (iv) as a simultaneous barrier of absorption, and source of bed sediment movements. To calibrate the 1-D and 2-D Models, the software named **SPICON** – Stochastic Processes with Instantaneous and Continuous injections was developed, which results illustrate this article.

Keywords: Movement of sediments and pollutants; Stochastic Processes; Tracers, SPICON.

1. INTRODUCTION

For several years, the authors among others (Einstein, 1937; Wilson-Jr., 1972, 1987, 2012); Vukmirović, 1975; Vukmirović and Wilson-Jr. 1976, 1977; Todorović et al. 1976; Hanno, 1979; Wilson-Jr. and Vukmirović 1981; Monteiro and Wilson-Jr. 2002, 2003; Monteiro 2004; Wilson-Jr. and Monteiro, 2016, 2019, 2020) have been dedicated to the development and applications of random models in laboratory channels with sediments labeled with radioisotopes, in streams and in rivers with fluorescent and radioactive tracers, simulating pollutants and sediments, respectively. The studies performed by these authors are summarized in the Figure 1.

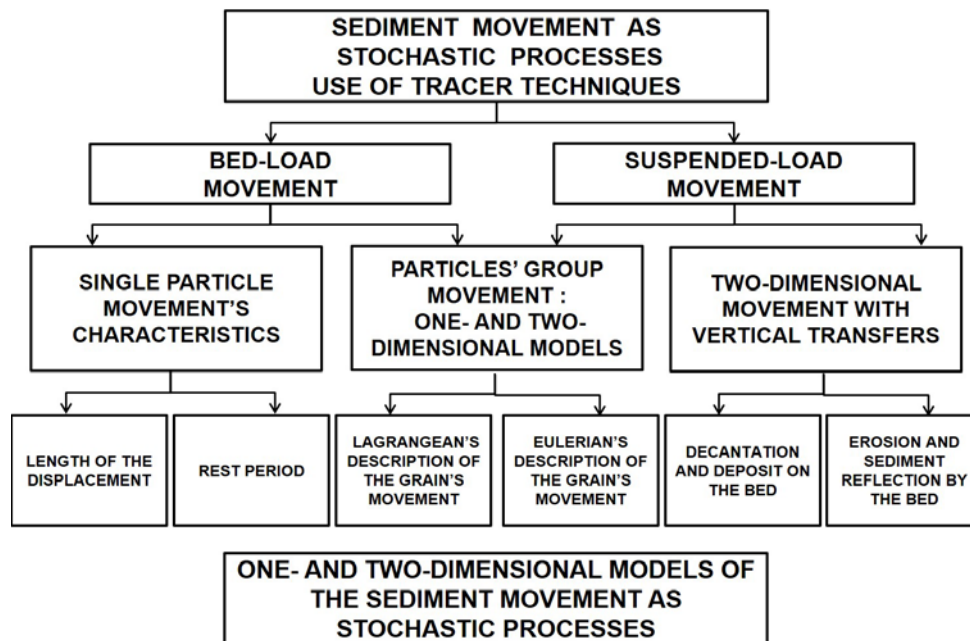


Figure 1. Studies performed with tracers on the sediment movement by the Theory of Stochastic Processes (Wilson-Jr. and Monteiro, 2020)

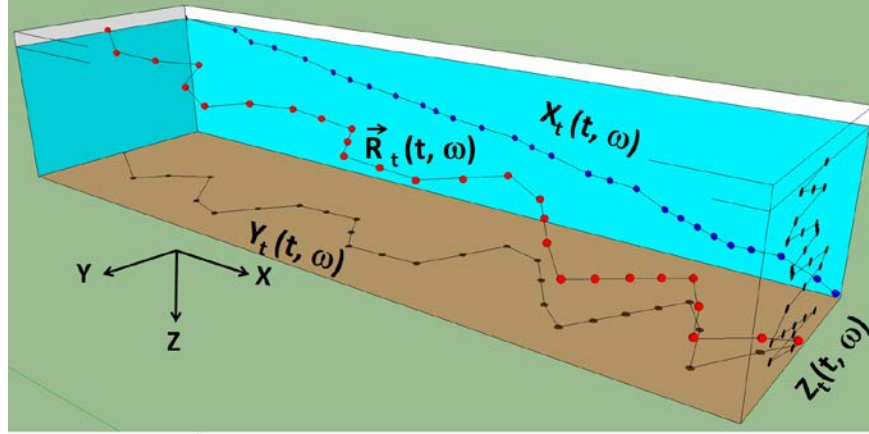
The Theory of Stochastic Processes proposes a kinematic analysis of the movements of the liquid and solid phases, while considering the turbulent characteristics of the flow. Thus, problems related to: (i) the nonlinearity of the equations; (ii) the complexity of liquid and solid interactions; and (iii) the lack of knowledge of the mutual interference of the movements of the two phases; are circumvented.

1.1 Intensity of Grain Mobility Functions

The mathematical development that characterizes the sediment movement as stochastic processes can be followed through the works of Wilson-Jr. (1972, 1987), Vukmirović (1975), Hanno (1979) and Monteiro (2004). The authors elaborated a synthesis of this development, which are periodically updated, for improvements and applications of the theme (Wilson-Jr. and Monteiro, 2016, 2019, 2020).

The bed and suspended load movements of sediment and contaminant particles in open channel flows characterize stochastic process, where the elementary events are the single

grains' trajectories. They are dependent of the turbulent hydrodynamic process. These trajectories or achievements of the single particles (as shown in Figure 2 for a suspended sediment grain) or of the group of particles are analyzed by Lagrangean or Spatial, and Eulerian or Temporal Descriptions.



$$\vec{R}_t(t, \omega) = [X(t, \omega), Y(t, \omega), Z(t, \omega)] = X_i(t, \omega)$$

$$T(x_i, \omega) = [T(x, \omega), T(y, \omega), T(z, \omega)]; i = 1, 2, 3$$

Figure 2. Trajectories of a suspended sediment grain

Two stochastic processes are considered:

$$\vec{R}(t, \omega) = [X(t, \omega), Y(t, \omega), Z(t, \omega)] = X_{ti}(\omega); i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

that characterizes the evolution of the particle's position vector as a function of time, which longitudinal, lateral, and vertical components are $X(t, \omega)$, $Y(t, \omega)$ and $Z(t, \omega)$, respectively. The second 3-D stochastic process:

$$T(x, y, z, \omega) = [T(x, \omega), T(y, \omega), T(z, \omega)] = T_{xi}(\omega); i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

characterizes the particle's passing time by the point of coordinates (x, y, z) . $T(x, \omega)$, $T(y, \omega)$ and $T(z, \omega)$ represent the times spent by the particle to travel the distances $0x$, $0y$ and $0z$, respectively, and ω represents the trajectory or the sediment particle achievements.

$X_{ti}(\omega)$ and $T_{xi}(\omega)$ processes can be defined by their Probability Distribution Functions:

$$F_t(x_i) = P\{X_i(t, \omega) \leq x_i\}; x_i \geq 0; i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

$$Q_{xi}(t) = P\{T(x_i, \omega) \leq t\}; t \geq 0; i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

which are related to each other by Todorović's Equation (5) (Todorović et al., 1966):

$$F_t(x_i) = 1 - Q_{xi}(t); x_i \geq 0; i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

It was shown that the Probability Distribution Function of these random processes can be expressed in terms of two pairs of Approximate Functions $F_{t1}(x_i)$ and $F_{t2}(x_i)$; $Q_{x1i}(t)$ and $Q_{x2i}(t)$; $i = 1, 2, 3$, respectively, such that:

$$0 \leq F_{t1i}(x_i) \leq F_{ti}(x_i) \leq F_{t2i}(x_i) \leq 1; i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

and:

$$0 \leq Q_{x2i}(t) \leq Q_{xi}(t) \leq Q_{x1i}(t) \leq 1; t \geq 0; i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

In each direction, e. g. in the longitudinal direction $0x_{i=1}$, where $x_i = x_1 = x$, the Approximate Distribution Functions $F_{ij}(x)$ and $Q_{xj}(t)$, $j = 1, 2$ can be explained as functions of two new stochastic processes $G_n^{0,x}$ and $E_n^{0,t}$ from the same elementary events ω :

$$G_n^{0,x} = \{\mu_{0,x} = n\} \quad (8)$$

which represents the medium number of displacements, $\mu_{0,x}$ over the distance $[0, x]$, and,

$$E_n^{0,t} = \{\eta_{0,t} = n\} \quad (9)$$

the medium number of grain displacements, $\eta_{0,t}$ over the period $[0, t]$. $G_n^{0,x}$ and $E_n^{0,t}$ are Markovian Processes with similar properties. So, for set $G_n^{0,x}$, it has:

$$\begin{cases} P\{G_1^{x,x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = \lambda_2(x, k) \Delta x + \mathcal{G}(\Delta x) \\ P\{G_v^{x,x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = \mathcal{G}(\Delta x), v \geq 2 \\ P\{G_0^{x,x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = 1 - \lambda_2(x, k) \Delta x + \mathcal{G}(\Delta x) \\ P\{G_0^{0,0}\} = 1 \end{cases} \quad \text{when } \Delta x \rightarrow 0 \quad (10)$$

where $\mathcal{G}(\Delta x)$ is a grain first order infinitesimal displacement distance. The $G_n^{0,x}$ and $E_n^{0,t}$ occurrence probabilities are solutions of the system derived from these properties:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} P\{G_k^{0,x}\} = \lambda_2(x, k-1) P\{G_{k-1}^{0,x}\} - \lambda_2(x, k) P\{G_k^{0,x}\} \\ \frac{\partial}{\partial x} P\{G_0^{0,x}\} = -\lambda_2(x, 0) P\{G_0^{0,x}\} \end{cases} \quad (11)$$

with the following initial conditions:

$$x = 0 \quad \begin{cases} P\{G_0^{0,x}\} = 1 \\ P\{G_k^{0,x}\} = 0; k \geq 1 \end{cases} \quad (12)$$

Similar analytical expressions to the Equations (10), (11) and (12) are obtained for the $E_n^{0,t}$ process. The solution of these differential equations yields the probability laws for the numbers of displacements in time and spatial intervals.

Two functions $\lambda_1(t, n)$ and $\lambda_2(x, n)$ appear, which describe the sediment particle mobility, in time and in that direction $x_{i=1} = x_1 \approx x$.

Considering the three directions of the orthogonal axes $0x_i$, $i = 1, 2, 3$, three pairs of Mobility Functions $\lambda_{1i}(t, n)$ and $\lambda_{2i}(x_i, n)$ are obtained, which describe the sediment grains 3-D movements, in time and space.

In each x_i direction it has been:

$$\begin{cases} \lambda_{1i}(t, n) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P\{E_{1i}^{t, t+\Delta t} | E_{ni}^{0, t}\}}{\Delta t} \\ \lambda_{2i}(x_i, n) = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{P\{G_{1i}^{x_i, x_i+\Delta x_i} | G_{ni}^{0, x_i}\}}{\Delta x_i} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (13)$$

The general expressions for λ_{1i} and λ_{2i} , $i = 1, 2, 3$; were obtained by Vukmirović (1975) and Wilson-Jr. (1987, 2012) considering the bedload movement of single grains labeled with radiotracers. They considered the mobility of the particle as a function of time, of the distance traveled in one direction (i) and of its past performance in time (n) and distance (k):

$$\begin{cases} \lambda_{1i}(t, n) = \lambda_{1i}(t) \lambda_{2i}(n) \\ \lambda_{2i}(x, k) = \lambda_{2i}(x) \lambda_{1i}(k) \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (14)$$

where: λ_{1i} and λ_{2i} are the particle mobility factors in each time t , in the direction i , and in a certain position x_i ; n and k are the numbers of grain displacement in $[0, x]$ and $[0, t]$ intervals, respectively.

These functions are obtained from experiments performed with liquid and solid particles of tracers: radioactive, dyes and chemicals, in bedload and/or suspended-load movements. Wilson-Jr. (1987, 2012) classified the Stochastic Models according to their mobility functions in Homogeneous Poissonian Models, No-Homogenous and No-Poissonian, which are indicated in Figures 3 and 4.

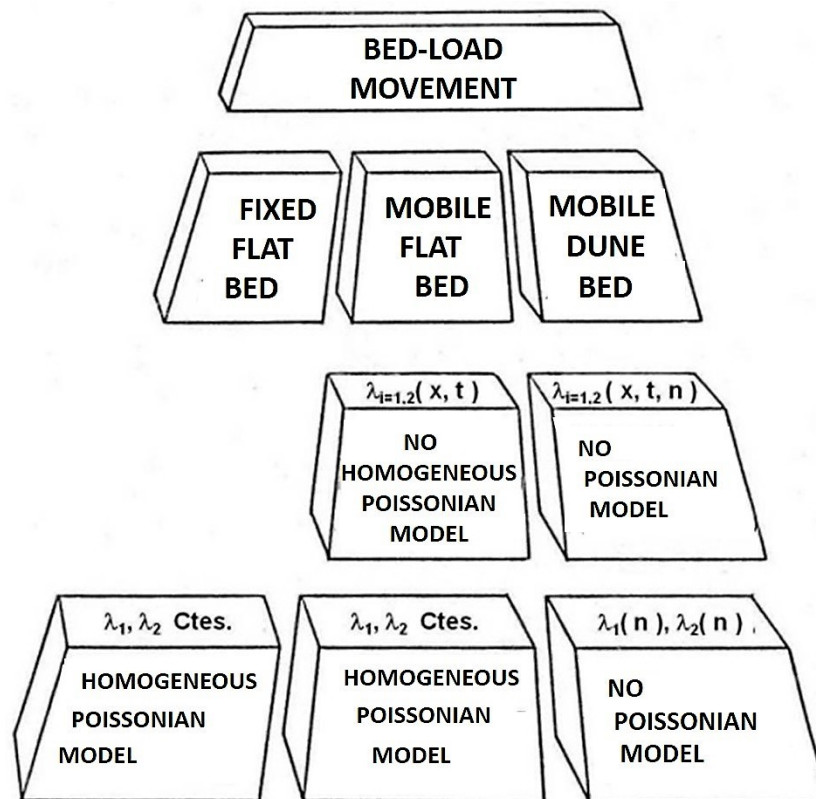


Figure 3. Stochastic models of the bedload movements

$\lambda_1(t, n)$	$\lambda_2(x, m)$	Authors	Date	Movement	Models
$\lambda_1 = \text{Cte}$	$\lambda_2 = \text{Cte}$	Einstein	1937	Bed-load	Homogeneous Poissonian
		Sayre e Hubbell	1965	Bed-load	
		Todorović e Vukmirović	1966	Bed-load	
		Paintal	1971	Bed-load	
		Todorović, Simmons, Li	1976	Suspension	
		Hanno	1980	Bed-load	
		Wilson-Jr.	1987	Bed & Suspension Load	
		Mendes e Wilson-Jr.	1995	Suspension	
		Monteiro e Wilson-Jr.	2005	Suspension	
		Wilson-Jr.	2007	Bed & Suspension Load	
$\lambda_1(t)$	$\lambda_2(x)$	Shen e Todorović	1971	Bed-load	No Homogeneous Poissonian
$\lambda_1 = \text{Cte}$	$\lambda_2(x, r_2)$ $r_2 > 0, \text{Cte}$	Frickmann e Wilson-Jr.	1996	Bed-load	
	$\lambda_2(x, r_2)$ $r_2 > 0, \text{Cte}$	Sayre e Yang	1968		
$\lambda_1(x, r_1)$ $r_1 > 0, \text{Cte}$	$\lambda_2(x, r_2)$ $r_2 > 0, \text{Cte}$	Grigg	1971	Bed-load	
$\lambda_1(t)$ $\lambda_1(n)$	$\lambda_2(t)$ $\lambda_2(m)$	Wilson-Jr.	1972	Bed-load	No Poissonian
$\lambda_1(n)$	$\lambda_2(m)$	Vukmirović e Wilson-Jr.	1975,77	Bed-load	No Poissonian
$? \lambda_1(t)$	$? \lambda_2(x)$	Hung e Shen	1976	Bed-load	Causality Functions
$\lambda_1(t)$ $\lambda_1(n)$	$\lambda_2(t)$ $\lambda_2(m)$	Cheong e Shen	1983	Bed-load	No Poissonian
		Vukmirović e Wilson-Jr.	1985,87		

Figure 4. Models resulting from $\lambda_1(t, n)$ and $\lambda_2(x, m)$ functions.

With the experimental device shown in Figures 5 and 6, the movements of suspended sediment and of bedload, with vertical transfers, were recorded. Thus, we obtained a collection of original data for the study of random movements 1-D and 2-D of sediments, cohesive and non-cohesive, and analysis of the evolution of a group of particles that moves sometimes suspended in the middle of the liquid phase, sometimes by dragging on the movable bed of a river. Particularly, for the case of suspended movement, the grain mobility functions in the longitudinal and vertical directions assume constant values and the resultant 2-D Stochastic Models are also Homogeneous Poissonian.

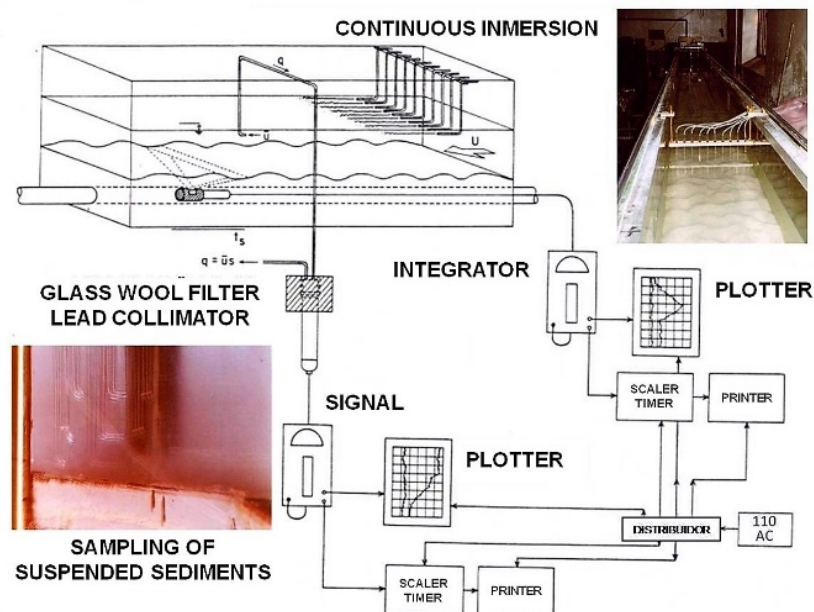


Figure 5. Immersion and detection system of bed and suspended movements of fine sediments in a laboratory channel.

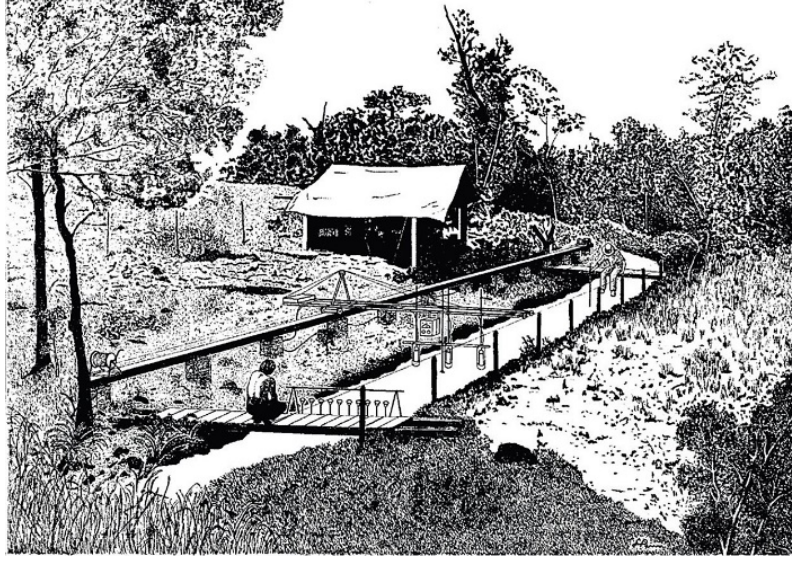


Figure 6. Experiments carried out in creeks with sediments labeled with radioisotopes.

2. OBJECTIVES

The main objectives of this article are to present: (1) the 2-D longitudinal and vertical models; (2) the experimental devices used for the study of bed and suspended longitudinal movements with vertical transfers; and (3) the importance of temporal and spatial intensity functions, in the Stochastic Processes models' creation.

3. 1-D HOMOGENEOUS POISSONIAN MODELS

When the probability of the sediment grain make a displacement in the time interval $[t, t+\Delta t]$ or in the space $[x, x+\Delta x]$ does not depend, neither on the time, nor on the distance, nor on the number of previous displacements, it is said that the particle has no memory and the values of the mobility intensity are constant in time and space: $\lambda_1(t, n) = \lambda_1$ and $\lambda_2(x, n) = \lambda_2$.

Equations (10), (11), and (12) are then simplified and the probabilities of occurrence of the sets $G_n^{0,x}$ and $E_n^{0,t}$ are obtained by recurrence:

$$P\{G_n^{0,x}\} = \frac{(\lambda_2 x)^n}{n!} e^{-\lambda_2 x} \quad (15)$$

$$P\{E_n^{0,t}\} = \frac{(\lambda_1 t)^n}{n!} e^{-\lambda_1 t} \quad (16)$$

that is, expressions of Poissonian probabilities with constant parameters. Therefore, the models are called Homogeneous Poissonian Models. From Poisson's Law: (i) $1/\lambda_1$ is the average duration of a period of non-displacement (rest period for bedload longitudinal movement); (ii) $1/\lambda_2$ is the average distance traveled by the particle during a positive displacement, and (iii) $u_p = \lambda_1/\lambda_2$ is the average transport speed of sediment or pollutant particles (Table 1).

Wilson-Jr. (1987, 2012) compared the mobilities of sediment grains of the bed and in suspension and found that the values of the average displacements ($1/\lambda_2$) are of the same order of greatness, while the average duration of the periods of non-displacement ($1/\lambda_1$) is much larger in bedload than in the suspended movement, which explains its lower mobility.

Table 1. Mobility of fine sediment grains in the bed and suspension.
Homogeneous Poisson Models

Types of Essays	Tracer	Authors (Essays' Date)	$1/\lambda_2$ (cm)	$1/\lambda_1$ (s)	$u_p = \lambda_1/\lambda_2$ (cm/s)	Reynolds Number
Suspended Load	Dyes	Sayre and Chang (1968)	13.0	0.55	23.6	1.22 E05
			17.0	0.49	34.7	2.83 E05
			19.0	0.39	48.7	0.89 E05
Bedload	Radioactive (Simple Particles)	Wilson-Jr. and Vukmirović (1971-1973)	27.0	264.0	0.10	0.90 E05
			34.0	480.0	0.07	1.06 E05
			32.0	456.0	0.07	1.31 E05
			26.0	456.0	0.06	1.54 E05
			37.0	570.0	0.07	1.89 E05
Bedload	Radioactive (Group of Particles)	Wilson-Jr. and Vukmirović (1971-1973)	8.0	263.0	0.03	1.25 E05
			56.0	1500.0	0.04	1.11 E05
			63.0	2045.0	0.03	1.14 E05

Remarks: $1/\lambda_2$ = average distance of a grain displacement; $1/\lambda_1$ = average period of a non-displacement; $u_p = \lambda_1/\lambda_2$ = average velocity of the sediment transport.

For the applications of the Homogeneous Poissonian Models, Monteiro and Wilson-Jr. (2019) developed the software SPICON - Stochastic Processes with Intermediate and Continuous injections, which analyzes the Eulerian and Lagrangean movements of sediments and pollutants, in suspension and on the mobile bed layer. Among other properties, the program calculates the statistical characteristics of the Stochastic Processes that describe the movement of the groups of particles, such as the probability density functions of the grain positions over time (and their moments), as illustrated in the Figure 7.

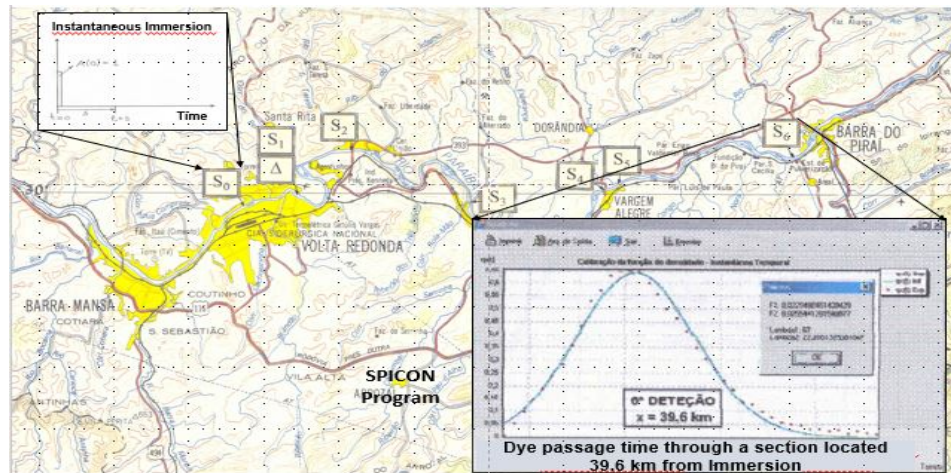


Figure 7. Experiments performed in the *Paraíba do Sul* River: Instantaneous and continuous dye immersions (Rhodamine). State of *Rio de Janeiro*, Brazil.

The experiments in the *Paraíba do Sul* River aimed the determination of the solute pollutants transport and dispersion, in a stretch between *Volta Redonda* and *Barra do Piraí* cities, in the

Rio de Janeiro State. Four campaigns were performed, determining the transit time's curves of dyes concentration across six sections, distant 2.6 to 39.6 km from the injection section.

4. 2-D HOMOGENEOUS LAGRANGEAN POISSONIAN PROCESS

After successful 1-D applications, Wilson-Jr and Monteiro (2016, 2019) have devoted to studies of the 2-D movements in suspension - longitudinal and vertical - of cohesive and non-cohesive sediments, whose data have been obtained in the prismatic channel of the *LCHF* (Figure 5): 12.0 m long, 40.0 cm wide and 60.0 cm deep, and in nature (Figure 6).

For the suspended movement, the grain mobility functions in the longitudinal and vertical directions assume constant values and the resultant models are Homogeneous Poissonian. So, their expressions are:

$$\begin{cases} \lambda_{1i}(t, n) = \lambda_{1i} = \text{const.} \\ \lambda_{2i}(x, k) = \lambda_{2i} = \text{const.} \end{cases} \quad i = 1 \text{ and } 3 \quad (17)$$

which means that the probability of the grains' displacements, in time and distance $[t, t+\Delta t]$ and $[x, x+\Delta x]$, Δt and Δx tending to zero, are independent of time, particle position and of previous displacements, i.e., independent of the particle history. This movement is called out of memory. The Density Probability Functions of the particles in time t is given by the following equations which characterize the Homogeneous Poissonian Random Processes (Wilson-Jr and Monteiro, 2016, 2019, 2020):

$$f_t(x, z) = \frac{\partial^2 F_t(x, z)}{\partial x \partial z} = f_t(x) f_t(z) \quad (18)$$

$$0.0 \leq f_{t1}(x_i) \leq f_t(x_i) \leq f_{t2}(x_i) \leq 1.0 \quad i = 1, 3 \quad (19)$$

$$\begin{cases} f_{t1}(x_i) = \lambda_{2i} e^{-\lambda_{1i}t - \lambda_{2i}x_i} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_{1i}t)^k}{k!} \frac{(\lambda_{2i}x)^k}{k!} \\ f_{t2}(x_i) = \lambda_{2i} e^{-\lambda_{1i}t - \lambda_{2i}x_i} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_{1i}t)^{k+1}}{(k+1)!} \frac{(\lambda_{2i}x)^k}{k!} \end{cases} \quad i = 1, 3 \quad (20)$$

Wilson, Jr and Monteiro (2019, 2020) presented analytical expressions of the approximate statistical properties of the stochastic process $X_t(x, z)$, for the cases of instantaneous and continuous immersions. Among them are the Probability Density Functions $f_{ij}(x, z)$; the Probability Distribution $F_{ij}(x, z)$, the equations of the Average Position $M_{ij}(x, z)$ and the Variance of the Positions of the particles $[(S_{txzj})^2]$, for $j = 1, 2$. As an example, the analytical expressions of the Approximate Probability Density Functions $f_{ij}(x, z)$, $j = 1, 2$ are presented for the cases of instantaneous and continuous immersions, in the free surface of the flow, respectively. The originality is the substitution of the inferior and superior approximations of the Probability Density Functions $f_{ij}(x, z)$, $j = 1, 2$ and other approximate statistical characteristics, by the expressions of their average values, $f_{tm}(x, z)$, $h_{tm}(x, z)$, $F_{tm}(x, z)$ and $H_{tm}(x, z)$ e.g., for cases of instantaneous and continuous immersions, respectively, as following:

4.1 Instantaneous Immersion Case

4.1.1 Mean Probability Density Function $f_{tm}(x, z)$

$$f_t(x, z) \cong f_{tm}(x, z) \cong \frac{1}{2} [f_{t1}(x, z) + f_{t2}(x, z)] \quad (21)$$

$$\begin{cases} f_{t1}(x, z) = \lambda_{21} \lambda_{23} e^{-\lambda_{11}t - \lambda_{21}x} e^{-\lambda_{13}t - \lambda_{23}z} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_{11}t)^n (\lambda_{21}x)^n (\lambda_{13}t)^k (\lambda_{23}z)^k}{n! n! k! k!} \\ f_{t2}(x, z) = \lambda_{21} \lambda_{23} e^{-\lambda_{11}t - \lambda_{21}x} e^{-\lambda_{13}t - \lambda_{23}z} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_{11}t)^{n+1} (\lambda_{21}x)^n (\lambda_{13}t)^{k+1} (\lambda_{23}z)^k}{(n+1)! n! (k+1)! k!} \end{cases} \quad (22)$$

4.1.2 Mean Probability Distribution Function $F_{tm}(x, z)$

$$F_{t1}(x, z) \leq \left\{ F_t(x, z) \cong F_{tm}(x, z) \cong \frac{1}{2} [F_{t1}(x, z) + F_{t2}(x, z)] \right\} \leq F_{t2}(x, z) \quad (23)$$

$$\begin{cases} F_{t1}(x, z) = e^{-\lambda_{11}t - \lambda_{21}x} e^{-\lambda_{13}t - \lambda_{23}z} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=n}^{\infty} \frac{(\lambda_{11}t)^n (\lambda_{21}x)^k}{n! k!} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=m}^{\infty} \frac{(\lambda_{13}t)^m (\lambda_{23}z)^p}{m! p!} \\ F_{t2}(x, z) = e^{-\lambda_{11}t - \lambda_{21}x} e^{-\lambda_{13}t - \lambda_{23}z} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=n}^{\infty} \frac{(\lambda_{11}t)^{n+1} (\lambda_{21}x)^k}{(n+1)! k!} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=m}^{\infty} \frac{(\lambda_{13}t)^{m+1} (\lambda_{23}z)^p}{(m+1)! p!} \end{cases} \quad (24)$$

4.2 Continuous Immersion Case

4.2.1 Mean Probability Density Function $h_{tm}(x, z)$

$$h_{t1}(x, z) \leq \left\{ h_t(x, z) = \frac{1}{t_d} \int_0^{t_d} f_{t-\tau}(x) f_{t-\tau}(z) d\tau \right\} \cong h_{tm}(x, z) \cong \frac{1}{2} [h_{t1}(x, z) + h_{t2}(x, z)] \leq h_{t2}(x, z) \quad (25)$$

$$\begin{cases} h_{t1}(x, z) = \frac{1}{t_d} \lambda_{21} \lambda_{23} \int_0^{t_d} e^{-\lambda_{21}x - \lambda_{23}z} e^{-(\lambda_{11} + \lambda_{13})(t-\tau)} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[\lambda_{11}(t-\tau)]^n (\lambda_{21}x)^n}{n! n!} \right\} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[\lambda_{13}(t-\tau)]^n (\lambda_{23}z)^n}{n! n!} \right\} d\tau \\ h_{t2}(x, z) = \frac{1}{t_d} \lambda_{21} \lambda_{23} \int_0^{t_d} e^{-\lambda_{21}x - \lambda_{23}z} e^{-(\lambda_{11} + \lambda_{13})(t-\tau)} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[\lambda_{11}(t-\tau)]^{n+1} (\lambda_{21}x)^n}{(n+1)! n!} \right\} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[\lambda_{13}(t-\tau)]^{n+1} (\lambda_{23}z)^n}{(n+1)! n!} \right\} d\tau \end{cases} \quad (26)$$

4.2.2 Mean Probability Distribution Function $H_{tm}(x, z)$

$$H_{t1}(x, z) \leq \left\{ H_t(x, z) = \frac{1}{t_d} \int_0^{t_d} F_{t-\tau}(x) F_{t-\tau}(z) d\tau \right\} \cong H_{tm}(x, z) \cong \frac{1}{2} [H_{t1}(x, z) + H_{t2}(x, z)] \leq H_{t2}(x, z) \quad (27)$$

The Distribution Functions $F_{t-\tau}(x)$ and $F_{t-\tau}(z)$ are obtained from the 1-D models' approximate equations in the longitudinal and vertical directions, respectively, that is, from the 1-D Homogeneous Poissonian equations systems with instantaneous immersion (Wilson-Jr. and Monteiro, 2019, 2020).

5. SOME RESULTS WITH 2-D HOMOGENEOUS POISSONIAN MODELS

5.1 The Mutually Independent 1-D Stochastic Process

The hypothesis that has allowed to successfully develop the 2-D Stochastic Models is the independence of the longitudinal and vertical movements in turbulent open flows. This property was described by Equation (18). It allows to analyze the 1-D movements independently of each other and determining the values of the grain's mobility by simple equations, which may be adjusted to field surveys (Wilson-Jr. and Monteiro, 2019, 2020).

5.2 Lagrangean and Eulerian Results

Data obtained in a rectangular prismatic channel of the *LCHF* (Figure 5) have been used to validate and calibrate the 1-D and 2-D models. Figures 8 and 9 show results for uniformly distributed lateral injections on the free surface, and continuously during the time interval $[0, t_d = 120 \text{ s}]$. The plumes in Figure 8 correspond to the 2-D movements of fine sediments depending on the diameter of the grain. The particles are supposed to have the same longitudinal mobility of the liquid and the vertical mobility proportional to their diameter. The figure clearly illustrates: the variation of vertical grain mobility according to their diameters, and how the particles are integrated into the flow and on the riverbed.

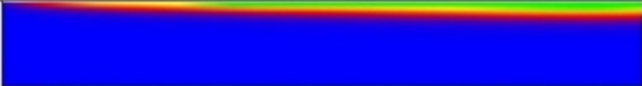
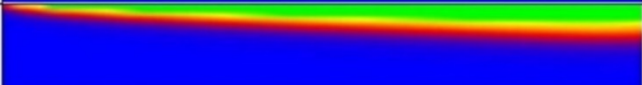
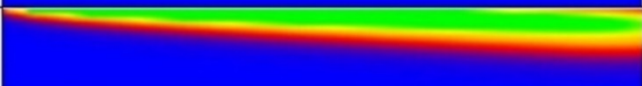
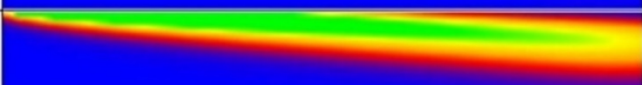
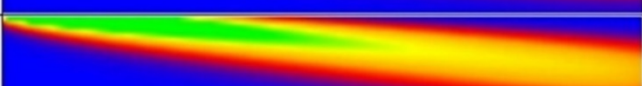
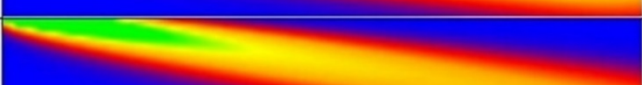
Grain Diameter D (mm)	Continuous Injection – Constant Longitudinal Mobilities $\lambda_{1x} = 2.97 \text{ s}^{-1}$; $\lambda_{2x} = 10.00 \text{ m}^{-1}$; $U_x = 0.297 \text{ m/s}$ Immersion Period $t_d = 420.0 \text{ s}$; Instantaneous Detection $= 180.0 \text{ s}$	Vertical Mobility		
		λ_{1z} s^{-1}	λ_{2z} m^{-1}	U_z m/s
0.040 Coarse Silt		0.014	10.00	0.0014
0.080 Very Fine Sand		0.058	10.00	0.0058
0.100 Fine Sand		0.090	10.00	0.0090
0.125 Fine Sand		0.141	10.00	0.0141
0.160 Fine Sand		0.230	10.00	0.0230
0.200 Fine Sand		0.360	10.00	0.0360

Figure 8. Bidimensional movements of fine sediment injected continuously over a period, on the watercourse's free surface as a function of the grain diameter.

The plume in Figure 9 indicates the 2-D behavior of uniform sediments ($D_{50} = 0.040 \text{ mm}$). The graphs represent: (i) the Lagrangean 2-D field of normalized concentration $C(x, z, t)$, in a channel 20.0 m long and 2.0 m deep, in the instant $t = 100.0 \text{ s}$; (ii) Lagrangean 1-D vertical profiles of sediment concentration in sections $x = 3.0$; 10.0 and 17.0 m in the instant $t = 100.0 \text{ s}$, and (iii) the Eulerian evolutions of the concentrations, in the levels $z = 0.4$ and 0.8 m , in the three sections.

5.3 The Bed Mobile Layer Roles

The fluid models the moving bed of the flow while it has its hydrodynamic characteristics modified by the forms that it has modeled itself. Thus, hydrodynamic and mass transfer studies must be carried out simultaneously. For solid particles of same physical and mineral properties, it is expected that the variables that intervene in the bedload and suspended load movements are related to each other, at least in their common frontier: the mobile bed layer.

Indeed, for the development, calibration and validation of *1-D* and *2-D* Stochastic Processes of sediment and pollutant which move as bedload and/or suspended-load with vertical transfers, there is a set of experimental results obtained in laboratory channels, creeks, and rivers, using tracers where the mobile bed behaves in four distinct ways; as:

- (i) A Supply source of sediment grains which move in contact with the bed and/or in suspension, for example, as ripples and/or dunes.

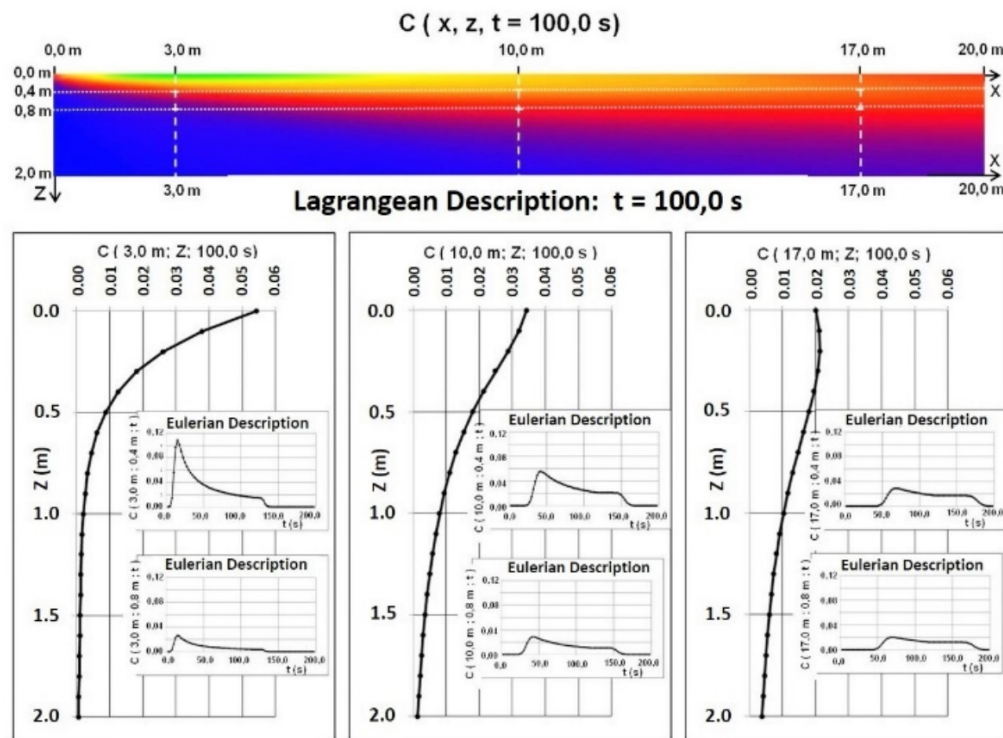


Figure 9. Lagrangean and Eulerian descriptions of uniform fine sediment's concentration $C(x, z, t)$.

- (ii) An Absorption barrier of suspended sediments touching the mobile bed. Figure 10 presents the sediment deposits of a fine sand plume ($D = 0.125$ mm), injected on the free surface, at a constant rate, during the interval $[0, t_d = 200$ s] in flows of varying depths. The deposit at the bottom is a function of the diameter and of the specific weight of the grain, and of the hydrodynamic properties of the flow, which define the vertical λ_{1z} and λ_{2z} , and longitudinal λ_{1x} and λ_{2x} mobilities. Figure 11 illustrates the longitudinal distribution of sediment deposition of various diameters at the bottom of an open channel

flow. The weighted composition of the final deposit of the material injected into the free surface was also presented. They correspond to the case of reflection 0.0 % in Figure 12.

- (iii) A Simultaneous barrier of absorption and reflection. Figure 12 illustrates cases in which 100.0; 80.0; 60.0; 40.0; 20.0 and 0.00 % of fine sediments ($D = 0.0125 \text{ mm}$) were absorbed by the riverbed.
- (iv) A Reflection barrier of suspended sediments that touch the bed under the effect of turbulence and gravity, and return completely to the suspension, as the case of 100.0 % reflection in the Figure 12.

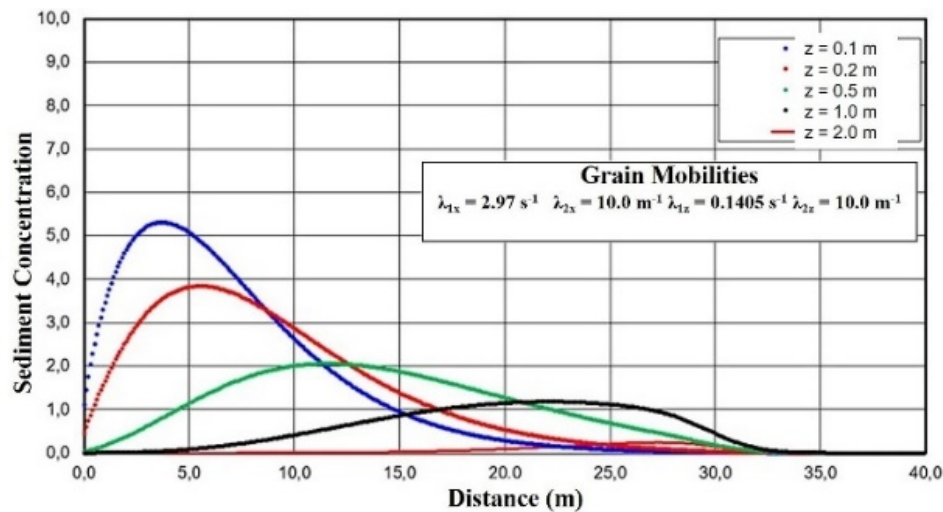


Figure 10. Sediment deposition of $D = 0.125 \text{ mm}$ in flows of varying depths. Immersion Interval $[0, t_d = 200 \text{ s}]$

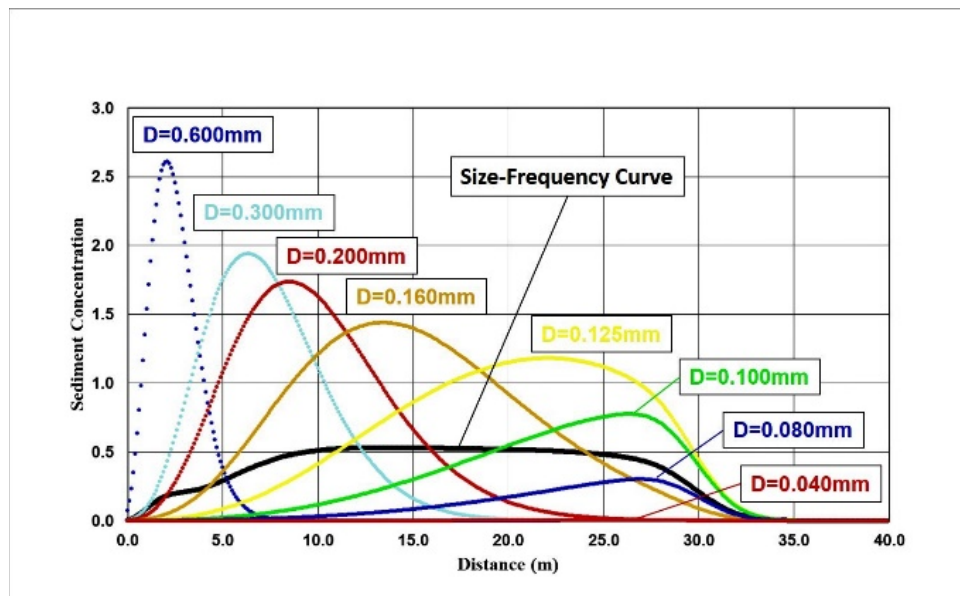


Figure 11. Longitudinal profiles of sediment deposits as a function of grain size.

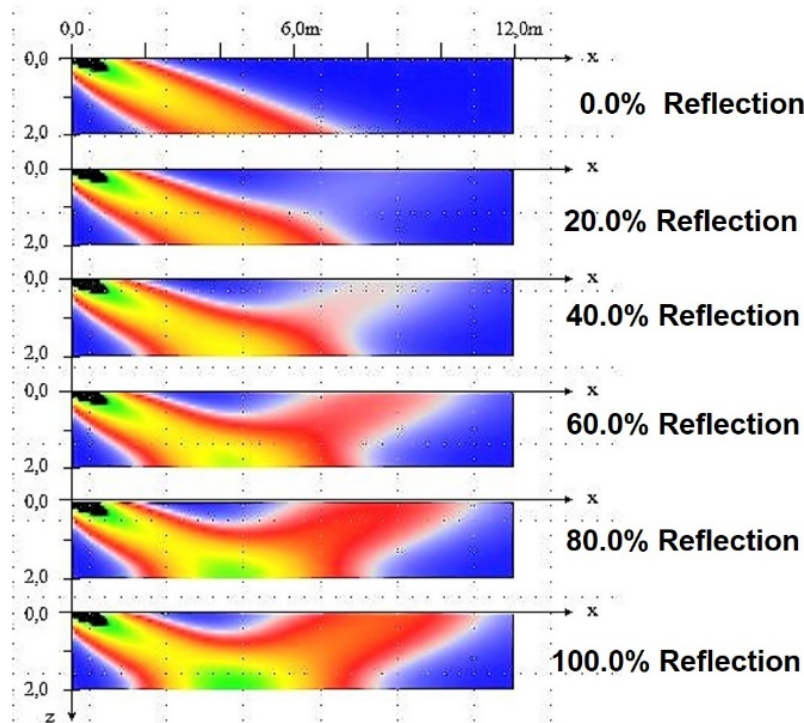


Figure 12. Mobile bed as a barrier of reflection and absorption of sediment ($D = 0.0125 \text{ mm}$) continuously injected on the free surface in the interval $[0, t_d]$.

6. CONCLUSIONS

The Theory of Stochastic Processes shows that the 2- D (longitudinal and vertical) trajectories of sediment and pollutant particles result from the combination of 1- D independent series of longitudinal and vertical displacements defined by the Mobility Intensity Functions: λ_{x1} ; λ_{z1} ; λ_{u1} and λ_{u2} , which analytical expressions describe the instantaneous and punctual movements of single particles.

This theory is so powerful that the classic Fickian diffusion and dispersion equations of suspended movements are only particular cases of Stochastic Processes, which are characterized by constant values of the Mobility Intensities, that is, by Homogeneous Poissonian Processes. However, when the mobilities are not constant, complex models must be used, such as the No-Homogeneous Poissonian, and No-Poissonian Models (Wilson-Jr. 2012).

Results summarized in Figure 1 have been used for the development and understanding of the dynamics of the movement of sediments and pollutants in open-channel flows. The main phenomena to which the particles are subjected, such as turbulent diffusion, differentiated dispersion due to the gradients of speed field, sedimentation, solid material deposits and bed erosion, can be described with the help of Stochastic Processes.

For these investigations and applications, we dispose of a collection of data on the movement of sediments and pollutants obtained in laboratory channels and nature, with the use of tracers: radioactive, dye, and chemical.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors express their gratitude to PENO/COPPE/UFRJ; CAPES, FAPERJ and CNPq from Brazil, and to SAR/CENS/CEA from France, for their institutional support, without which, the realization of this work would not have been possible.

Particularly, we would like to thank Professor Don Ramón Fuentes Aguilar, for the constant and kind encouragement with which he has always honored us in our numerous Latin American meetings. Permanently grateful, we will always keep him in our memory.

REFERENCES

- Einstein, H.A., (1937) “Bed-Load Transport as a Probability Problem”. D. Sc. Thesis. Translated by W. W. Sayre: *Sedimentation Symposium*. Ed. H.W. Shen, Fort Collins, Colorado, pp. C1-C105. USA.
- Hanno, H.A. (1979) “Etude de la dispersion longitudinale de sédiments de fond”, Thèse de D. Sc. Université de Montréal. Canada (*in French*).
- Monteiro, C.S.G. and Wilson-Jr., G. (2002) “Descrição do movimento de sedimentos e de poluentes, com uso de microcomputadores e da teoria dos processos aleatórios”. *XIX Congreso Nacional del Agua*, Argentina (*in Portuguese*).
- Monteiro, C.S.G. and Wilson-Jr., G. (2003) “Estudo do movimento de sedimentos em suspensão e de poluentes líquidos no Rio Loire com o uso da Teoria dos Processos Aleatórios”. *XV Simp. Bras. Rec. Hidr., ABRH*, Curitiba, PR, Brasil (*in Portuguese*).
- Monteiro, C.S.G. (2004) “Processos aleatórios com injeções instantânea e contínua, aplicados ao movimento de sedimentos e poluentes em escoamentos com superfície livre”. M. Sc. em Engenharia Civil. COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, Brasil (*in Portuguese*).
- Todorović, P.; Vukmirović, V.; Vukotić, R.; Filip, A. (1966). “A contribution to the kinetic theory of bed material discharge”. *Symposium of the Use of Isotopes in Hydrology, IAEA*, SM-83/19. Vienna (*in English*).
- Todorović, P.; Simons, D.B.; Li, R.M. (1976). “Deterministic and stochastic approaches for modeling of longitudinal dispersion in a turbulent open channel flow”. *Stochastic Approaches to Water Resources*. USA (*in English*).
- Vukmirović, V. (1975) “Analiza kretanja vučenog nanosa pomuću slučajnih procesa”. Doktoroska Dissertacija Građevinski Fakultet. Univerziteta u Beogradu, Beograd, Yugoslavia (*in Serbian*).
- Vukmirović, V., Wilson-Jr., G. (1976). “Mouvement du sédiment charrié – Processus Aléatoire.” *II International IAHR Symposium on Stochastic Hydraulics*. Lund, Sweden (*in French*).
- Vukmirović, V., Wilson-Jr., G. (1977). “Un modèle aléatoire du sédiment charrié.” *XVII Congrès de l’AIHR*. Baden-Baden, Allemagne (*in French*).
- Wilson-Jr., G. (1972) “Transporte e dispersão de areia em canal de laboratório”. Tese de Mestrado em Ciências Nucleares. Volumes 1 e 2. UFMG. Belo Horizonte (*in Portuguese*).
- Wilson-Jr., G. (1987) “Etude du transport et de la dispersion des sédiments en tant que processus aléatoires”. Thèse de Doctorat d’État ès Sciences Physiques. Université Pierre et Marie Curie, 235 p. France (*in French*).

- Wilson-Jr., G. (2012). "Funciones de intensidad de mudanza del estado cinemático del movimiento de los sedimentos en los cursos de agua." *XXV Congreso Latinoamericano de Hidráulica*. Costa Rica (in Spanish).
- Wilson-Jr., G.; Monteiro, C.S.G. (2016). "Homogeneous 2-D Poissonian model applied to the suspended movement of pollutants and non-uniform fine sediments in open-channel flow." *River Sedimentation*. Stuttgart, Germany (in English).
- Wilson-Jr., G.; Monteiro, C.S.G. (2019). "The movements of bed and suspended sediments and pollutants by the Stochastic Process Theory." *Sedimentation and Hydrology Conferences–SEDHYD*, Reno, Nevada, USA (in English).
- Wilson-Jr., G.; Monteiro, C.S.G. (2020). "Suspended movement of pollutant and sediment as Stochastic Process in open channel flow." *Proceedings of the 22nd IAHR-APD Congress 2020*. Sapporo, Japan (in English).
- Wilson-Jr., G.; Vukmirović, V. (1981). "Mesures de caractéristiques cinématiques du sédiment charrié." *IAHR Workshop on Particle Motion and Sediment Transport*, Rapperswil, Switzerland (in French).

ABOUT THE AUTHORS

The Engineer Professor Geraldo Wilson Júnior obtained the title of "Docteur d'État ès Sciences Physiques" at the University of Paris, France. Currently he is retired and works as a Collaborating Professor at the Federal University of Rio de Janeiro (UFRJ), Brazil. His current projects include writing two books summarizing his experience about: (1) "The movement of sediments and contaminants in open channel flows as stochastic processes." (2) "The relationships between hydrodynamics, sedimentological, morphological and phytosociological processes in fluvial and estuarine flows".

Cid da Silva Garcia Monteiro is an Electronic Engineer from the Federal University of Rio de Janeiro, Brazil. He obtained his Ph.D. in advanced Finite Element Method using Capturing Operators at space-time domain applied to wave propagation problems to Oil and Gas industry. Currently he works at National Institute of Industrial Property of Brazil (INPI). He has experience in Transport of Sediment as Random Process; Applied Geophysics and Numerical Modelling using Finite Difference Method, Finite Element Method, and Green Functions, and with parallel programming using MPI, OpenMP and GPU programming.

CONTRIBUCIONES DEL Prof. RAMÓN FUENTES AL ESTUDIO DE LA VELOCIDAD DE CAÍDA DE PARTÍCULAS DE SEDIMENTO

HECTOR DANIEL FARÍAS

Instituto de Recursos Hídricos, FCEyT-UNSE. Santiago del Estero, Argentina
hector.daniel.farias.1@gmail.com

RESUMEN

La cuantificación de la velocidad final de caída de partículas sólidas en un medio fluido en reposo es un aspecto fundamental en estudios vinculados con la mecánica del transporte de sedimentos. Existen varias formulaciones de diversa naturaleza (empírica, semi-empírica y teórica) para estimar esa velocidad, teniendo en cuenta diversas variables y parámetros para su evaluación, incluyendo indicadores de forma en el caso de las partículas naturales.

En este trabajo se presenta un enfoque analítico, que en primera instancia aplica las leyes del análisis dimensional para conceptualizar el problema en función de parámetros adimensionales característicos (número de Froude densimétrico de sedimentación, parámetro de partícula de Bonnefille-Yalin, y otros indicadores de forma y geométricos). A partir de esta base conceptual, se revisa el enfoque propuesto por el Prof. Ramón Fuentes para estimar la velocidad de caída, en conjunción con una cantidad apreciable de fórmulas publicadas en la literatura en los últimos años. A los efectos de la comparación, las fórmulas se expresan en función de los parámetros adimensionales fundamentales, de modo tal de facilitar su interpretación. Por su parte, también se compilan algunos conjuntos de datos de velocidades de sedimentación medidas por varios autores, cubriendo un amplio rango de tamaños de partículas y formas de los granos, de interés en problemas de hidráulica fluvial. Se realiza la evaluación de desempeño de las predicciones de las fórmulas frente a los datos observados, identificándose los patrones de comportamiento de cada una de ellas.

Los resultados obtenidos indican que, no obstante el tiempo transcurrido desde su publicación inicial, las ideas del Prof. Fuentes gozan de plena vigencia, y el comportamiento de sus formulaciones resulta muy bueno, aún frente a ecuaciones más recientes, cuyos parámetros fueron calibrados con datos experimentales generados con recursos tecnológicos mucho más capaces que los disponibles entonces.

Palabras claves: sedimentos, velocidad de caída, coeficiente de arrastre, factor de forma, formulas de predicción.

1. INTRODUCCIÓN

La estimación de la velocidad final de caída (W) de partículas sólidas en un medio fluido en reposo es un aspecto de importancia significativa en investigaciones de procesos de erosión

y sedimentación en múltiples aplicaciones de diversa naturaleza (procesos fluviales, industriales, etc.). Para ello, se dispone de varias formulaciones de naturaleza variada (e.g., empíricas, semi-empíricas y teóricas) para la estimación de esa velocidad característica, considerando diversas variables y parámetros para su cálculo (Dey *et al.*, 2019).

Se sabe que en el caso de partículas pequeñas, la sedimentación está dominada por el arrastre viscoso, mientras que para partículas grandes dominan las fuerzas inerciales. En el rango intermedio (arenas y gravas finas) existe un comportamiento transicional, y allí es donde se presentan las mayores discrepancias entre las formulaciones disponibles en la literatura de sedimentología fluvial. Por ello, resulta de interés práctico el desarrollo de ecuaciones precisas para ese rango de tamaños de sedimentos naturales.

2. OBJETIVOS

La finalidad de este artículo es analizar una formulación generalizada propuesta por el Prof. Ramón Fuentes para W (Fuentes *et al.*, 1992), y comparar sus predicciones con una serie de las fórmulas disponibles en la literatura (muchas de ellas publicadas a posteriori y en teoría “superadoras” de aquella). Asimismo, se evaluará su desempeño frente a datos experimentales de velocidades de caída medidas en laboratorio, dentro del rango de las arenas a gravas finas, que son los materiales habituales que se encuentran en el caso de ríos de llanura y pedemontanos. También se plantea como objetivo la obtención de una fórmula sencilla y compacta para poder calcular la velocidad de sedimentación, como una aproximación razonable para estimar W .

3. MATERIALES Y MÉTODOS. MARCO TEÓRICO

Para encontrar el formato general de una fórmula para la velocidad de sedimentación (W) de partículas de diámetro d en un medio fluido de viscosidad ν y densidad ρ se aplicaron técnicas de Análisis Dimensional. Las variables involucradas en el problema son: W , d , ν , ρ , γ_s' , donde $\gamma_s' = g(\rho_s - \rho)$ es el peso específico sumergido de la partícula. Entonces, existirá una relación funcional de la forma: $f_W(W, d, \nu, \rho, \gamma_s') = 0$.

Aplicando el Teorema Π , se sabe que el conjunto de 5 variables se puede reducir a $(5 - 3) = 2$ parámetros adimensionales. Es decir, se encuentra: $F_W(\Pi_W, \Pi_\nu) = 0$, con $\Pi_W = W/(g\Delta d)^{1/2} = W^*$; $\Pi_\nu = \nu/(g\Delta d^3)^{1/2} = d_*^{-3/2}$, con $\Delta = (\rho_s - \rho)/\rho$. De esta manera, las fórmulas para la velocidad de caída se pueden expresar en la forma: $W^* = \Phi_W(d_*)$. En esta expresión W^* es el número de Froude densimétrico (donde la velocidad típica es W y la longitud típica es d) y d_* es el parámetro de partícula (inicialmente introducido por Bonnefille en 1963 y luego generalizado por Yalin en 1972).

Muchos autores emplean la relación $R_W = f(d_*)$, donde $R_W = Wd/\nu$ es el número de Reynolds asociado a la velocidad de caída. En este estudio se ha considerado que los efectos viscosos resultan bien representados por d_* , por lo que la forma $W^* = \Phi_W(d_*)$ resulta más conveniente para el análisis.

A partir del análisis dinámico del equilibrio de fuerzas actuantes (e.g., Julien, 1995; del Valle *et al.*, 2012) la velocidad de caída puede expresarse de la siguiente manera:

$$W = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{g \cdot \Delta \cdot d}{C_D}} \quad (1)$$

donde: $C_D = \phi_{C_D}(\mathbf{R}_W, \Gamma_{Fi})$, siendo Γ_{Fi} un conjunto de parámetros adimensionales, para tener en cuenta la forma y textura de los granos.

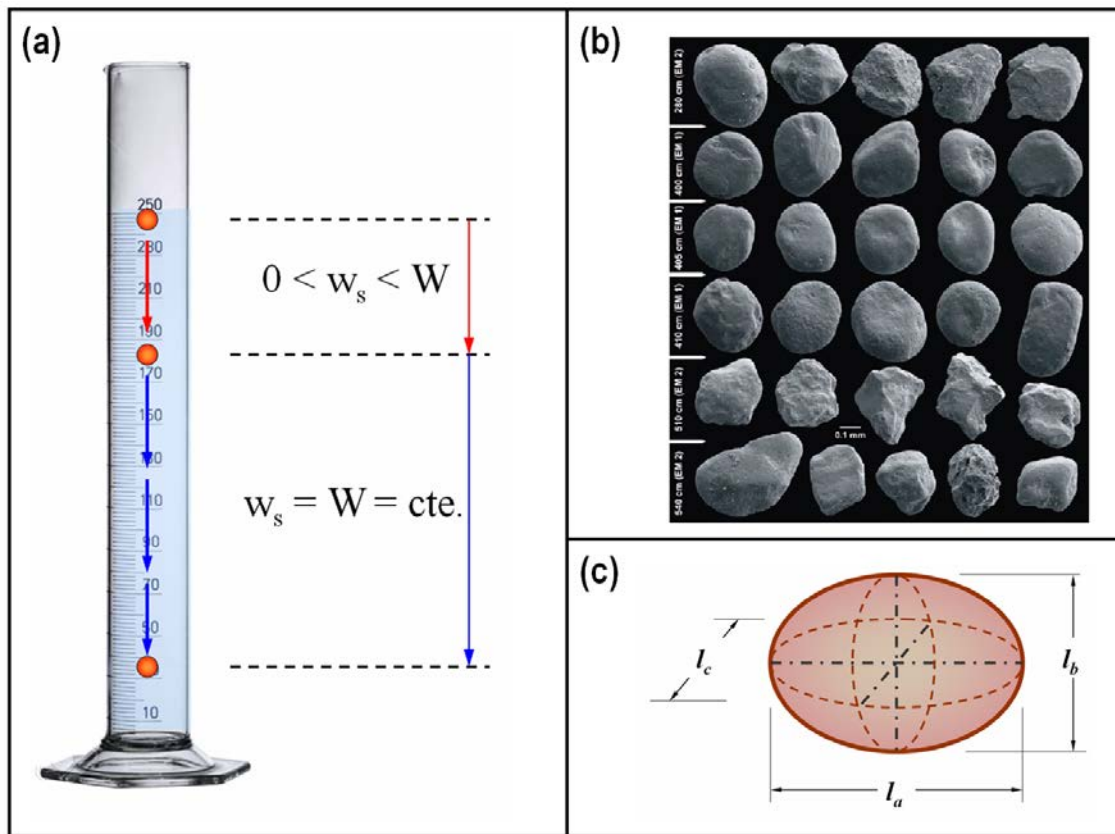


Figura 1. (a) Esquema de una columna de sedimentación, con la definición de la velocidad final de caída (W) de una partícula en un medio fluido. (b) Imagen compilada a partir de capturas fotográficas de un microscopio SEM (Scanning Electron Microscope) de partículas de arena (fuente: Google Images®). (c) Esquema de definición para el factor de forma (K_{CSF}).

En la Figura 1 se presenta un esquema para interpretar el valor de la velocidad final de caída que se considerará en este artículo (Fig.1(a)). Respecto a los aspectos de forma y textura de las partículas, en la actualidad se dispone de equipamiento e instrumental (óptico e informático) que permite evaluar sus parámetros característicos, aún en el caso de partículas pequeñas (en la Fig.1(b) se presenta un ejemplo de esas potencialidades). Para definir el factor de forma, considérese el esquema de la Figura 1 (c), en la cual:

$$l_a > l_b > l_c ; K_{CSF} = l_c / (l_a l_b)^{1/2} \quad (2)$$

donde K_{CSF} : factor de forma de Corey. Existen muchas propuestas alternativas para definir otros factores de forma (e.g., Göğüş *et al.*, 2001), por ejemplo, para partículas de forma particular (cilindros) o extremadamente angulares (prismas de base triangular o rectangular). Sin embargo, en el caso de partículas presentes en la mayoría de los lechos fluviales existe un marcado consenso en usar K_{CSF} como factor de forma.

Si se consideran los siguientes parámetros adimensionales:

$$W_* = \frac{W}{\sqrt{g \cdot \Delta \cdot d}} \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_* = d \cdot \sqrt{g \cdot \Delta \cdot d} / \nu = g^{1/2} \cdot \Delta^{1/2} \cdot d^{3/2} / \nu \quad (4)$$

Entonces:

$$W_* = \sqrt{4/(3 \cdot C_D)} \quad \mathbf{R}_* = \mathbf{R}_w \cdot \sqrt{(3 \cdot C_D)/4} \quad \Rightarrow d_*^{3/2} = (3/4)^{1/2} \cdot C_D^{1/2} \cdot \mathbf{R}_w$$

$$\text{O bien: } d_* = (3/4)^{1/3} \cdot C_D^{1/3} \cdot \mathbf{R}_w^{2/3}$$

Finalmente, la función general resulta:

$$W_* = \Phi_W(d_*; \Gamma_{Fi}) \quad (5)$$

Es decir, respecto a la formulación general obtenida a partir del análisis dimensional, debe agregarse el efecto sobre la velocidad de caída debido a la forma de las partículas, su grado de redondez y, eventualmente, otros aspectos expresados en el conjunto de parámetros Γ_{Fi} .

En un excelente artículo compilatorio, Concha (2009) expresa la necesidad de definir un factor de forma hidrodinámico para ser utilizado con las ecuaciones para W , ya que los métodos habituales para medir la esfericidad no exhiben buenos resultados con partículas de formas “no convencionales”. Una posibilidad concreta consiste en definir la esfericidad hidrodinámica efectiva de una partícula como la esfericidad de una partícula isométrica que tiene el mismo arrastre (volumen) y la misma velocidad de sedimentación que la partícula en cuestión. La esfericidad hidrodinámica se puede obtener realizando experimentos de sedimentación, calculando el coeficiente de arrastre de la partícula, y utilizando el diámetro equivalente en volumen (diámetro nominal) para obtener la esfericidad (definida para partículas isométricas) que se ajusta al valor experimental.

El efecto de la forma de las partículas influye significativamente sobre la velocidad de caída, según lo demuestran varios estudios. Entre ellos, en la Figura 2 (adaptada de Kim *et al.*, 2018) se puede apreciar tal efecto.

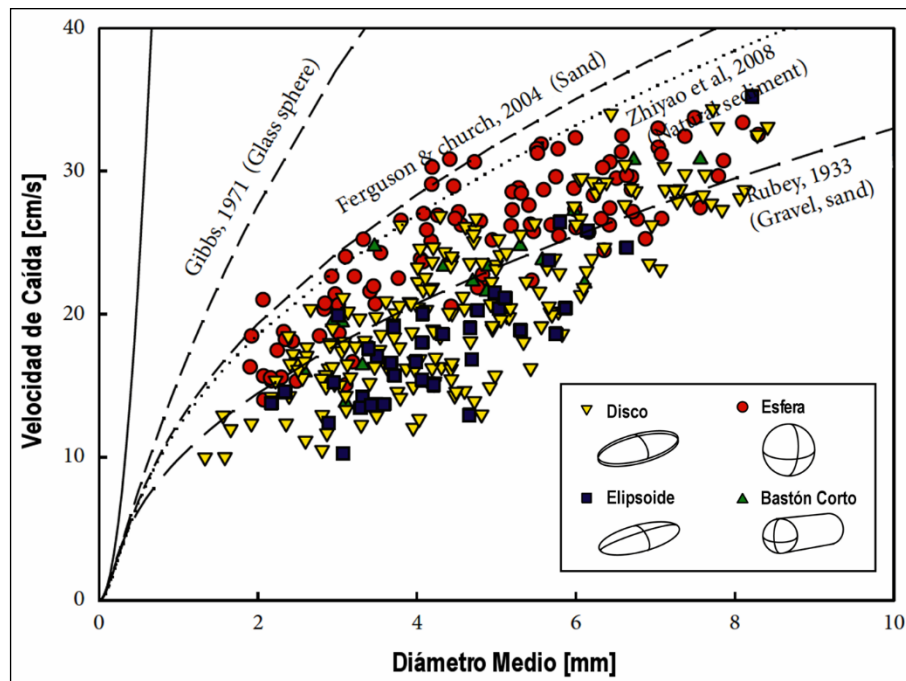


Figura 2. Efecto de la forma de las partículas sobre la velocidad de caída (Kim *et al.*, 2018)

En un estudio reciente (Kramer *et al.*, 2021) han indicado que la forma y orientación de las partículas es la mayor fuente de error en las ecuaciones de predicción de la velocidad de sedimentación.

Como se demostrará más adelante en este trabajo, una gran cantidad de ecuaciones disponibles en la literatura pueden expresarse en el formato general establecido por ecuación (5).

Existen muchas formulaciones disponibles en la literatura. Una muy completa y extensa compilación de las mismas ha sido presentada recientemente por del Valle *et al.* (2012). Por tal motivo, en este trabajo no se desarrollan en detalle todas las fórmulas analizadas. Otros autores también han evaluado ecuaciones previas al presentar las suyas propias (e.g., Cheng (1997), Ahrens (2000), Jimenez y Madsen (2003), Brown y Lawler (2003); Fentie *et al.* (2004), Wu y Wang (2006), Ferguson y Church (2006), Camenen (2007), Zhiyao *et al.* (2008)). Otras compilaciones y análisis comparativos de desempeño de estas fórmulas han sido presentadas por Farias y Domínguez (2015) y Basile *et al.* (2015).

Debido a su fundamento teórico, y al hecho de considerar explícitamente los efectos de forma, se ha prestado especial atención a la fórmula propuesta por Alonso & Fuentes (Fuentes *et al.*, 1992), la cual está basada en estudios previos de Concha y Almendra (1977); ver Concha (2009)). Para partículas esféricas estos autores propusieron la expresión:

$$C_D = C_{DE} \cdot \left(1 + K_\delta \cdot R_W^{-1/2}\right)^2 \quad (6)$$

donde: $C_{DE} = C_D|_{R_W \rightarrow \infty}$ (depende de la presión de base y ángulo de separación de la estela alrededor de la partícula) y K_δ es una constante asociada a la capa límite (fundamentalmente el espesor de desplazamiento).

Los valores reportados por Concha y Almendra (Fuentes *et al.*, 1992) para las constantes fueron: $C_{DE} = 0.28$; $k_\delta = 9.06$

Introduciendo W_* y R_* en la ecuación de Concha & Almendra, Alonso y Fuentes (1986) encontraron:

$$W_* = \left[\left(K_\delta^2 / (4 \cdot R_*) + 2 / \sqrt{3} \cdot C_D^{-1/2} \right) - \frac{K_\delta}{2} \cdot R_*^{-1/2} \right]^2 \quad (6)$$

Por su parte, en un estudio previo, Alonso (1984, citado por Fuentes *et al.* 1994) había presentado la ecuación:

$$C_{D*} = C_{D0} \cdot \left[1 + (C_{DE}/C_{D0} - 1) \cdot \tanh(\beta \cdot R_*) \right]; \quad C_{D0} = C_{D*}|_{R_* \rightarrow 0} \quad (7)$$

Para esferas:

$$C_{D*} = 0.28 \cdot \left[1 + 0.7159 \cdot \tanh(0.00005152 \cdot R_*) \right] \quad (8)$$

Para partículas naturales:

$$C_{D*} = \Phi_{C_{D*}}(R_*; \Gamma_{Fi}) \quad ; \quad K_\delta = \Phi_{K_\delta}(R_*; \Gamma_{Fi}) \quad (9)$$

Como K_δ es un coeficiente de forma de la capa límite, puede considerarse que depende sólo de la forma de las partículas.

Para valores pequeños de R_* :

$$C_{D*} = \Psi_{C_{D*}}(K_{CSF}; l_b/l_a) \quad ; \quad K_\delta = \Psi_{K_\delta}(K_{CSF}; l_b/l_a) \quad (10)$$

Las ecuaciones finalmente obtenidas por Alonso y Fuentes (1992) (en adelante A&F) para sedimentos naturales son las siguientes:

$$K_{\delta} = \sqrt{\frac{32}{\pi}} + 9 \cdot K_{CSF} + \left(0.06 - \sqrt{\frac{32}{\pi}}\right) \cdot K_{CSF}^2$$

$$\Rightarrow K_{\delta} = 3.1915 + 9 \cdot K_{CSF} - 3.1315 \cdot K_{CSF}^2 \quad (11)$$

$$C_{DO} = 2 - 3.5 \cdot K_{CSF} + 1.78 \cdot K_{CSF}^2 \quad (12)$$

$$C_{D*} = C_{DO} \cdot \left[1 + \tanh\left(0.001 \cdot d_*^{3/2}\right)\right] \quad (13)$$

$$W_* = \left[\left(0.25 \cdot K_{\delta}^2 \cdot d_*^{-3/2} + 1.1547 \cdot C_{D*}^{-1/2}\right)^{0.5} - 0.5 \cdot K_{\delta} \cdot d_*^{-3/4} \right]^2 \quad (14)$$

Como puede observarse, esta ecuación es un caso particular de la Ec. (5).

4. EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO DE LA FÓRMULA A&F

En todos los casos se procederá a evaluar la función $W_* = \Phi_W(d_*)$ (adimensional) en lugar de $W = f_W(d)$ ya que, por un lado, el hecho de presentar los resultados en formato adimensional permite incluir datos de experimentos llevados a cabo en condiciones diversas (por ejemplo, para temperaturas del agua y densidades del sedimento distintas a las usadas habitualmente) y, por otro lado, se grafican las funciones en escala aritmética, evitando las distorsiones que se generan si se grafica en escala logarítmica (necesaria para cubrir varios órdenes de magnitud en d en la función f_W).

Teniendo en cuenta estas consideraciones, se procedió a la revisión de una gran cantidad de fórmulas publicadas en la literatura, sometiénolas a una manipulación algebraica a los efectos de expresarlas en función de los parámetros adimensionales fundamentales. De este modo, se facilitó su comparación y su clasificación. Luego de descartar algunas fórmulas que no producían resultados satisfactorios para el rango de tamaños de partículas considerado, se retuvieron para el análisis las relaciones propuestas por: Alonso & Fuentes, Ferguson & Church, Jiménez & Madsen, Cheng, Zanke, Julien, Soulsby, Ahrens, Chang & Liou, Swamee & Ojha. En el presente trabajo también se evaluó la fórmula de Dietrich (1982), pero la misma no se incluye en el análisis comparativo debido a su complejidad (incorpora 15 parámetros numéricos), lo cual torna muy engorrosa su aplicación a situaciones prácticas, sin una ganancia apreciable de capacidad predictiva. La misma ha mostrado resultados en general satisfactorios, y comparable con la mayoría de las otras fórmulas analizadas en este estudio (para el rango de arenas y gravas finas).

Por su parte, también se compiló una base de datos experimentales de velocidades de sedimentación medidas por varios autores, cubriendo el rango correspondiente a granos naturales de arena, en su gran mayoría. En la fase final del estudio también se agregaron datos resultantes de experimentos con partículas de tamaño en el rango de gravas finas.

Antes de proceder a la evaluación del desempeño de las ecuaciones seleccionadas frente a los datos experimentales compilados, se ha considerado conveniente comparar las tendencias de comportamiento observadas de todas las ecuaciones en el plano $d^* - W^*$, dentro del rango comprendido para tamaños de partículas correspondientes a las arenas finas a gruesas. Es decir, en el intervalo ($0.062 \text{ mm} < d < 2.00 \text{ mm}$), o bien, para $\Delta = 1.65$ y $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $1.57 < d^* < 50.59$ (a los efectos prácticos se considerará la variación de d^* desde 1 hasta 50). Los resultados de esa comparación se presentan en la Figura 3.

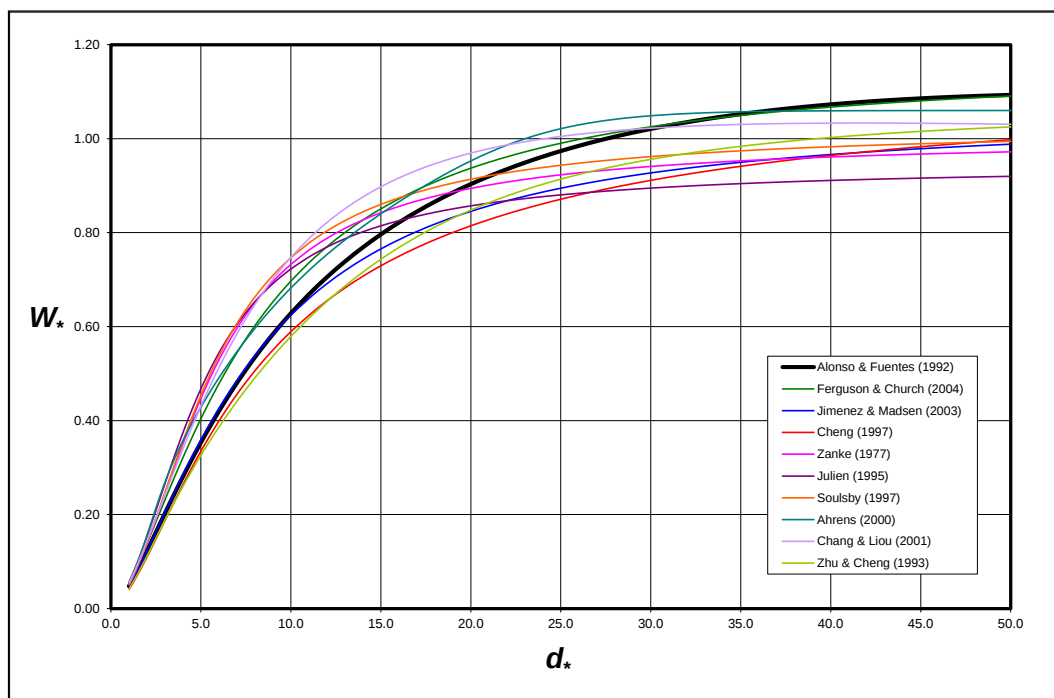


Figura 3. Comparación de la Fórmula A&F con otras formulaciones para W más “modernas”

En este gráfico, para las fórmulas que consideran explícitamente el factor de forma de Corey, se ha adoptado el valor $K_{CSF}=0.7$ a los efectos de su graficación. Puede observarse que todas las fórmulas exhiben un patrón de crecimiento similar en la función $W^* = \Phi_W(d^*)$, con algunos comportamientos singulares en determinados rangos. Por ejemplo, la fórmula de Swamee & Ojha se aparta de la tendencia general a partir de $d^*=18$ aproximadamente, con una tendencia a sobreestimar W^* a partir de ese valor, respecto a las fórmulas restantes. Por su parte, la fórmula de Julien, a partir de $d^*=25$, muestra una marcada tendencia a subestimar los valores de W^* . El resto de las fórmulas tiende a formar una familia de curvas, cuya envolvente define una franja de dispersión que va creciendo hasta aproximadamente $d^* = 10$, y a partir de ese punto se mantiene más o menos constante, con un ancho del orden del 10% de W^* para valores de d^* mayores a 10. Como los parámetros de esas formulaciones han sido ajustados a partir de datos seguramente afectados por errores experimentales, es razonable suponer que esa dispersión depende del conjunto particular de datos usados por cada autor para ajustar su ecuación.

En una segunda instancia de la evaluación de desempeño se procedió a la comparación de las predicciones de las fórmulas frente a datos experimentales. Los conjuntos de datos usados [en los que se consigna el autor y el número de registros] fueron los siguientes: Raudkivi (12), Ferguson & Church (12), Engelund & Hansen (22), Smith & Cheung (13), Riazi & Turker (46), totalizando 102 registros. Todos estos datos corresponden a granos naturales de mineral de cuarzo. En el caso de la viscosidad cinemática (necesaria para calcular el parámetro de partícula de Bonnefille), la misma fue estimada en función de la temperatura del agua (Θ , reportada por los autores) con la ecuación de ajuste (también desarrollada por Ramón Fuentes (1990), por cierto):

$$\nu = 4.56 \times 10^{-8} \exp[394.8/(\Theta + 107.6)] \quad (15)$$

donde Θ se expresa en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) y ν en m^2/s .

Luego de analizar el comportamiento del conjunto de ecuaciones seleccionadas, sobre la base de considerar las razones de discrepancia ($\delta_{W^*} = W^*_{\text{calculado}}/W^*_{\text{observado}}$) de cada una de ellas, se determinó que las relaciones de Alonso & Fuentes (A&F) y Ferguson & Church (F&C) exhibían el mejor desempeño. El desempeño de la fórmula A&F se grafica en la Figura 4 frente a los datos experimentales, donde se observa que para valores bajos de d^* (<7 aprox.), la fórmula A&F exhibe una leve tendencia a la subestimación. En el rango intermedio ($7 < d^* < 30$) la fórmula A&F resulta muy satisfactoria como predictor de W . Para arenas gruesas ($d^* > 30$) la fórmula se comporta muy bien, aunque en el rango de las gravas ($d^* > 50$) se puede observar una mayor dispersión. En este último caso cabe recordar que se está usando un valor promedio del factor de forma de $K_{CSF} = 0.7$, cuando los datos contrastados (Riazi & Turker, 2019) se basan en experimentos con partículas en las que $0.28 < K_{CSF} < 1.00$.

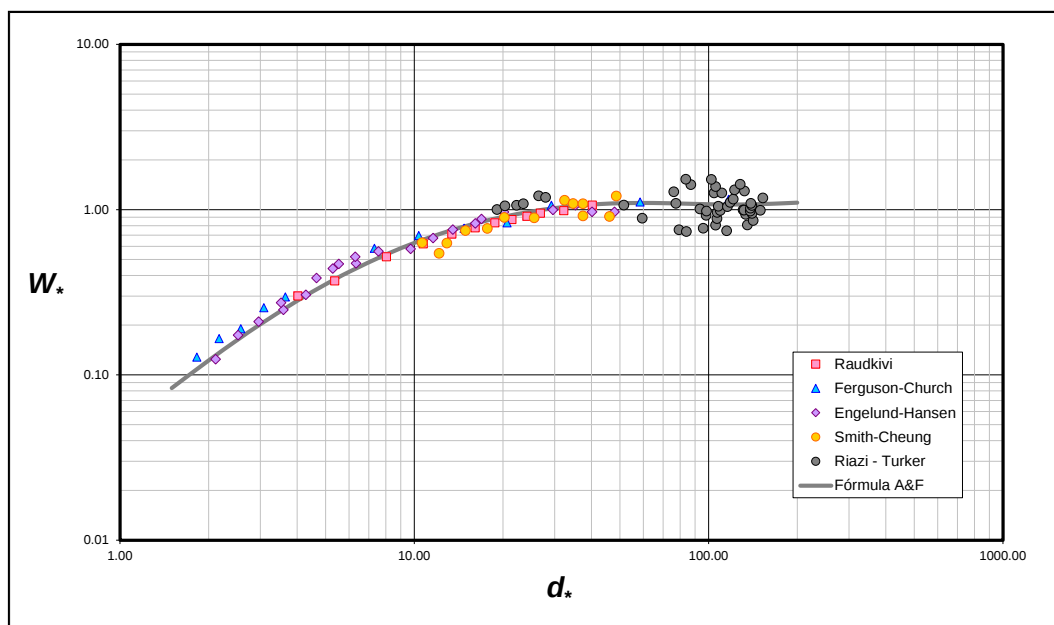


Figura 4. Desempeño de la Fórmula A&F frente a datos experimentales en el rango de arenas

Teniendo en cuenta las capacidades de la fórmula A&F para la predicción de la velocidad de caída considerando explícitamente la forma de las partículas, se refinó la evaluación de desempeño incorporando el valor de K_{CSF} de cada experimento. Los resultados se indican en la Figura 5, en la que se presentan los valores observados y calculados de W . Puede apreciarse que las predicciones resultan muy satisfactorias, con una tendencia a la sobreestimación en el rango de velocidades de 0.23 a 0.31 m/s.

Luego de revisar la estructura funcional y el comportamiento de las diferentes ecuaciones, tanto teóricas como empíricas, revisadas en este estudio, se evaluó la posibilidad de desarrollar una ecuación particularmente apta para estimar la velocidad de caída de granos naturales de arena en agua.

Considerando la formulación general resultante del análisis de equilibrio dinámico para la velocidad de caída, $W = [(4/3)(g\Delta d/C_D)]^{1/2}$, con $C_D = \phi(R_w, \Gamma_{Fi})$, se sabe que el coeficiente de arrastre C_D varía con el Número de Reynolds, siguiendo una tendencia decreciente con una asíntota horizontal para valores elevados de R_w . Para el caso de partículas pequeñas que descienden lentamente en un medio fluido viscoso [valores bajos en el rango de Stokes ($R_w < 1$)] el movimiento es resistido por el arrastre viscoso del flujo laminar que se desarrolla alrededor del grano, y la función puede escribirse como: $C_D = \alpha/R_w$, donde α es un coeficiente que depende de la forma de la partícula (e.g., $\alpha=24$ para esferas lisas). Para el caso de partículas grandes que decantan a velocidades importantes, los efectos resistivos que predominan son los asociados al arrastre turbulento debido a la estela que se forma detrás de cada grano que cae en el medio fluido. En esa situación ($10^3 < R_w < 10^5$), el coeficiente de arrastre se expresa como: $C_D = \beta$, donde β es un coeficiente que también depende de la forma y textura de la partícula (e.g., $\beta=0.4$ para esferas lisas). De esta manera, las ecuaciones para W en ambos extremos resultan:

$$W = \frac{4}{3\alpha} \frac{g \Delta d^2}{\nu} \quad (\text{régimen laminar}) \quad (16)$$

$$W = \left(\frac{4}{3\beta} g \Delta d \right)^{1/2} \quad (\text{régimen turbulento}) \quad (17)$$

Para la zona de transición ($10^0 < R_w < 10^3$) es factible proponer una función interpolante de la forma:

$$C_D = [(\alpha/R_w)^{1/\lambda} + \beta^{1/\lambda}]^\lambda \quad (18)$$

donde λ es un exponente que también dependerá de la forma y textura de las partículas.

Considerando la ecuación precedente para el coeficiente de arrastre y teniendo en cuenta que $R_w = 4d^*^3/(3\alpha)$, se obtiene:

$$C_D = \left[\left(\frac{\sqrt{3} \alpha}{2 d_*^{3/2}} \right)^{2/\lambda} + \beta^{1/\lambda} \right]^\lambda \quad (19)$$

Finalmente, si se reemplaza esta expresión en la fórmula para la velocidad de caída, se obtiene:

$$W_* = d_*^{3/2} \left[\left(\frac{3\alpha}{4} \right)^{2/\lambda} + \left(\frac{3\beta}{4} d_*^3 \right)^{1/\lambda} \right]^{-\lambda/2} \quad (20)$$

Esta ecuación generalizada incorpora como casos particulares de la misma a una gama amplia de formulaciones existentes (Zhiyao *et al.*, 2008), con valores específicos de los parámetros en cada caso. En la gran mayoría de las ecuaciones el parámetro λ vale 2.00 (tanto para esferas como para partículas naturales, mientras que α varía entre 24 y 34, situándose más cerca de este último valor en el caso de granos naturales. El coeficiente β es el que exhibe una mayor variabilidad (entre 0.90 y 1.92 para sedimentos naturales).

En el contexto del presente estudio se procedió a calibrar los valores de α y β , adoptando para λ el valor 2. Se observó un buen ajuste con $\alpha = 29$ y $\beta = 1.3$ para el rango de las arenas. Es posible refinar el análisis con la disponibilidad de más y mejores datos experimentales.

Un aspecto interesante de mencionar es que, realizando algunos experimentos numéricos, se encontró una ecuación empírica de mejor desempeño optimizando los parámetros de la expresión $W_* = [(k_1 + k_2 d_*^{k_3})^{-1}] d_*^{1.5}$, donde k_1 , k_2 , k_3 son los parámetros a calibrar con los datos experimentales.

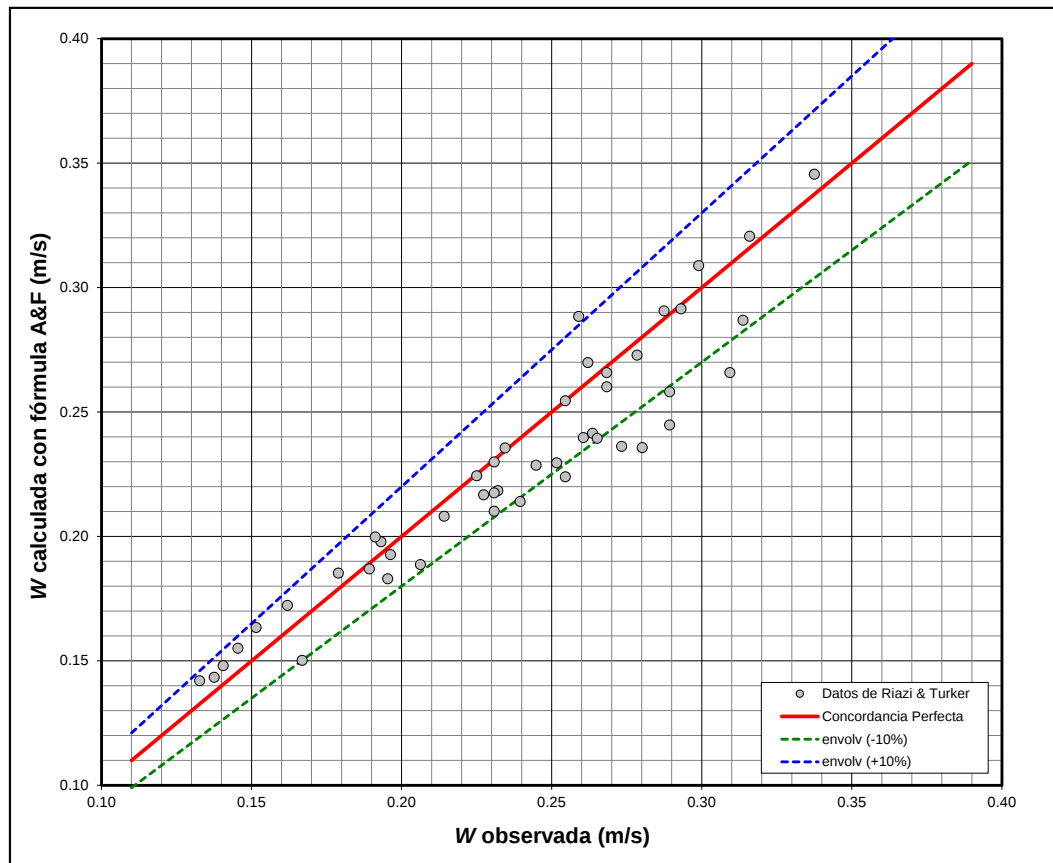


Figura 5. Desempeño de la Fórmula A&F frente a datos experimentales en el rango de gravas

5. CONCLUSIONES

A partir de la aplicación de técnicas de análisis dimensional se ha encontrado que la velocidad final de caída de partículas de sedimento en un medio fluido en reposo se puede expresar a través de la relación funcional $W_* = \Phi_W(d_*)$, donde $W_* = W/(g\Delta d)$ es un número de Froude densimétrico (que tiene en cuenta los efectos gravitatorios y boyantes) y $d_* = [(g\Delta/\nu^2)^{1/3}d]$ es el parámetro sedimentológico de Bonnefille-Yalin (que tiene en cuenta los efectos viscosos). La gran mayoría de las formulaciones existentes para W se pueden expresar en este formato generalizado.

Del conjunto de fórmulas analizadas, la propuesta por Alonso y Fuentes (1992) es una de las pocas que tiene en cuenta en forma explícita la forma de las partículas y está basada en un sustento teórico consistente. Adoptando un factor de forma de Corey de 0.7 muestra una tendencia que la ubica como un interpolante de la franja definida por las envolventes de todo el conjunto de ecuaciones restantes para la función $W_* = \Phi_W(d_*)$, al menos en el rango de las arenas ($1 < d_* < 50$) y gravas finas ($50 < d_* < \sim 150$), en este último caso considerando el efecto de forma.

La Fórmula A&F también se comporta muy bien frente a los datos experimentales seleccionados para la evaluación de desempeño de las ecuaciones, exhibiendo errores de estimación similares a fórmulas más “modernas”, como la de Ferguson y Church (2004). En el caso de esta última, si bien muestra un buen comportamiento, la evaluación no resulta completamente independiente, ya que estos autores usaron algunos de los datos usados en la contrastación para calibrar los parámetros de su propia ecuación.

Resulta muy importante recordar que las formulaciones propuestas por el Prof. Fuentes en las décadas de 1980 y 1990 mostraron un desempeño en general superior a fórmulas publicadas recientemente, aún cuando estas últimas gozaron de la posibilidad de calibrar sus parámetros con muchos más datos experimentales.

Como un resultado adicional de interés práctico, se ha propuesto una ecuación empírica para la función $W^* = \Phi_W(d^*)$, basada en fórmulas matemáticas adecuadas al comportamiento asintótico en sus extremos, exhibido por el coeficiente de una partícula que sedimenta en un medio fluido, en la cual sus parámetros han sido inicialmente calibrados con los datos compilados. La misma exhibe un comportamiento satisfactorio frente a los datos experimentales, con resultados muy similares a los de la fórmula A&F, con la ventaja de su sencillez matemática frente a esta.

REFERENCIAS

- Ahrens, J. P. (2000). “A fall-velocity equation”. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 126 (2), 99–102.
- Basile, P. A.; Riccardi, G. A.; Aguzzi, I. (2015). “Revisión de ecuaciones de velocidad de caída terminal de partículas de sedimento”. *Ríos 2015*, Séptimo Simposio Regional sobre Hidráulica de Ríos, Montevideo, Uruguay. URI: <http://hdl.handle.net/2133/11547>
- Brown, P. P., & Lawler, D. F. 2003. “Sphere drag and settling velocity revisited”. *Journal of Environmental Engineering*, 129 (3), 222–231.
- Camenen, B. (2007). “Simple and general formula for the settling velocity of particles”. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133(2):229–233. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9429\(2007\)133:2\(229\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9429(2007)133:2(229))
- Cheng, N. (1997). “Simplified settling velocity formula for sediment particle”. *Journal of Hydraulic Engineering*. 123(2):149–152. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9429\(1997\)123:2\(149\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9429(1997)123:2(149))
- Concha, F. (2009). “Settling velocities of particulate systems”, *KONA Powder and Particle Journal*, No.27, pp. 18-37.
- Dey S., Ali S.Z., Padhi E. (2019). “Terminal fall velocity: the legacy of Stokes from the perspective of fluvial hydraulics”. *Proc. R. Soc. A* 475: 20190277. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2019.0277>
- Del Valle Morales, J., Silva Casarín, R., Mendoza Baldwin, E.A. (2012). “Una metodología para medir la velocidad de caída de granos de arena con equipo óptico”. *XXII Congreso Nacional de Hidráulica*, Acapulco, Guerrero, México. 7 pp.
- Engelund, F. & Hansen, E. (1972). *A monograph on sediment transport in alluvial streams* (3rd Edition). Technical Press, Copenhagen, Denmark.

- Farias, H.D. & Domínguez Ruben, L. (2015). “Estudio Comparativo y Evaluación de Desempeño de Fórmulas para calcular la Velocidad de Caída de Partículas de Sedimento”. *Memorias del Congreso Internacional UNESCO de Sedimentos y Ecología*, Querétaro, México.
- Fentie, B., B. Yu & C.W. Rose (2004). “Comparison of seven particle settling velocity formula for erosion”. *13th International Soil Conservation Organization Conference (ISCO2004)*. Brisbane, Australia.
- Ferguson, R. I., & M. Church (2006). “A Simple Universal Equation for Grain Settling Velocity”, *Journal of Sedimentary Research*, 74(6), 933-937.
- Fuentes, R. (1990). “Fórmula para estimar la viscosidad del agua”. Comunicación Personal.
- Fuentes, R., Alonso, M., & Aguirre-Pe, J. (1992). “Discussion of “Drag Coefficient and Fall Velocity of Nonspherical Particles” by Prabhata K. Swamee and Chandra Shekhar P. Ojha (May, 1991, Vol. 117, No. 5).” *J. Hydraul. Eng.*, 118(11), 1589–1591.
- Göğüş, M.; İpekçi, O. N.; and Kökpınar, M. A. (2001). “Effect of Particle Shape on Fall Velocity of Angular Particles”. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol.127, No.10, pp 860-869.[[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2001\)127:10\(860\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2001)127:10(860))]
- Jimenez, J.A. & Madsen, O. S. (2003). “A simple formula to estimate settling velocity of natural sediments”. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 129 (2), 70–78.
- Julien, Y. P. (1995). *Erosion and Sedimentation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kim, D., Son, Y. & Park, J. (2018). "Prediction of Settling Velocity of Nonspherical Soil Particles Using Digital Image Processing", *Advances in Civil Engineering*, vol. 2018, Article ID 4647675, 8 pages. <https://doi.org/10.1155/2018/4647675>
- Kramer, O. J. I., de Moel, P. J., Raaghav, S. K. R., Baars, E. T., van Vugt, W. H., Breugem, W.-P., Padding, J. T., van der Hoek, J. P. (2021). “Can terminal settling velocity and drag of natural particles in water ever be predicted accurately?”, *Drinking Water Engineering and Science*, Vol. 14, No. 1. pp. 53-71. <https://doi.org/10.5194/dwes-14-53-2021>
- Raudkivi, A.J. (1990). *Loose Boundary Hydraulics*, 3rd Ed., Pergamon Press, Oxford, U.K., 533 p.,.
- Riazi, A. & Türker, U. (2019). “The drag coefficient and settling velocity of natural sediment particles”. *Computational Particle Mechanics*. <https://doi.org/10.1007/s40571-019-00223-6>.
- Wu, W., Wang, S. (2006). “Formulas for sediment porosity and settling velocity”. *Journal of Hydraulic Engineering*. 132(8):858–862. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9429\(2006\)132:8\(858\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9429(2006)132:8(858)).
- Zhiyao, S., Tingting, W., Fumin, X. & Ruijie, L. A (2008). “Simple formula for predicting settling velocity of sediment particles”, *Water Science and Engineering Journal*, Vol. 1, No. 1, pp 37– 43.

ACERCA DEL AUTOR

Hector Daniel Farias es Ingeniero Hidráulico (UNSE, Argentina, 1985) y M.Sc. (ULA, Venezuela, 1990). Actualmente, se desempeña como Profesor Titular de Hidráulica, Mecánica de Fluidos e Hidráulica de Ríos (FCEyT-UNSE), e Investigador Categoría I (max)

del Programa Nacional de la Secretaría de Políticas Universitarias. Argentina). Ejerce como Director del Instituto de Recursos Hídricos (FCEyT-UNSE) y actúa como Consultor en Estudios y Proyectos Hidrológicos, Hidráulicos y Fluviales. Ha desempeñado tareas docentes como Profesor de Post-Grado en la Universidad Nacional de Córdoba. Universidad de Buenos Aires, y otras instituciones académicas. Es Secretario Permanente de la División Latinoamericana de la IAHR (Asociación Internacional de Ingeniería e Investigaciones Hidro-ambientales) y miembro de varias sociedades científicas. Ha publicado numerosos artículos en revistas nacionales e internacionales (más de 20), *proceedings* de congresos internacionales (más de 30), memorias de congresos y reuniones científicas nacionales (más de 100). Ha sido galardonado con el Premio “Ingeniero Enrique Butty” de la Academia Nacional de Ingeniería (Argentina) ed. 2005, en reconocimiento por sus elevados aportes y méritos en el campo de la Ingeniería Hidráulica, y ha recibido distinciones tales como: Premio Nacional de Ingeniería, Mención Especial, Secretaría de Cultura de la Nación, 1992.

MIGRACIÓN DE LA FASE SÓLIDA DE PULPAS SEDIMENTABLES EN DUCTOS DE LARGA DISTANCIA

CONSUELO SALINAS

JRI Ingeniería – Universidad Técnica Federico Santa María

csalinas.monsalve@gmail.com

RESUMEN

En la industria minera, ante ciertas condiciones operacionales o emergencias externas se hace necesario detener el transporte de pulpa de concentrado de cobre con pulpa en el interior de la cañería. En este escenario, se genera una separación entre la fase sólida (o dispersa) y la fase líquida de la pulpa mineral, producto de la sedimentación de partículas, formando un lecho de sedimento en la parte inferior de la tubería. En el caso de que la pendiente de la tubería sea suficientemente grande, las partículas sólidas tienden a deslizarse por efecto de la gravedad, migrando hacia zonas de baja pendiente y/o puntos bajos del trazado, lo que comúnmente se denomina como migración de partículas sólidas. En este artículo se presentan una serie de ensayos realizados con pulpa de concentrado de cobre dentro de una tubería inclinada, los que fueron utilizados con el fin de estudiar la relación existente entre las propiedades de la pulpa y la pendiente máxima del trazado.

Palabras claves: migración, concentraductos, sedimentación, detenciones con pulpa.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

La ocurrencia del fenómeno migratorio genera problemas operacionales en el reinicio del sistema de transporte hidráulico de sólidos en tuberías, debidos al aumento de densidad en puntos bajos y consecuentemente al aumento de resistencia de la masa de sólidos a ser dispersada y refluidizada, pudiendo ocasionar condiciones de embanque generalizado, lo que trae pérdidas de producción junto con riesgos a las personas, ambientales y a las instalaciones por eventuales roturas de la cañería ante condiciones de presurización mayores. Adicionalmente, el detener prolongadamente este tipo de sistemas trae consigo pérdidas económicas relevantes, incluso poniendo en riesgo la continuidad de la operación de la faena.

Actualmente, para el diseño de concentraductos, se utiliza una recomendación empírica, basada en experiencia de consultores y diseñadores, de no exceder un 15% de pendiente en acotadas longitudes. Por otra parte, en relaveductos o mineroductos la recomendación es no detenerlos, dada la rápida tendencia a la sedimentación que se produce en estos sistemas, generando embanques de las cañerías en forma casi inmediata.

Considerando lo anterior, y teniendo en cuenta la participación que posee Chile en la producción mundial de cobre y la relevancia que ello representa para el producto interno bruto del país, es atingente la evaluación de mejoras en los criterios de diseño de estos sistemas. Una eventual disminución de la pendiente máxima de un concentraducto en diseño

permitiría generar eventuales optimizaciones en su trazado, de modo que, por una parte, puedan ser aún más seguros para las personas, instalaciones y medioambiente y, por otra parte, permitan una reducción del costo de inversión (CAPEX) y/o de operación (OPEX). El desarrollo de esta investigación apunta en esa línea, específicamente al estudio del fenómeno migratorio en concentraductos.

El objetivo general es determinar, mediante experimentación, la relación entre las propiedades físicas de la pulpa y la pendiente máxima del trazado de la impulsión, que permita establecer una metodología de diseño para pendientes máximas en sistemas de transporte de concentrado de cobre a larga distancia; y, a través de análisis empírico, generar un mayor entendimiento del fenómeno, dando inicio a una investigación que, en el futuro, permita validar o refutar los criterios actualmente utilizados en diseños de este tipo de sistemas.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En primer lugar, es importante conocer las principales componentes de un concentraducto. Tomando en cuenta la base de datos de JRI, se pueden distinguir las siguientes: tubería, estanques de cabeza, estación de bombeo, estación disipadora, estación de válvulas, estación de monitoreo y estación de recepción. Para este estudio, es de mucha importancia conocer las características principales de dos de ellas: la estación de bombeo y la tubería. La primera, permite generar la energía hidráulica requerida para un sistema de transporte hidráulico en presión, mientras que la tubería permite el transporte de la pulpa a presión o en superficie libre a lo largo del trazado. Cabe mencionar que tanto la longitud como el diámetro y la rugosidad de la tubería son variables relevantes para este estudio.

2.1 Caracterización de la fase dispersa

Dentro de la revisión bibliográfica efectuada en este estudio, para caracterizar la fase dispersa se consideraron propiedades como la densidad (ρ_s), peso específico (γ) y peso específico relativo de los sólidos (S) y tamaño y forma de partículas. Para definir dichas propiedades se utilizaron principalmente las definiciones de García & Maza (1998) para hidráulica fluvial y algunas particularidades señaladas por Fuentes (2011).

2.2 Caracterización de pulpas metalúrgicas

Dentro de la caracterización de pulpas metalúrgicas, se emplearon algunas de las propiedades ya definidas para la fase dispersa, como densidad y peso específico. Sin embargo, es necesario hacer la distinción entre la densidad del fluido que transporta la pulpa (ρ_f), la densidad de la pulpa (ρ_p) y la densidad relativa o peso específico relativo de la pulpa (S_p). En este ámbito, se requiere incorporar variables como la concentración de sólidos en una pulpa, definida en términos del peso (C_p) o volumen (C_v).

$$C_v = \frac{\text{Volumen del sólido}}{\text{Volumen de la mezcla}} \quad (1)$$

$$C_p = \frac{\text{Peso del sólido}}{\text{Peso de la mezcla}} \quad (2)$$

A partir de estas definiciones, es posible introducir el concepto de concentración máxima de empaquetamiento ($C_{v,máx}$), que como su nombre lo indica, corresponde a la máxima concentración volumétrica que puede alcanzar un sistema de partículas sólidas indeformables. Es, en rigor, un problema complejo de geometría. Respecto a la concentración máxima que puede alcanzarse en la realidad, depende de la distribución granulométrica y de la forma de las partículas. Por lo tanto, es difícil (o prácticamente imposible) de calcular, por lo que es necesario medirla (Fuentes, 2011). Sin embargo, existen algunos estudios al respecto que señalan valores en torno al 60% (revisar Phillips et al., 1992; Krieger, 1972; C. F. Ihle, 2014). Luego, es relevante conocer el comportamiento reológico de una pulpa, comúnmente representado por el comportamiento de un fluido plástico ideal (Fuentes, 2011), que queda determinado por los valores de la tensión de fluencia (τ_f) y viscosidad (μ).

Las propiedades descritas anteriormente, son la base para comprender el comportamiento de una pulpa ante una detención. Dado que el fenómeno de migración está directamente ligado con la sedimentación y movimiento de partículas sólidas, se hace necesario revisar algunos estudios relacionados con este tema.

2.3 Sedimentación

La sedimentación de partículas ha sido ampliamente investigada por varios autores, como un punto de partida se puede tomar la ecuación para la velocidad de sedimentación de una partícula única en un medio ilimitado determinada por Stokes.

$$W = \frac{gd^2(\rho_s - \rho_f)}{18\mu} \quad (3)$$

En la Ec. (3), g es la aceleración de gravedad, d es el diámetro de la partícula, ρ_s la densidad de la partícula, ρ_f la densidad del fluido y μ la viscosidad dinámica del fluido. Esta ecuación es válida para números de Reynolds muy bajos.

Sin embargo, en la industria minera el transporte de pulpas se realiza a altas concentraciones. Específicamente para el concentrado de cobre, se encuentran valores de concentración en peso (C_p) entre 49% y 65% (Base de datos JRI). En estas situaciones se habla de sedimentación retardada u obstaculizada.

Siguiendo el trabajo de Davis y Acrivos (1985), en este ámbito, para partículas no coloidales a bajos números de Reynolds, se puede hacer una separación en 3 casos: sedimentación de suspensiones monodispersas, sedimentación de suspensiones polidispersas y sedimentación mejorada en canales inclinados. El primer caso corresponde a una suspensión de partículas idénticas, el segundo a suspensiones que contienen más de un tipo de partícula (diferentes tamaños, formas y/o densidades), por lo que tienen diferentes velocidades de sedimentación,

y el último caso se refiere al aumento de la tasa de clarificación simplemente por inclinar el vaso de sedimentación.

2.3.1 Sedimentación de suspensiones monodispersas

Si bien este primer caso no es directamente aplicable al caso de concentrados de cobre, donde se cuenta con una distribución granulométrica, es importante destacar que para este escenario ocurre que inicialmente una suspensión bien mezclada se separará en tres regiones cuando se someta a sedimentación en un recipiente con paredes laterales verticales. Se formará una capa de fluido clarificado en la parte superior del asentamiento cuya profundidad aumentará con el tiempo a medida que las partículas se asienten. Por debajo de esta capa se ubicará la región de suspensión, a veces llamada zona de clarificación. Como las esferas son idénticas, la interfaz entre el fluido claro y la suspensión se mantendrá bastante marcada, aunque puede propagarse algo debido a la difusión de las partículas.

Si la suspensión está infinitamente diluida, las partículas se asientan con su velocidad de Stokes (Ec. (1)). para fracciones volumétricas en torno a 1%, el promedio de la velocidad de sedimentación de las partículas es menor que la dada por la ley de Stokes. Este fenómeno puede ser representado por una función de sedimentación obstaculizada $f(C_v)$, de tal manera que la velocidad media de caída de una esfera (V) en la suspensión corresponde a la Ec. (4).

$$V = Wf(C_v) \quad (4)$$

Generalmente, se considera que $f(C_v)$ depende solo de la fracción volumétrica de sólidos y que es una función monótona decreciente con $f(0) = 1$.

La tercera región dentro del vaso de sedimentación es una capa de sedimento que se forma en el fondo del vaso. A menudo se supone que la concentración de sólidos en esta capa es constante e igual a la densidad máxima de empaquetamiento aleatoria de las esferas, que es alrededor de 60%. Aunque en realidad los sólidos se compactan gradualmente en esta zona, así como el líquido en los intersticios entre las esferas se va extrayendo poco a poco. Así, la capa de sedimento en el fondo del vaso a veces se denomina zona de compresión o engrosamiento (Davis y Acrivos, 1985). Para definir $f(C_v)$ se emplean con frecuencia en la práctica, los resultados del estudio puramente empírico de Richardson y Zaki (1954).

$$f(C_v) = (1 - C_v)^n \quad (5)$$

Para el exponente n de la Ec. (5), en la literatura se encuentra típicamente el valor de $n \approx 5$ (Davis y Acrivos, 1985; Guazzelli y Hinch, 2011) para bajos números de Reynolds.

Palma et al. (2016), en su trabajo sobre sedimentación de partículas polidispersas a bajos números de Reynolds en geometrías inclinadas, resumió varios modelos presentados por diferentes autores para la función de obstaculización.

2.3.2 Sedimentación de suspensiones polidispersas

En este escenario, Davis y Acrivos (1985) se limitan al análisis de esferas rígidas que tienen valores muy pequeños de Reynolds de partícula y suponen que la suspensión no puede

coagularse. Como se mencionó anteriormente, en este caso existe un rango de velocidades de sedimentación debido a las variaciones en tamaño, forma y densidad de las partículas. Por lo tanto, existe movimiento de una partícula con respecto a otra como resultado de la acción de la gravedad. Consecuentemente, a medida que se desarrolla el asentamiento, las partículas de caída más rápida se alejan de las otras, creando así diferentes regiones en el interior de la suspensión. La Región 1 de la Figura 1, que se encuentra justo encima de la capa de sedimento, contiene todos los tipos de partículas en sus concentraciones iniciales, mientras que la Región 2 de la Figura 1 se encuentra desprovista de las partículas de sedimentación más rápida. Cada región sucesiva contiene un tipo de partícula menos que la región inferior, mientras que la región superior de la suspensión contiene solo las partículas de sedimentación más lenta. En la mayoría de los casos, estas distintas regiones están separadas por una discontinuidad o *shock* en la distribución de las concentraciones de los tipos de partículas. Para distribuciones continuas, no se distingue el desarrollo de discontinuidades, sino que las concentraciones de los diferentes tipos de partículas varían continuamente en función de la altura en el vaso de sedimentación.

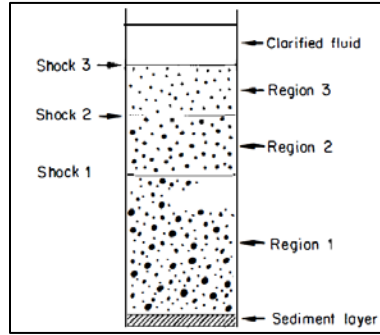


Figura 1. Regiones que se desarrollan durante la sedimentación de una mezcla de tres tipos de partículas, definidas en el trabajo de Davis y Acrivos (1985)

Como se ha dicho anteriormente, en este caso también ocurre que si la fracción volumétrica de partículas total excede alrededor de 1%, el comportamiento difiere significativamente de la predicción de la ley de Stokes como consecuencia de las interacciones entre las partículas de las distintas especies. En particular, cuando una suspensión polidispersa no está extremadamente diluida, la fracción volumétrica de cualquier tipo de partículas difiere en las diversas regiones de la suspensión. Si se toma en cuenta una partícula del tipo i que posee radio a_i , densidad $\rho_{s,i}$, concentración volumétrica $C_{v,i}$, y velocidad de sedimentación de Stokes $w_i^{(0)}$. Su velocidad promedio de caída v_i depende de la concentración local de todas las partículas presentes y se puede expresar como:

$$v_i = w_i^{(0)} f_i(c) \quad (6)$$

En la Ec. (6) c es un vector de las fracciones volumétricas de todos los tipos de partículas. En general, f_i , que corresponde a la función de sedimentación obstaculizada, será diferente para cada tipo de partícula y dependerá también de los efectos del movimiento browniano y las fuerzas interpartículas.

2.3.3 Sedimentación mejorada en contenedores inclinados

Generalmente, los ensayos de sedimentación de partículas se realizan en contenedores con paredes verticales. Sin embargo, la velocidad de sedimentación cambia al modificar la geometría o disposición del contenedor. En el transporte de larga distancia en Chile, este cambio se manifiesta en la pendiente de la tubería.

La primera observación del efecto de modificar la pendiente la realizó Boycott (1920), quien experimentando con sangre observó que la sedimentación de los corpúsculos de sangre era más rápida en tubos inclinados que en tubos verticales. Muchos científicos trabajaron en este fenómeno para suspensiones monodispersas, polidispersas y ligeramente polidispersas. Un interesante resumen de estos trabajos hasta 1977 se puede revisar en el documento “Sedimentación con bordes mejorados debido a la convección de asentamiento” (Hill et al., 1977). En dicho trabajo, se señala que Nakamura y Kuroda (1937) indican que este incremento aparente de la velocidad de sedimentación en contenedores con pared inclinada es atribuible al descenso de las partículas sólidas a lo largo de la superficie inclinada, provocando un gradiente de densidad a través de la distancia que separa las caras del contenedor, dando lugar al establecimiento de una corriente de convección que transporta más rápidamente las partículas hacia el fondo. Nakamura y Kuroda (1937) propusieron una expresión para calcular la altura de la interfase en sedimentadores rectangulares inclinados.

Para modelar las velocidades y flujos que se generan en esta situación se han realizado varios estudios (Acrivos y Herbolzheimer, 1979; Herbolzheimer y Acrivos, 1981; Kapoor y Acrivos, 1995). Estos autores sugieren que en sedimentación en contenedores inclinados se tienen tres regiones principalmente: región de líquido claro, región en suspensión y región de sedimento, tal como se esquematiza a continuación en la Figura 2.

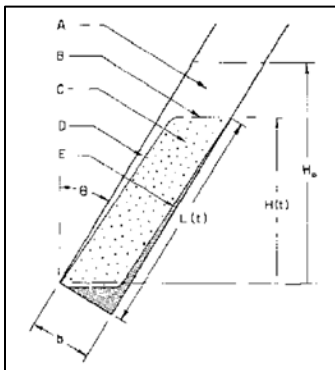


Figura 2. Diferentes regiones del campo de flujo durante la sedimentación en un canal inclinado definidas en el trabajo de Davis y Acrivos (1985)

Davis y Acrivos (1985) en un estudio posterior al de Nakamura y Kuroda (1937), señalan que el aumento de la tasa de sedimentación puede considerarse como resultado del hecho de que, mientras que las partículas solo pueden depositarse en el fondo de un canal con paredes verticales, también pueden depositarse en la pared inferior de un canal inclinado, como se observa en la Figura 2. Estas partículas forman una fina capa de sedimento que se desliza rápidamente hacia el fondo del contenedor bajo la acción de la gravedad. Así, se puede

interpretar el aumento de la tasa de sedimentación como consecuencia del aumento de la superficie disponible para el asentamiento. Por supuesto, dado que la suspensión es incompresible, coincidiendo con la eliminación de las partículas de la suspensión, paralelamente se desarrolla la producción de líquido clarificado. Esto tiene lugar en la parte superior de la suspensión y a lo largo de la pared superior, donde se forma una fina capa de fluido claro (Davis y Acrivos, 1985).

2.4 Ángulo de reposo y ángulo de deslizamiento

El ángulo de reposo o ángulo crítico de reposo corresponde al ángulo más pronunciado respecto al plano horizontal que permite que una porción de sedimentos se mantenga estable sin que se produzca deslizamiento entre ellos, esta definición fue realizada por Jaeger et al. (1996). Mientras que el ángulo de deslizamiento de la pulpa, Shook et al. (1974) lo definió como el ángulo que mantiene estática la capa de sólidos en contacto con la pared interna de la tubería.

2.5 Estudios relacionados

En cuanto a los estudios realizados que son aplicables directamente a migración de partículas, se pueden destacar varios, como por ejemplo, el análisis efectuado por Ihle (2014) donde analizó la importancia relativa entre un golpe de ariete y la fricción adicional causada por un bloqueo en un punto bajo de una tubería, a modo de evaluar cuál de estos dos escenarios genera mayores presiones en el sistema. También se pueden revisar las pruebas de ángulo de reposo realizadas por Sampaio y Brandao (2004) y por Bragança y Silva (2007) basadas en el procedimiento de PSI (2007), el primer trabajo para encontrar alguna explicación respecto del aumento del riesgo de embanque y el segundo para buscar alternativas a la cal como modificador reológico, ambos estudios fueron desarrollados para el transporte de concentrado de hierro en la tubería de Samarco, complejo minero ubicado en Brasil

Por otra parte, se cuenta con el trabajo de Valencia (2017), quien tomando como base los datos operacionales de 4 mineroductos de hierro, basándose en la Ec. (3), estableció un modelo para relacionar algunos parámetros geométricos de la tubería con las características de la pulpa y los patrones de acumulación de sólidos en los puntos bajos del trazado.

Por último, se pueden destacar el trabajo experimental de Cotroneo (2015), orientado a esclarecer el efecto del contraste de diámetros y concentraciones de mezclas bi-dispersas en la formación de lechos y también a estudiar el efecto de la pendiente de fondo en las características de la sedimentación. Y los trabajos de Palma et al. (2016) y Palma et al. (2018) donde se realizaron una serie de experimentos de sedimentación y simulaciones numéricas para entender los factores que controlan el ángulo final de la capa estática de sedimentos formada por las partículas casi monodispersas que se asientan en un contenedor inclinado, empleando diferentes geometrías en el primer y segundo trabajo y comparando sus resultados.

Si bien los estudios indicados en el párrafo anterior apuntan hacia objetivos similares a los del trabajo que se presenta en este documento, esta investigación tiene la particularidad de

que para todos los ensayos realizados se utilizó una muestra remanente de concentrado de cobre facilitadas por el Centro de Investigación en Minería Sustentable (CIMS JRI).

3. TRABAJO EXPERIMENTAL

El procedimiento de ensayo fue adaptado a partir de la metodología empleada en el Centro de Investigación JRI S. A. (2019), con la cual se desarrollaron algunos ensayos exploratorios, a partir de los cuales fue posible definir las variables que se podían considerar y la factibilidad de su modificación. También permitieron modificar el tiempo de ejecución de cada ensayo e implementar un método de extracción de muestras para granulometría. Además, se implementó un código en el software MATLAB R2019a con el objetivo de poder realizar un seguimiento en el tiempo de la interfaz sólido-líquido dentro del tubo de ensayo.

En la Figura 3 se presenta el montaje utilizado visto en planta, con sus componentes, que corresponden a: 1: tubo de iluminación LED fría orientado en el mismo ángulo que el tubo, 2: tubo de ensayo con sistema de extracción de muestras incorporado, 3: soporte, 4: cámara para detección de interfaz sólido-líquido en vista longitudinal, 5: wifi móvil, 6: computador portátil conectado a ambas cámaras con rutina de MATLAB en ejecución para captura de imágenes, 7: lámpara de iluminación LED fría ajustada para detección de interfaz, 8: cámara para detección de interfaz sólido-líquido en vista transversal. Y en la Figura 4 una vista transversal desde la base del tubo. La conexión entre las cámaras (que corresponden a teléfonos móviles) y el computador portátil se realizó mediante *wifi* y *bluetooth*.

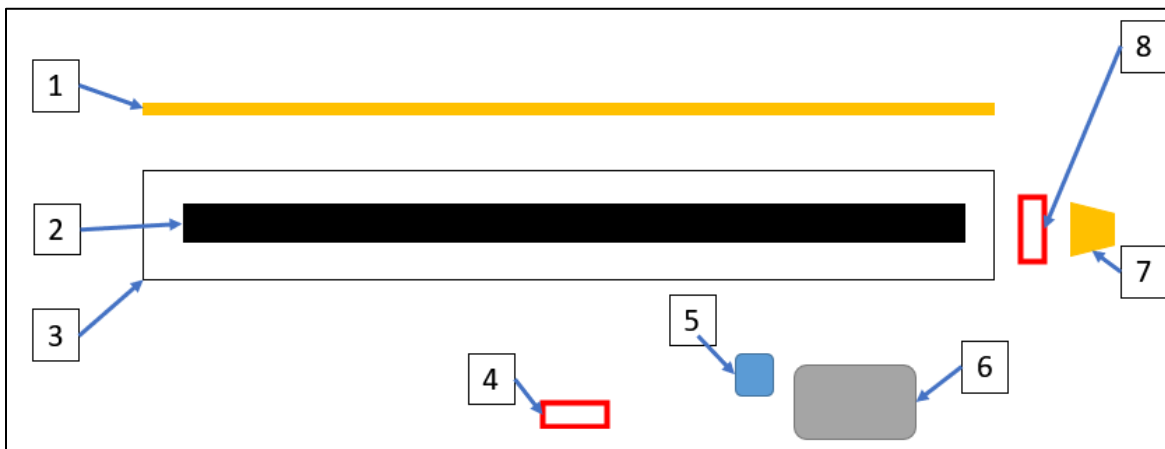


Figura 3. Vista en planta del montaje utilizado para el ensayo ángulo de reposo-resuspensión.

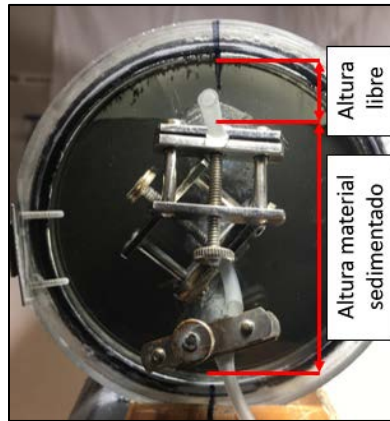


Figura 4. Vista transversal incluyendo definiciones de Altura material sedimentado y Altura libre.

Además de la altura libre, es necesario definir otras variables geométricas que fueron medidas y analizadas como la pendiente del sistema (i_s) y la pendiente de la interfaz sólido-líquido (i_p), las cuales se muestran en Figura 5.

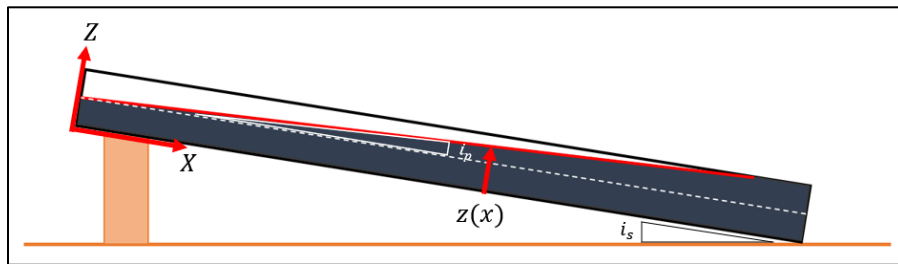


Figura 5. Definición geométrica de la pendiente del sistema (i_s) y de la pendiente de la interfaz sólido-líquido (i_p). Además del sistema coordenado empleado en las mediciones.

El tubo de acrílico empleado en el montaje experimental poseía diámetro interno de 10 [cm], espesor de 0,5 [cm] y longitud de 110, 7 [cm].

Con el fin de realizar mediciones de la interfaz sólido-líquido en su vista longitudinal, se utilizó el *Camera Calibration Toolbox for Matlab* (Bouguet, 2013) basado en el modelo de Zhang (Zhang, 2000). Para las mediciones en la vista transversal, se utilizaron las herramientas gráficas de Excel para poder medir la altura libre en el tubo.

En cuanto al método de extracción de muestras granulométricas aplicado, se puede esquematizar como se muestra en la Figura 6.

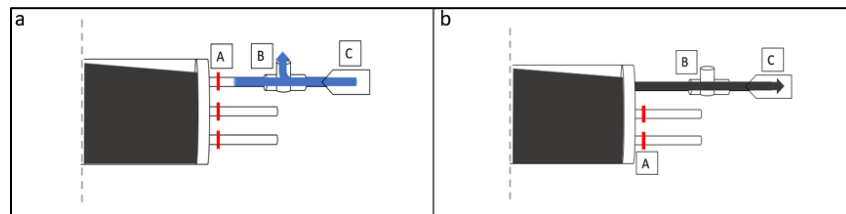


Figura 6. Esquematización de la operación del sistema de extracción de muestras. a) ingreso de agua y b) extracción de muestra de pulpa. A) pinza cerrada, B) pieza T, C) jeringa

Es importante aclarar que durante la ejecución de cada ensayo (desde la agitación) estas mangueras se encuentran bloqueadas por fuera de la tapa con pinzas, y al finalizar el ensayo a cada manguera se le conecta una pieza T de salida bilateral que se opera de dos formas, a) y b) secuencialmente, como se esquematiza en la Figura 6. Esta operación compuesta por a) y b) se realizó análoga y también secuencial para los orificios 1, 2 y 3, respectivamente. Ubicados a 2,5 [cm], 5 [cm] y 7,5 [cm] de la base de la cara transversal del tubo.

3.1 Condiciones ensayadas

Los valores de las variables consideradas en los ensayos fueron: $C_p = \{55\%, 60\%, 65\%\}$ e $i_s = \{5\%, 10\%, 15\%, 20\%\}$, resultando un total de 12 combinaciones entre ellas, es decir, 12 ensayos.

3.2 Procedimiento de ensayo

El procedimiento de ensayo se puede simplificar a través de los siguientes pasos:

1. Medición de puntos de referencia en coordenadas reales para implementación del *Camera Calibration Toolbox for Matlab* (Bouguet, 2013)
2. Preparación de muestra de pulpa a C_p nominal requerido
3. Medición de C_p real de la muestra preparada
4. Conexión a electricidad de iluminación, celulares, notebook y wifi móvil
5. Ajuste de maqueta de ensayo y tubo de iluminación LED en ángulo requerido
6. Posicionamiento de la lámpara en la vista transversal para poder detectar interfaz
7. Conexión mediante aplicaciones DroidCam e iVCam de los celulares al notebook
8. Captura de imágenes del patrón plano utilizado para calibración y rectificación de la cámara dispuesta para capturar la vista longitudinal del ensayo (*Camera Calibration Toolbox for Matlab* (Bouguet, 2013))
9. Carga de la muestra de pulpa preparada en el tubo de ensayo
10. Homogenización de la muestra en el tubo de ensayo a través de agitación manual
11. Posicionamiento del tubo de ensayo en la maqueta
12. Ejecución del código de captura y almacenamiento de imágenes durante 15 [h]
13. Extracción de muestras granulométricas desde la cara transversal aguas abajo del tubo
14. Descarga del tubo y medición de C_p

Cabe mencionar que las mediciones de C_p solo se realizaron cada 4 ensayos, es decir, cuando se cambiaba de concentración nominal.

3.3 Caracterización de la pulpa

Utilizando el método del picnómetro se determinó que la densidad de sólidos tenía el valor de $\rho_s = 3,99 \pm 0,17 [g/cm^3]$. A partir de un ensayo de granulometría láser, se construyó la curva granulométrica de la pulpa, de la cual se pudieron extraer los diámetros característicos $D_{10} = 3,74 [\mu m]$, $D_{50} = 25,33 [\mu m]$, $D_{80} = 66,08 [\mu m]$.

La tensión de fluencia y viscosidad de la pulpa se obtuvo empleando un Reómetro modelo Haake RheoStress RS600, los valores de estas propiedades se presentan en la Figura 7 y en la Figura 8 en función de la concentración.

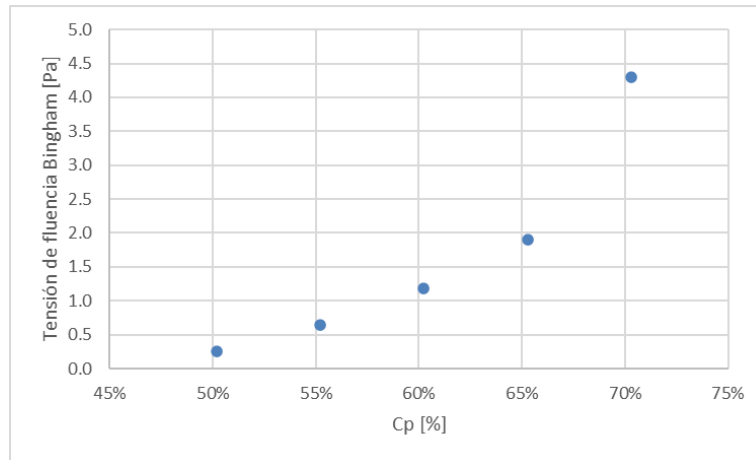


Figura 7. Tensión de fluencia Bingham τ_f de la muestra para diferentes concentraciones en peso

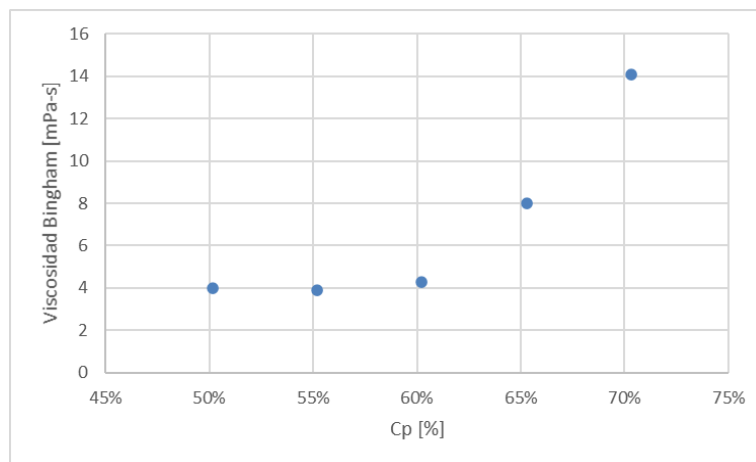


Figura 8. Viscosidad Bingham μ de la muestra para diferentes concentraciones en peso

Además, se optó por realizar el ensayo de penetrometría para definir si la pulpa se considera repulpeable o refluidizable. Este ensayo se efectuó según el procedimiento con que cuenta el CIMS JRI (2020). Los resultados de los ensayos efectuado a las tres concentraciones de interés ($C_p = \{55\%, 60\%, 65\% \}$) indicaron que la pulpa era repulpeable según el criterio utilizado en el trabajo de Bragança y Silva (2007).

4. RESULTADOS

En primer lugar, en la Figura 9 se presentan los resultados de la medición de altura libre en función del tiempo realizada en la cara transversal del tubo aguas abajo, tal como se indicó en Figura 5. Es importante agregar que estos gráficos permitieron determinar el tiempo de estabilización de la interfaz (tiempo a partir del cual la altura libre se mantiene constante).

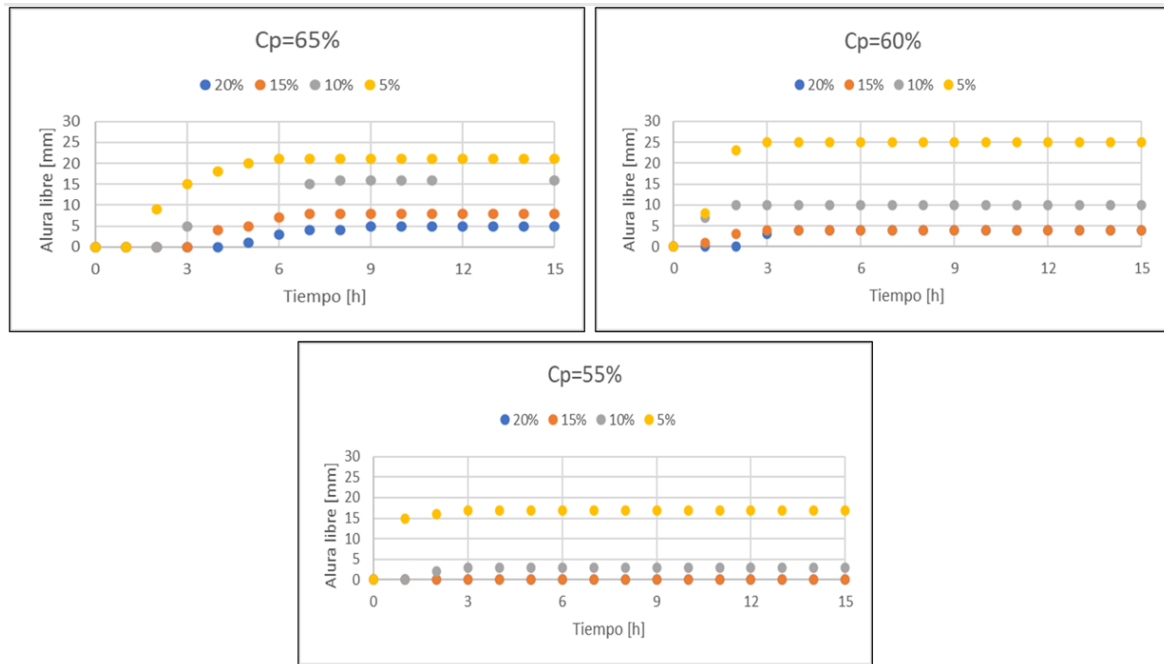


Figura 9. Registros de altura libre en función del tiempo para todos los ensayos realizados

El seguimiento de la interfaz en el tiempo permitió visualizar la dinámica del fenómeno migratorio y calcular la pendiente final de la interfase sólido-líquido.

Para resumir el estado final de los ensayos, respecto de la altura libre registrada y pendiente de la interfaz calculada, se construyeron los gráficos de la Figura 10 y la Figura 11.

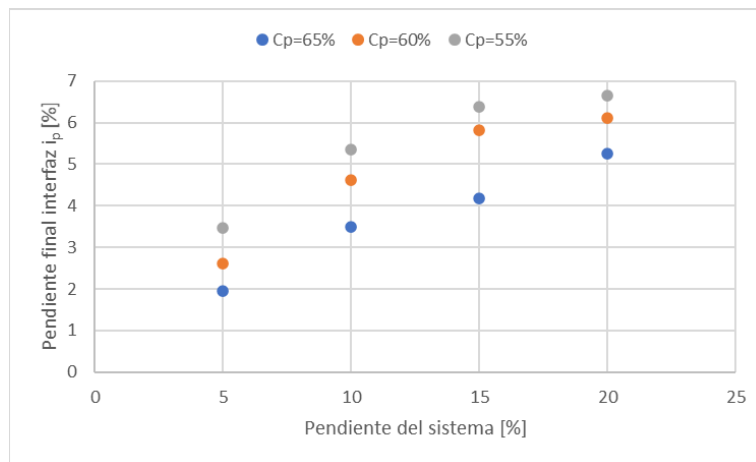


Figura 10. Pendiente final de la interfaz i_p en función de la pendiente del sistema i_s para las concentraciones analizadas

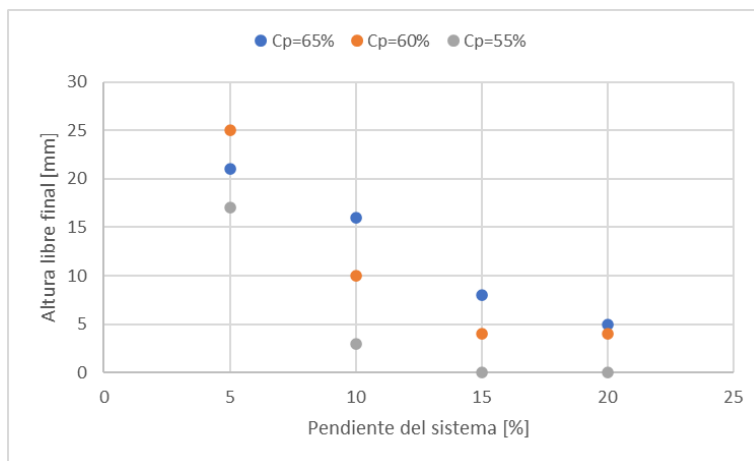


Figura 11. Altura libre final en función de la pendiente del sistema i_s para las concentraciones analizadas

5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La primera observación fue que existe una tendencia a la disminución del tiempo de estabilización de los ensayos a medida que se disminuye la concentración. Teóricamente, existen dos parámetros que afectan el tiempo de sedimentación de mezclas concentradas: en primer lugar, la concentración de sólidos de la pulpa y por otra parte la viscosidad, que en este caso se modifica producto de modificar la concentración. En cuanto a la viscosidad, un estudio anterior dice que ésta controla la escala de tiempo sobre la cual se establece la morfología de la interfaz (Palma et al., 2016): una menor viscosidad va a provocar que el ensayo llegue más rápido a su condición estacionaria. En cuanto a la concentración de sólidos, está comprobado que una concentración de partículas más baja produce que la sedimentación de partículas sólidas sea más rápida, dado que las partículas tienen más libertad para moverse. Como al disminuir la concentración, la viscosidad de la pulpa disminuye y teóricamente la sedimentación de partículas es más rápida se esperaba que el tiempo de estabilización de los ensayos también disminuyera, lo que efectivamente ocurrió.

El análisis granulométrico de las 3 muestras extraídas en cada ensayo no permitió detectar claramente cuáles eran las características del material que estaba migrando hacia la zona aguas abajo del tubo, pero sí se pudieron apreciar algunas características. Tomando como referencia la granulometría de la muestra completa, es fácil ver que a medida que la concentración de sólido disminuye, la granulometría de las muestras, en general, se hace más gruesa.

Otra característica compartida en los resultados granulométricos de las 3 concentraciones en peso analizadas es que no se observó mayor segregación del diámetro característico D10 en toda la altura del lecho de sólidos. Como ya se mencionó, esta observación concuerda con el mecanismo de sedimentación de partículas polidispersas investigado por Cotroneo, (2015), donde el fenómeno de percolación de finos se encuentra presente y más claro en pendientes inclinadas. Si se piensa en sedimentación de partículas en contenedores verticales, se esperaría encontrar una distribución de partículas más fina en la zona superior del estrato

sedimentado y más gruesa en la zona inferior. Esto ocurre aproximadamente para todos los diámetros característicos a $C_p = 65\%$ y a $C_p = 55\%$ en $i_s = 5\%$. Sin embargo, a $C_p = 55\%$ y pendientes altas se ve que el material más grueso se encuentra en los puntos 2 y 3 del lecho de sólidos, es decir en la zona central y/o inferior. Una hipótesis respecto de esta distribución es que el aporte de material sólido desde aguas arriba del tubo generó una alteración en esta distribución y al poseer mayor energía para moverse desde aguas arriba a aguas abajo que las partículas finas, llegó primero aguas abajo y generó esta particularidad.

Las dos tendencias principalmente detectadas respecto de la variación de la pendiente del sistema y de la concentración son:

Pendiente del sistema i_s : en todos los ensayos al aumentar la pendiente del sistema i_s también aumentó la pendiente de la interfaz sólido-líquido con respecto al fondo del tubo. Por lo tanto, aumentar la pendiente del sistema genera una situación más desfavorable en concentraductos ante detenciones, como la pendiente final de la interfaz corresponde a un promedio, es conveniente analizar lo que ocurrió con las alturas libres finales medidas directamente al finalizar cada ensayo. Estas mediciones mantienen la tendencia señalada, dado que para todas las concentraciones al aumentar i_s la altura libre, en términos generales, disminuye. Por otra parte, en Figura 10 se aprecia un aumento más rápido de i_p para i_s entre 5% y 15% y más suave entre 15% y 20%. La tendencia general encontrada se debe a que al imponer una pendiente más alta al sistema, se provee de mayor energía potencial a las partículas en la zona aguas arriba del tubo, que posteriormente se transformará en la energía cinética que les permite transportarse hacia aguas abajo (migración). Por otra parte, la disminución de la tasa de aumento de la pendiente de la interfaz puede ser debida a que cuando aguas abajo del tubo se registra nula o casi nula altura libre, producto de las limitaciones físicas que imponen las paredes del tubo, se genera una cuña que tiene cada vez menos capacidad de recibir aporte de material sólido desde aguas arriba.

Concentración de sólidos en peso C_p : respecto de este parámetro la tendencia detectada fue que al aumentar el C_p , i_p disminuyó y la altura libre medida al final de cada ensayo aumentó. En consecuencia, aumentar la concentración en peso de la pulpa, genera una situación más favorable en concentraductos, desde el punto de vista de la migración de partículas. Los resultados obtenidos concuerdan con lo informado por diversos autores referente al fenómeno de sedimentación obstruida que se presentó en el capítulo de Revisión Bibliográfica, donde se expuso que la teoría indica que una concentración de sólidos más baja genera sedimentaciones más rápidas, es decir, es más fácil para las partículas sedimentar y por lo visto en los resultados de estas experimentaciones también migrar.

Una particularidad detectada en la variación de la altura final con la pendiente del sistema es que para $i_s = 5\%$ no se respeta por completo la tendencia descrita respecto de la concentración de sólidos. En sedimentación de partículas en conductos verticales ocurre que se genera mayor altura libre a concentraciones de sólidos más bajas, dado que hay menos partículas sólidas, para la pendiente del sistema más baja ($i_s = 5\%$) se podría esperar un comportamiento parecido al descrito, dado que el valor de la pendiente es casi nulo y no se pensaría que ocurriera migración. No obstante, los resultados muestran que no es así, esto

queda comprobado con la pendiente que toma la interfaz al finalizar el ensayo con $C_p = 55\%$ e $i_s = 5\%$ que fue $i_p = 3.48\%$, es decir, hubo una leve acumulación de material sólido hacia aguas abajo del tubo.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo se estudió experimentalmente el fenómeno de migración de partículas sólidas, utilizando concentrado de cobre de un yacimiento minero. Específicamente se analizó el efecto de variar la concentración de la pulpa y la pendiente del sistema en la disposición final de las partículas sólidas de la pulpa.

A partir de los 12 ensayos ejecutados se determinó que, tanto la pendiente del sistema como la concentración de sólidos, influyen en la morfología de la capa de sedimento formada al finalizar el proceso de sedimentación en pendiente inclinada, tal como ya se había vislumbrado en trabajos anteriores. Dentro de las características de ensayo estudiadas, considerando como parámetro de control la altura libre final, se encontró que la condición más desfavorable se encuentra dominada por la concentración de sólidos más baja, mientras que la condición más favorable por la pendiente del sistema más baja.

Las posibilidades de modificar estas dos variables en un concentraducto son limitadas, dado que la concentración de sólidos es una variable operacional que busca ser maximizada para manejar el recurso agua, pero que si permite hacer ajustes con el fin de limitar la concentración mínima. En cuanto a la pendiente del sistema, por ser una variable de diseño, una vez que el concentraducto está construido es muy difícil de modificar, principalmente por el tiempo y costo que eso conllevaría.

El seguimiento de los ensayos con captura de imágenes y su posterior procesamiento, permitieron realizar una descripción del mecanismo de migración. Se pudo apreciar que luego de agitar la pulpa de concentrado de cobre dentro del tubo de ensayo, en la zona aguas arriba del tubo es donde primero se ve producción de líquido claro, ya que mientras las partículas sedimentan verticalmente, una parte de ellas se desplaza en forma paralela por la interfaz sólido-líquido hacia aguas abajo producto de la pendiente del sistema. Debido al aporte de material sólido que existe desde aguas arriba hacia aguas abajo, la producción de líquido claro aguas abajo del tubo comienza en forma retardada.

El análisis granulométrico no permitió detectar una tendencia clara respecto de qué tipo de material es el que se desplaza hacia aguas abajo de la tubería. Sin embargo, permitió visualizar 2 aspectos: el engrosamiento de la granulometría a medida que disminuye el C_p ; y la alteración de la granulometría que se esperaría en sedimentación en contenedores verticales, producto del aporte de material desde aguas arriba del tubo.

El escalamiento de estos resultados a nivel industrial no es posible con la cantidad y características de los ensayos efectuados, principalmente por la geometría del tubo, dado que a nivel industrial hay dos variables que se deben tomar en cuenta: la longitud de la zona con pendiente alta y el diámetro de la tubería. Sin embargo, pensando en la mecánica del fenómeno se podría inferir que aumentar el diámetro y/o largo del tubo aumentaría el tiempo

de estabilización de la interfaz, dado que tanto el diámetro como el largo del tubo forman parte de la trayectoria que recorren las partículas que migran hacia el fondo de la tubería. En los ensayos efectuados, el tiempo de estabilización registrado fue entre 2.6 [h] y 7 [h]. En consecuencia, para mayores dimensiones de un concentrado se esperaría que los tiempos registrados fueran mayores a los mencionados.

Con la cantidad de ensayos efectuados no es posible proponer una expresión que determine la pendiente máxima de un concentrado a partir de las características de la pulpa, pero en caso de que se pudieran agregar ensayos a este estudio, se debería incluir como mínimo la concentración de sólidos de la pulpa, que impactará directamente tanto en la reología de la pulpa como en su velocidad de sedimentación y además incluir la geometría del tubo por las razones ya expuestas. Otras variables que no fue posible evaluar en este estudio, son la granulometría de las partículas de concentrado y la gravedad específica de sólidos, que también influyen en la velocidad de sedimentación de la pulpa. No obstante, variar estas propiedades físicas implicaría contar con concentrado de cobre proveniente de diferentes yacimientos mineros. No obstante, se podrían hacer estudios similares con otro tipo de pulpas, por ejemplo: relaves gruesos, relaves finos o con arcillas, concentrados de hierro, etc. con el fin de ver cómo afectan sus diferentes granulometrías y gravedades específicas en las tendencias detectadas en este estudio.

Respecto de la recomendación de pendiente máxima utilizada actualmente, bajo las condiciones empleadas en estos ensayos no parece ser muy conservadora, dado que a $C_p = 55\%$ e $i_s = 15\%$ no se registró altura libre aguas abajo del tubo. Pero tal como se mencionó anteriormente, los resultados de este trabajo tienen varias limitaciones en cuanto a la geometría y la pulpa empleada, en consecuencia, este análisis debería ser complementado con estudios tales como los que se describieron.

Finalmente, como conclusión general, este estudio más que responder a los cuestionamientos que había en torno a la migración de partículas, entregó algunas herramientas para comprender mejor el fenómeno y abrió más interrogantes muy interesantes de estudiar y relevantes para la operación minera. Tales como la importancia de la definición de una concentración crítica para la pendiente máxima del trazado y la necesidad de estudiar el escalamiento de estos resultados a nivel industrial.

AGRADECIMIENTOS

Extiendo mis sinceros agradecimientos a mi familia, a mi profesor guía: Sebastián Rayo, a la comisión revisora de mi trabajo de título, que dio origen a este artículo: Álvaro Ossandón y Pamela Garrido. Así como también a JRI Ingeniería y al Centro de Investigación en Minería Sustentable (CIMS JRI) por su confianza y excelente disposición durante este trabajo.

REFERENCIAS

- Acrivos, A., & Herbolzheimer, E. (1979). Enhanced sedimentation in settling tanks with inclined walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 92(3), 435–457.
- Bouquet, J.-Y. (2013). Camera calibration toolbox for Matlab (Computer software). http://www.vision.caltech.edu/bouquetj/calib_doc/index.html

- Boycott, A.E. (1920). Sedimentation of Blood Corpuscles. *Nature*, 532.
- Bragança, A.C., & Silva, T.A. (2007). Alternative to Lime as a Rheology Modifier in the Transport of Iron Ore Slurry by the Samarco Pipeline. *HYDROTRANSPORT 17 - The 17th International Conference on the Hydraulic Transport of Solids*, 29–38.
- Centro de Investigación JRI S.A. (2019). *Ensayo Ángulo de Reposo-Re Suspensión*. Sistema de Gestión.
- Centro de Investigación JRI S.A. (2020). *Penetrometría*.
- Cotroneo, J. (2015). *Estudio experimental de la sedimentación de mezclas sólidos-líquida polidispersas en planos inclinados*. Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería mención Recursos y Medio Ambiente Hídrico. Universidad de Chile.
- Davis, R.H., & Acrivos, A. (1985). Sedimentation of noncolloidal particles at low reynolds numbers. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 17, 91–118.
- Fuentes, R. (2011). *Curso Reología de Pulpas*. JRI Ingeniería.
- García, M., & Maza, J.A. (1998). Origen y Propiedades de los Sedimentos. En *Manual de Ingeniería de Ríos*. Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería.
- Guazzelli, E., & Hinch, J. (2011). Fluctuations and instability in sedimentation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43, 97–116.
- Herbolzheimer, E., & Acrivos, A. (1981). Enhanced sedimentation in narrow tilted channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 108, 485–499.
- Hill, W.D., Rothfus, R.R., & Li, K. (1977). Boundary-enhanced sedimentation due to settling convection. *International Journal of Multiphase Flow*, 3(6), 561–583.
- Ihle, C.F. (2014). Should Maximum Pressures in Ore Pipelines be Computed Out of System Startups or Power Outages? *Minerals Engineering*, 55, 57–59. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.09.006>
- Jaeger, H.M., Nagel, S.R., & Behringer, R.P. (1996). Granular solids, liquids, and gases. *Reviews of Modern Physics*, 68(4), 1259–1273.
- Kapoor, B., & Acrivos, A. (1995). Sedimentation and sediment flow in settling tanks with inclined walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 290, 39–66.
- Krieger, I. M. (1972). Rheology of Monodisperse Latices. *Advances in Colloid and Interface Science*, 3(2), 111–136.
- Nakamura, N., & Kuroda, K. (1937). La cause de l'acceleration de la vitesse de sedimentation des suspensions dans les recipients inclines. *Keijo J. Med*, 8, 256–296.
- Palma, S., Ihle, C.F., & Tamburrino, A. (2018). Characterization of a sediment layer of concentrated fluid-solid mixtures in tilted ducts at low Reynolds numbers. *Powder Technology*, 325, 192–201. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.10.053>
- Palma, S., Ihle, C.F., Tamburrino, A., & Dalziel, S.B. (2016). Particle organization after viscous sedimentation in tilted containers. *Physics of Fluids*, 28(7).
- Phillips, R.J., Armstrong, R.C., Brown, R.A., Graham, A.L., & Abbott, J.R. (1992). A Constitutive Equation for Concentrated Suspensions that Accounts for Shear-Induced Particle Migration. *Physics of Fluids A*, 4(1), 30–40.
- PSI, P. S. I. (2007). *Technical Standard Laboratory Procedure Angle Slide and Angle of Repose*. PSI.
- Richardson, J.F., & Zaki, W.N. (1954). *Sedimentation and Fluidisation: Part I*. [http://dx.doi.org/10.1016/S0263-8762\(97\)80006-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0263-8762(97)80006-8)
- Sampaio, D.A., & Brandao, P.R.G. (2004). Rheological Properties of Iron Ore Concentrates Produced by Samarco Mineração S.A. (Samarco) and their Effect on the Potential of Plug Formation of the Pipeline. *HYDROTRANSPORT 16 - The 16th International Conference*

- on the Hydraulic Transport of Solids*, 231–243.
- Shook, C.A., Rollins, J., & Vassie, G.S. (1974). Sliding in inclined slurry pipelines at shutdown. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 52(3), 300–305.
- Valencia, P. (2017). *Efecto del Tiempo de Detención en la Seguridad Operacional en Concentraductos: Hacia la Determinación de un Tiempo Máximo*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Universidad de Chile.
- Zhang, Z. (2000). A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11), 1330–1334.

ACERCA DE LA AUTORA

Consuelo Salinas es Ingeniera Civil de la Universidad Técnica Federico Santa María, con gran interés en la hidráulica minera. Actualmente se desarrolla como Ingeniero de Proyectos en el Área Hidráulica de JRI Ingeniería.

TRANSIENTE DE PULPAS MINERAS EN TUBERÍAS PRESURIZADAS

FREDDY FLÓREZ¹, SEBASTIÁN RAYO²

¹JRI Ingeniería, Chile

freddy.florez@jri.cl

²JRI Ingeniería, Chile

srayo@jri.cl

RESUMEN

La contribución del Dr. Ramón Fuentes al estudio y la investigación de escurrimientos impermanentes en tuberías a presión de pulpas mineras es destacable. Su trabajo abarcó diversos campos, desde la consultoría especializada y la validación de los modelos existentes para el análisis de transientes hasta la formulación de modelos matemáticos en el análisis de flujos de pulpas.

Producto de su experiencia, y los modelos matemáticos por él implementados y validados en la práctica, se creó la base para la elaboración de la herramienta de cálculo para régimen transiente del software PULPAS®. Este software contiene el estado del arte para el cálculo computacional de flujos estacionarios, transporte por lotes (o también llamado transiente lento) y el análisis de eventos transientes de cualquier tipo de fluido, especialmente flujos bifásicos (mezclas de agua y sólidos con altas concentraciones).

En el siguiente artículo se presenta que los resultados de las validaciones fueron muy satisfactorios y que se dispone de una herramienta computacional eficaz para el uso por la industria minera.

Palabras claves: transientes, pulpas mineras, flujos bifásicos, tuberías presurizadas.

1. INTRODUCCIÓN

Los escurrimientos impermanentes son fenómenos que se propagan como ondas de velocidad y de presión que viajan rápidamente y que pueden ocurrir tanto en tuberías como en canales. Las primeras son conocidas como ondas o pulsos de Joukowsky, y en el caso de canales abiertos se conocen como ondas de Saint-Venant. Estos fenómenos son más frecuentes para sistemas presurizados debido a cambios en la operación de válvulas (planeadas o accidentales), el inicio o detención súbita de equipos de bombeo, las vibraciones de elementos de las máquinas hidráulicas, a cambios en la presión de suministro del sistema, operaciones en lotes (dos o más fluidos en la tubería), vaporización del fluido o cavitación,

corte de columna o *slack flow*, obstrucción de la tubería, caída súbita de la energía, turbulencia del flujo, entre otros (Wylie y Streeter, 1993; Fuentes, 2013).

El pulso de Joukowski (o golpe de ariete) ocasiona presiones elevadas con respecto a las normales o sub-presiones y, por ende, involucra consecuencias que pueden ser catastróficas en el caso de que no se tomen las previsiones o las medidas de disipación necesarias. Por consiguiente, un mal diseño de cualquier conducción presurizada que no considere adecuadamente este fenómeno puede conllevar a la detención del sistema o incluso a la destrucción de la tubería, con consecuencias operacionales graves.

Estos fenómenos impermanentes se presentan en los sistemas de transporte de pulpas en la minería chilena. Hasta la fecha no se registran fallas catastróficas relacionadas con fenómenos transientes, puesto que se cuentan con los estudios que han analizado con suficiencia este fenómeno. Igualmente, no es ajeno a que este fenómeno pueda ocurrir, y para ello se requiere de herramientas computacionales confiables y validadas que permitan una operación segura y confiable de los mineroductos, junto a una experiencia importante por parte del diseñador / consultor a cargo.

El listado de falla de tuberías, maquinarias o de tipo catastróficas por eventos transientes (ver Figura 1) a nivel mundial es largo. Lamentablemente, los casos detallados en la literatura son escasos por razones que es fácil imaginar: *“Los ingenieros no podemos como los médicos, enterrar nuestros errores, pero podemos no hablar de ellos”* (Fuentes, 2020). Sin embargo, algunas pocas descripciones y análisis de accidentes e incidentes pueden ser encontrados en Thorley (1991) y Koelle (1992).

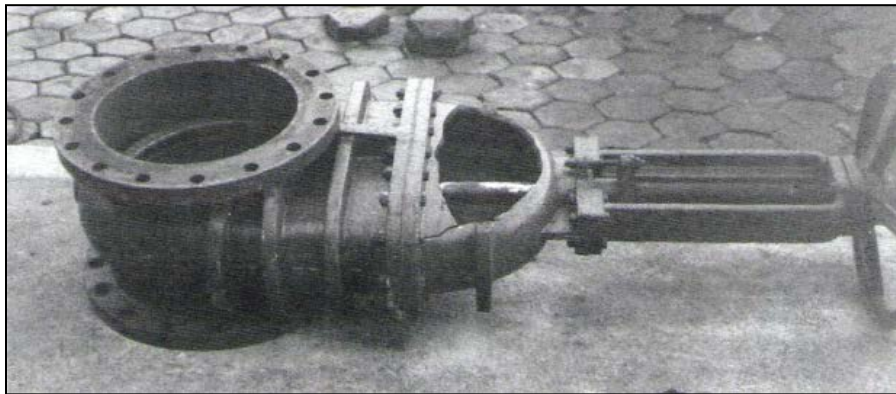


Figura 1. Ruptura de una válvula de una instalación de bombeo (Koelle, 1992)

En los sistemas de transporte hidráulico de sólidos por tuberías (THST) los eventos transientes pueden ser tan frecuentes como en un sistema que transporta un fluido puro. Adicionalmente se presentan dificultades y ambigüedades especiales en los cálculos, además las consecuencias pueden ser más graves comparadas con el caso de un líquido sin partículas (Fuentes, 2014).

2. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

En opinión de los autores, actualmente en el mercado internacional no hay disponibilidad de softwares aplicados, que ofrezcan herramientas computacionales confiables para el cálculo de pulpas mineras en régimen permanente y transiente. De acuerdo con la experiencia de JRI Ingeniería, estos softwares no garantizan la confiabilidad suficiente, y los resultados distan mucho de la realidad, no son predictivos y presentan varias deficiencias.

Debido a lo anterior, para los cálculos de sistemas de transporte hidráulico de sólidos en régimen permanente, las empresas consultoras de ingeniería se basan en hojas de cálculos y macros para la ejecución de rutinas no complejas y que no requieren gran consumo de tiempo computacional, incorporando metodologías ad-hoc para la determinación de pérdidas de energía friccionales y singulares. Aunque esta forma de cálculo es común en la ingeniería, se requiere de un alto grado de instrucción por parte del ingeniero. Asimismo, la incorporación de muchos datos de forma manual que pueden conducir a errores, además de invertir mucho tiempo en la revisión por parte de los equipos de trabajo. Por lo general, se adolece de herramientas gráficas que permitan identificar rápidamente potenciales problemas durante el diseño.

En el caso de régimen transiente, los cálculos se basan en software *in-house*, y no todas las compañías tienen el *know-how* necesario para realizar este tipo de cálculos. Por lo general, estos softwares propios están basados en una estructura de programación lineal que requieren modificaciones y adaptaciones a las nuevas condiciones de la configuración de la conducción. Por consiguiente, para el uso y desarrollo de este tipo de herramientas se requiere de un alto grado de experiencia y conocimientos avanzados en fluidodinámica, que en el caso de JRI Ingeniería fueron realizados por más de 30 años por el Dr. Ramón Fuentes.

3. MODELOS MATEMÁTICOS IMPLEMENTADOS EN PULPAS®

El software PULPAS® nace como una necesidad de la industria minera para el diseño eficiente y confiable de mineroductos. Con el propósito de encapsular el conocimiento y la experiencia del Dr. Fuentes en el cálculo de sistemas de THST en régimen transiente, es que JRI Ingeniería decide iniciar un proyecto interno cuyos resultados dieron la luz en diciembre de 2020 con la versión 1.0 del software.

El software PULPAS® es una herramienta computacional escrito en C# que contiene el estado del arte, de investigación y de desarrollo acumulado por JRI Ingeniería en el diseño de sistemas complejos de transporte de pulpas a presión. Este software está compuesto de dos módulos: 1) la interfaz gráfica de usuario, que contiene el entorno visual desde el cual se construyen los modelos y se visualizan los resultados, y 2) el motor de cálculo, en el cual se encuentran todos los algoritmos y modelos matemáticos. El motor de cálculo tiene tres herramientas de cómputo para el cálculo de sistemas presurizados: régimen permanente, periodo extendido y transiente.

3.1 Herramienta de cálculo en régimen permanente

Se refiere al análisis de un fluido cuyas propiedades no cambian con el tiempo a lo largo de una tubería presurizada. En el software se ingresan las propiedades reológicas de cualquier fluido y posteriormente hace un análisis en estado estacionario de las pérdidas de cargas en la conducción mediante el uso de distintos métodos como Slatter, Wasp, entre otros. Así mismo, se pueden incluir diversos tipos de elementos como válvulas, discos de ruptura, anillos disipadores, bombas centrífugas, bombas peristálticas, entre otros. Adicionalmente, se pueden crear diversos escenarios y analizar la respuesta del sistema por la inclusión de un nuevo elemento en particular. Por consiguiente, estas variaciones del sistema mediante la construcción de múltiples escenarios le permiten al diseñador tener herramientas para un diseño óptimo del sistema en estudio de forma rápida.

Este módulo del motor de cálculo tiene su fundamentación matemática en el método del gradiente conjugado, propuesto por Todini y Pilati (1988). Este método se basa en el método de Newton-Raphson aplicado a analizar sistemas de distribución en estado permanente. La formulación en forma matricial tiene la siguiente forma:

$$\begin{cases} [A12] [H] + [F(Q)] = -[A10] [H0] \\ [A21] [Q] = q \end{cases} \quad (1)$$

en donde $[A12]$ es la matriz de conectividad, $[H]$ es la matriz de cargas hidráulicas desconocidas, $F[Q]$ es la pérdida de carga en tuberías, $[A10]$ es la matriz de cargas hidráulicas conocidas, $[H0]$ es la matriz de cargas hidráulicas conocidas, $[Q]$ es la matriz de caudales en cada tubería (se supone un valor inicial) y, $[q]$ es la demanda en los nodos. Después de varias derivaciones de la ecuación (1), se obtiene una nueva forma matricial en donde inicialmente se obtiene la carga hidráulica en los nodos para la iteración $[H]^{k+1}$ y luego para el caudal por tramo $[Q]^{k+1}$. Posteriormente, mediante un proceso iterativo los errores residuales se van reduciendo hasta lograr la solución buscada dentro del rango de precisión deseado. Al tratarse de encontrar la solución a un sistema no simétrico de sistemas de ecuaciones lineales, se implementó el método GMRES (del inglés, *Generalized Minimal Residual method*) el cual permitió encontrar la solución numérica (convergencia) en mucho menor tiempo al contrario que otros métodos numéricos. En el caso de usar bombas centrífugas, se incorporó una curva característica de la bomba de tipo potencial, basado en la solución propuesta por Salgado (1988).

3.2 Herramienta de cálculo en periodo extendido

El software tiene la capacidad de ejecutar el análisis del comportamiento de un sistema de transporte de pulpa cuando se están transportando dos fluidos o más. Adicionalmente, este módulo está concebido para analizar el comportamiento hidráulico cuando en una conducción se realizan labores de mantenimiento y no se desea detener la operación. Este tipo de operación también se lleva a cabo cuando se desea variar el tipo de fluido que se está transportando (por ejemplo, pulpas mineras con distintas concentraciones), o cuando se necesitan realizar detenciones programadas a tubería llena y se desea evitar que en los tramos

críticos se pueda generar condición de embancamiento y/o migración de pulpas, y que pueda bloquear la tubería cuando se reinicie nuevamente la operación.

Este tipo de análisis también es conocido como operación en lote (o del inglés, *batch*) y permite un rápido análisis de la conducción en régimen cuasi-permanente. En la figura 2 se muestra la línea piezométrica (línea color rojo) calculada para el transporte de un lote de pulpa 1- agua –pulpa 2 en una tubería presurizada en dos instantes de tiempo.

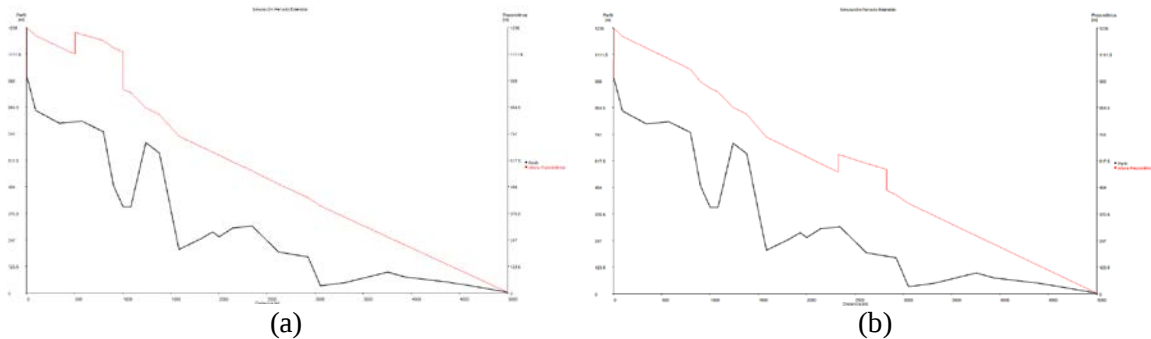


Figura 2. Operación en lote pulpa 1 - agua – pulpa 2 para los instantes: a) $t = 0$ s, y b) $t = 150$ s

Este módulo está basado en los mismos algoritmos de cálculo descritos en el numeral 2.1.1. pero adaptado para dos o más fluidos.

3.3 Herramienta de cálculo para régimen transiente

Este tipo de estudio es el más complejo e importante en un sistema presurizado porque las sobre presiones (o sub-presiones) generadas puede conllevar al colapso o a una falla catastrófica de la tubería. La fundamentación matemática se basa en las ecuaciones (2), (3) y (4) que esencialmente son las que Allievi dedujo y publicó en 1902.

La expresión de la velocidad de Allievi a es,

$$a^2 = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \Phi \left(\frac{D}{e} \frac{K}{E} \right)} \quad (2)$$

En donde, K es el módulo global de compresibilidad del líquido, E es el módulo de Young del material del ducto, ρ es la densidad del líquido, D es el diámetro interno de la tubería, e es el espesor de la tubería, y Φ es un coeficiente adimensional dependiente del tipo de sujeción.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial X} + \frac{\tau_0}{\rho R_H} = 0 \quad (3)$$

En donde, V es la velocidad del flujo, g es la aceleración de la gravedad, H es la carga hidráulica, X es la distancia, τ_0 es la fuerza tractiva del fluido, ρ es la densidad del fluido y R_H es el radio hidráulico.

$$g \frac{\partial H}{\partial t} + a^2 \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad (4)$$

La solución numérica de las ecuaciones de Allievi se pueden encontrar mediante el uso del método de las características. Por lo tanto, la formulación desarrollada y aplicada para el análisis del golpe de ariete por Wylie y Streeter (1979, 1993) es la que se usa en el PULPAS® en vista de su simplicidad y claridad. Después de varias deducciones y simplificaciones de las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad (ecuaciones 3 y 4) en forma diferencial se obtienen dos ecuaciones diferenciales totales. Para más detalles de su deducción matemática, puede consultarse Wylie y Streeter (1979, 1993).

Para el uso del método se recomienda que los valores de discretización del espacio Δx y del tiempo Δt sean lo suficientemente pequeños para obtener resultados adecuados y garantizar la estabilidad de los cálculos. Para ello se requiere se cumpla la condición de convergencia Courant-Friedrichs-Lewy Co mostrada en la ecuación (5):

$$Co = \frac{a \Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (5)$$

Y según Wylie y Streeter (1979) que se emplee la siguiente igualdad para la definición de Δt que se muestra en la ecuación (6):

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{a} \quad (6)$$

Un aspecto preponderante en las pulpas mineras es que la presencia de partículas sólidas afecta la velocidad de Allievi a , y es entonces de interés conocer esta velocidad en el sistema.

Los modelos o enfoques desarrollados para el cálculo pueden describirse según tres planteamientos tal como se muestra en la Figura 3: 1) modelo del fluido homogéneo, si las partículas son muy pequeñas y/o la velocidad del escurrimiento es alta y/o la densidad de sólidos es cercana a la del fluido entonces se pueden emplear las ecuaciones para un líquido homogéneo, 2) modelo de los escurrimientos separados, se concibe que líquido y partículas circulan en contacto pero no mezclados, y 3) modelo de las partículas aisladas, si las partículas son grandes y/o su densidad es alta entonces se pueden tomar en cuenta los efectos de inercia y masa virtual para una partícula única, sin considerar colisiones ni interacción hidrodinámica entre partículas (Fuentes, 2013).

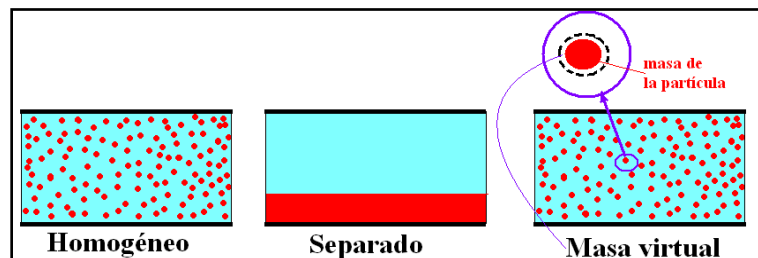


Figura 3. Esquema de diferentes modelos para el cálculo de la velocidad de onda (Fuentes, 2013)

Para cada uno de los esquemas presentados en la Figura 3, diversos autores presentaron modelos matemáticos para la determinación de la celeridad de onda a : modelo de escurrimiento homogéneo de Thorley y Hwang (1979), modelo de escurrimiento separado

de Wood y Kao (1966), y el modelo de masa virtual de Bechteler y Vogel (1982). De acuerdo con verificaciones experimentales, este último es el que mejor ha interpretado valores experimentales tanto para tuberías de pared relativamente gruesa ($D/e \approx 10$) como para tuberías de pared relativamente delgada ($D/e \approx 60$), y por lo tanto es el modelo implementado en PULPAS®. En la ecuación 7 se muestra la formulación de Bechteler y Vogel (1982):

$$a^{*2} = \frac{1 - \frac{\Delta}{\frac{1}{Cv} + \Delta}}{1 - Cv \left(1 - \frac{Cv}{K^*} \right) + D^*} \quad (7)$$

En donde: K_s es el módulo de elasticidad de las partículas sólidas, $K^* = K_s / K$, Cv es la concentración en volumen, $a^{*2} = a^2 / (K / \rho)$, ρ_s es la densidad de los sólidos, $S = \rho_s / \rho$, $\Delta = S - 1$, y $D^* = \Phi (K / E) (D / E)$.

4. VALIDACIÓN: PULPAS® vs QBASIC (Dr. R. Fuentes)

La validación del software PULPAS® para el régimen permanente consistió en comparar los resultados de diversos escenarios con las hojas de cálculo del Área de Hidráulica de JRI Ingeniería. Los resultados fueron altamente satisfactorios porque se llegaron a diferencias máximas de orden del 0.3% en las líneas piezométricas.

Para el caso de la herramienta de cálculo en régimen transiente del software PULPAS®, los resultados fueron comparados con el programa original del Dr. Ramón Fuentes. Es de mencionar que el programa del Dr. Fuentes está escrito en QBasic y dentro de él se consideraban algunas simplificaciones debido a la complejidad de abarcar todos los elementos como válvulas, anillos, entre otros dentro del programa. La diferencia del PULPAS® es que es una herramienta robusta que permite simular todas las condiciones y propiedades de los elementos que se están analizando.

Producto de la tarea de validación, unos de los eventos que se analizó consistió en un sistema de transporte de pulpa de longitud de 9 km el cual se inicia desde un punto alto, se consideró una estación de bombeo con tres bombas centrífugas, estaciones disipadoras (ED) localizadas en los km 1+150 (ED1) y 9+000 (ED2), válvula de tipo de bola, tiempo de cierre de válvula de 90 s, tubería de acero API 5L Gr. B diámetro nominal 16", espesor de 16.66 mm, tubería clase #600, discos de ruptura arriba de la ED1 y ED2. Dentro de las Figura (4) y (5) se muestra un esquema de la configuración del sistema de transporte considerado y que fue el mismo para ambos casos.

En la Figura (4) se muestran los resultados de un escenario transiente consistente en la detención brusca de la una de las tres bombas. Las envolventes máximas y mínimas generadas por la simulación en el PULPAS® vs Dr. Ramón Fuentes pueden ser observadas. En esta gráfica se demuestra que los resultados obtenidos fueron similares por ambos programas y las líneas piezométricas máximas se superponen.

En la Figura (5) se muestran los resultados de las envolventes piezométricas máximas para el cierre de la estación disipadora No. 2 localizada al final de la conducción. Como se puede apreciar en esta imagen, ambas herramientas muestran resultados similares y las envolventes piezométricas prácticamente se superponen a lo largo de toda la conducción. Aunque las sobrepresiones fueron mucho mayores para aguas arriba de la ED1, es de esperarse que se presenten ondas de choque por la presencia de anillos y elementos que cambian la dinámica del flujo y maximicen la onda de Joukowski.

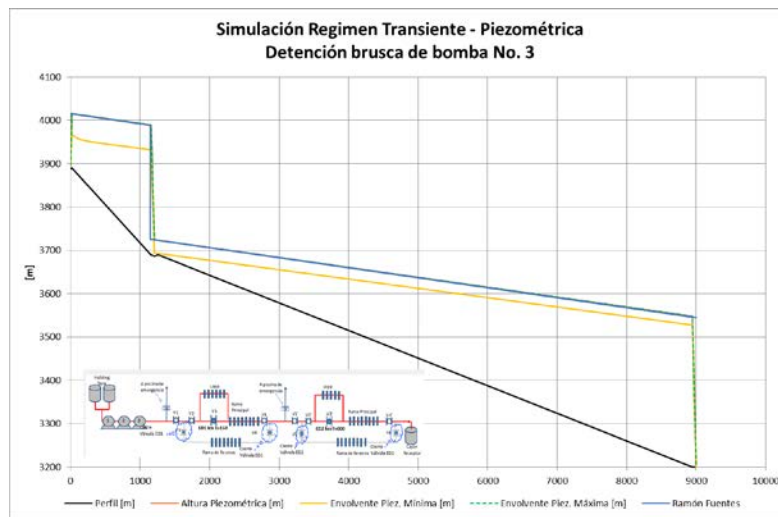


Figura 4. Comparación de resultados de detención brusca de bomba No. 3: PULPAS® vs Dr. Ramón Fuentes (QBasic)

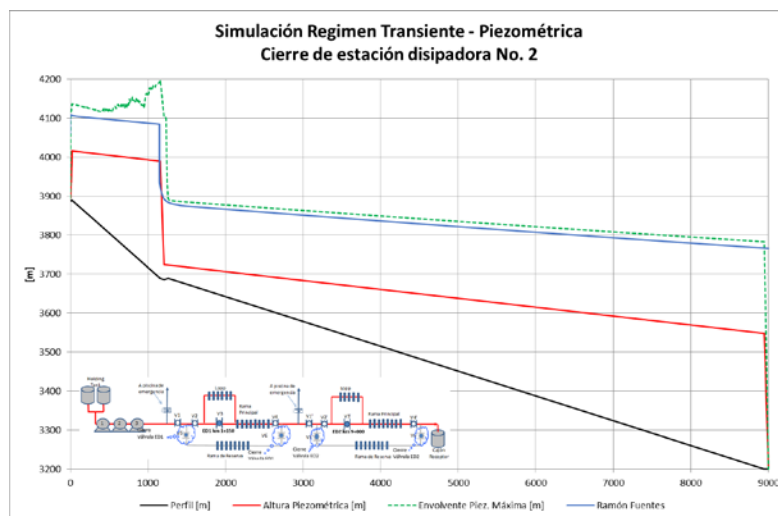


Figura 5. Comparación de resultados de cierre de estación disipadora No. 2: PULPAS® vs Dr. R. Fuentes (QBasic)

5. CONCLUSIONES

Con base en lo presentado en este documento, se concluyen los siguientes aspectos:

- Actualmente se dispone de una herramienta computacional robusta y que contiene el estado del arte para el cálculo de sistemas de transporte de sólidos en tuberías presurizadas en regímenes permanente, periodo extendido y transiente.
- La contribución del Dr. Ramón Fuentes para la ingeniería ha sido destacada puesto que sus desarrollos e investigaciones en el tema de transientes permitió que su conocimiento y experiencia quedara plasmada en una herramienta de cálculo confiable, plenamente validada para el uso en la minería.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar sus agradecimientos a JRI Ingeniería por el suministro de información, documentos técnicos y estudios presentados en este documento.

Adicionalmente, los autores desean expresar que en la preparación del presente documento se usaron notas técnicas elaboradas por Dr. Ramón Fuentes (q.e.p.d.) durante sus años de Consultor en JRI Ingeniería.

REFERENCIAS

- Bechteler, W. y Vogel, G. (1982). “*Pressure wave velocity in slurry pipelines*”, en *Hydrotransport 8, 8th International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes*, Johannesburg, South Africa.
- Fuentes, R. (2013). *Fuidodinámica aplicada a la minería*. JRCap. Santiago, Chile.
- Fuentes, R. (2014). *Fuidodinámica aplicada a la minería*. Curso Interno de Transientes Hidráulicos - JRI Ingeniería . Santiago, Chile.
- Jaeger, C. (1977). *Fluid transients in hydro-electric engineering practice*. Blackie & Son limited. London, England.
- Koelle, E. (1992). “*Transient behaviour of control valves in hydraulic networks*”, en *Hydraulic Transients with Water Column Separation*, Cabrera, E. y Fanelli, M.A., Eds. Valencia, España, 1992.
- Salgado, R. (1988). *Computer modeling of water supply distribution networks using the gradient method*. PhD Thesis. University of Newcastle.
- Thorley, A. (1991). *Fluid transients in pipeline systems*. D. & L. George Ltd. England.
- Thorley, A.R.D. and Hwang, L.Y., Effects of rapid change in flowrate of solid-liquid mixtures, in *Proceedings of Hydrotransport 6 Conference*, BHRA Fluid Eng., Cranfield, U.K., 1979, pp. 229-242
- Todini E. y Pilati, S. “*A gradient algorithm for the analysis of pipe networks*” in *Computer applications in water supply: vol. 1 systems analysis and simulation*, Research Studies Press Ltd. Taunton, England.

- Wood, D.J. y Kao, T.Y. (1966) “Unsteady flow of solid-liquid suspensions”. Proc. ASCE J. Eng. Mech. Div., Vol 92, pp. 117-134.
- Wylie, B. y Streeter, V. (1993). *Fluid transients in systems*. Prentice Hall. Upper Saddle River, USA.

ACERCA DE LOS AUTORES

Freddy Flórez es ingeniero civil, con M.Sc. en Recursos Hidráulicos de la Universidad Nacional de Colombia. También tiene un doctorado (Dr.Techn.) y un postdoctorado en Ingeniería Hidráulica de la Technische Universität Wien (Austria). Se ha desempeñado como docente universitario, investigador y consultor en ingeniería hidráulica en Asia, Europa y Sudamérica. Actualmente se desempeña como Consultor Integral en JRI Ingeniería.

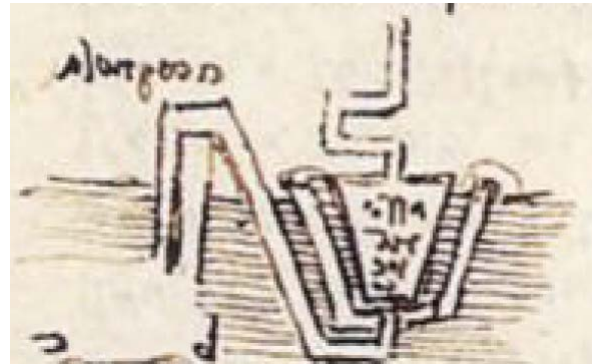
Sebastián Rayo es ingeniero civil mención Hidráulica, Sanitaria y Ambiental, y tiene M.Sc. en Medio Ambiente y Recursos Hídricos de la Universidad de Chile. Adicionalmente tiene M.Sc. en Ingeniería Hidráulica de Delft University of Technology y un MBA de la Universidad Adolfo Ibañez. Se ha desempeñado como gerente de proyectos en múltiples proyectos relacionados con sistemas de transporte hidráulico a larga distancia, y docente universitario. Actualmente es Gerente de la Unidad de Negocios Pipeline en JRI Ingeniería.

HIDRO-GRAFÍA

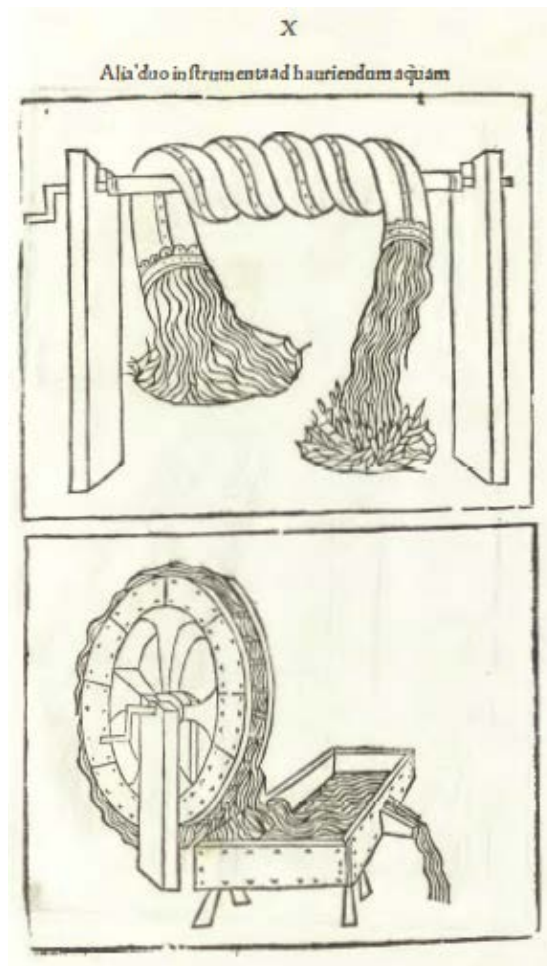
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

La imagen de la figura corresponde a:

- a) El diseño de un sistema de filtración de aguas
- b) Un diseño de una bomba centrífuga
- c) El primer diseño de un instrumento para determinar la permeabilidad de suelos



NÚMERO ANTERIOR



La HIDRO-GRAFÍA del número anterior corresponde a una máquina para elevar agua. O al menos, así es como se imaginaba el tornillo Arquímedes. La imagen se obtuvo del libro décimo de la edición de 1483 de la obra en latín de Roberto Valturio titulada “De re militari”. Corresponde a la figura superior de dos ilustraciones bajo el título “Los otros dos instrumentos para sacar agua” (otros se presentan en dos páginas previas). “De re militari” circuló como un manuscrito alrededor de 1455-1460 y fue impreso en 1472, teniendo dos méritos: fue el primer libro impreso de tecnología y el primero en tener ilustraciones de máquinas. En 1483 se imprimió una segunda versión en latín y otra en italiano. Otras en Latín siguieron en 1532, 1534 y 1535. Una versión en francés se hizo en 1555. Es interesante notar que los mecanismos de las ilustraciones que aquí se muestran no tienen ninguna capacidad de elevar agua y ellos corresponden a la concepción que el artista tuvo de los mecanismos. Las ilustraciones de todas las ediciones presentan los mismos inviables sistemas para elevar agua.



El 12 de noviembre de 1970, en una asamblea realizada en el auditorio del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Chile que reunió a alrededor 100 ingenieros hidráulicos e investigadores, se constituyó la Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica, SOCHID, presidida por Don Francisco Javier Domínguez, nuestro mítico Don Pancho, quien por unanimidad de los asistentes fue elegido presidente de la naciente Sociedad.



Tapa de los Anales del Primer Coloquio. El dibujo y texto fue hecho a grafito.

Una de las primeras actividades que realizó la SOCHID fue el Primer Coloquio Nacional de Ingeniería Hidráulica, el que se llevó a cabo los días 30 de junio, 1 y 2 de julio de 1971 en el mismo auditorio en que se había constituido la Sociedad. Este Primer Coloquio daría origen a los actuales Congresos Chilenos de Ingeniería Hidráulica y, después de 50 años, el desarrollo del XXV Congreso es una muestra de la trascendencia que tienen estos eventos bi-anales para el desarrollo de la ingeniería hidráulica nacional. Si bien la pandemia de COVID-19 ha instalado restricciones e inseguridades, la actual tecnología nos permite mantener la continuidad de los congresos, el que se desarrollará de manera online durante los días 13, 14 y 15 de octubre de 2021 bajo el lema “Medio siglo enseñando que sin agua no hay futuro”.

De este modo, la SOCHID invita a participar en este importante evento, ya sea como asistente o presentando trabajos. La información relacionada con los temas del congreso, inscripción, formato y fecha de presentación de los trabajos, así como otras noticias vinculadas, se encuentran en el sitio web:

<https://congresohidraulica2021.ing.uchile.cl/>

INVITACION A CONTRIBUIR CON ARTÍCULOS

La Revista de la Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica invita a contribuir con artículos para ser publicados en sus próximos números. Los artículos pueden ser en castellano o inglés.

El formato de presentación de los trabajos puede descargarse del sitio web de la SOCHID, www.sochid.cl o solicitarse al Editor a la dirección electrónica atamburr@ing.uchile.cl

